



ФИЗИЧЕСКИЙ
ФАКУЛЬТЕТ
МГУ ИМЕНИ
М.В. ЛОМОНОСОВА

teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

ФИЗИКА ЯДРА И ЧАСТИЦ. СЕМИНАРЫ

ШИРОКОВ
ЕВГЕНИЙ ВАДИМОВИЧ

ФИЗФАК МГУ

КОНСПЕКТ ПОДГОТОВЛЕН
СТУДЕНТАМИ, НЕ ПРОХОДИЛ
ПРОФ. РЕДАКТУРУ И МОЖЕТ
СОДЕРЖАТЬ ОШИБКИ.
СЛЕДИТЕ ЗА ОБНОВЛЕНИЯМИ
НА [VK.COM/TEACHINMSU](https://vk.com/teachinmsu).

ЕСЛИ ВЫ ОБНАРУЖИЛИ
ОШИБКИ ИЛИ ОПЕЧАТКИ,
ТО СООБЩИТЕ ОБ ЭТОМ,
НАПИСАВ СООБЩЕСТВУ
[VK.COM/TEACHINMSU](https://vk.com/teachinmsu).



БЛАГОДАРИМ ЗА ПОДГОТОВКУ КОНСПЕКТА
СТУДЕНТКУ ФИЗИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА МГУ
СЕМИКОЛЕННЫХ ЮЛИЮ АЛЕКСАНДРОВНУ



Содержание

Семинар 1	5
Объекты изучения ядерной физики и масштабы	5
Формула де-Бройля	7
Применение формулы де-Бройля для различных частиц	8
Семинар 2	9
Формула Резерфорда	9
Радиоактивный распад	10
Интенсивность и период полураспада. Радиоактивные превращения	11
Семинар 3	13
Квантовые свойства объектов	13
Фотоэффект. Реликтовое излучение	15
Ядерные спектры. Частицы в потенциальной яме	15
Семинар 4	19
Адроны и лептоны	19
Диаграммы Фейнмана	21
Семинар 5	24
"Кварковый конструктор". Кварковые диаграммы	24
Семинар 6	29
Пороговая энергия. Экзотермические и эндотермические процессы	30
Квантовые числа	32
Семинар 7	35
Ядро и его особенности. Модель жидкой капли	35
Семинар 8	41
Коллайдерная формула	41
Кинетическая энергия частицы в реакции распада	42
Формула Вайцзеккера для энергии связи ядра	43
Семинар 9	45
Оболочечная модель	45
Семинар 10	50
Запись квантовых состояний нуклонов в матричной форме	50
Задачи на распады и их энергии	51
Семинар 11	54
Гамма-переходы	54

Семинар 12	59
Альфа-распад	59
Семинар 13	65
Ядерные реакции	65



Семинар 1

Введение в ядерную физику. Формула де-Бройля

Объекты изучения ядерной физики и масштабы

Рассмотрим объекты, которые нас будут интересовать на протяжении этого курса, а также поговорим об условностях, связанных с ними.

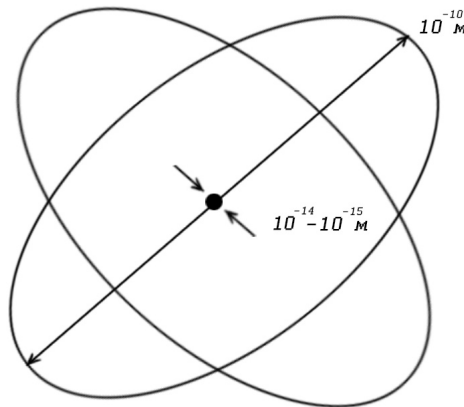


Рис. 1.1 Модель атома

На рисунке 1.1 представлена модель атома. Отчетливо видно, что основная проблема заключается в соответствии масштабов - изобразить разницу в 4-5 порядков практически невозможно, поэтому этим сознательно пренебрегают и рисуют схематично. В дальнейшем для сравнения объектов мы будем использовать другие характеристики вместо размеров. Следующий вопрос - орбиты, на самом деле их нет, но когда создавались первые атомные модели, квантовой механики еще не было и рисовали так (модель атома Бора-Зоммерфельда). Это нужно для более простого и определенного "механичного" представления о том, как устроен мир. Если учесть эти поправки, то на представленной модели можно увидеть примеры взаимодействий, с этим понятием мы будем так или иначе сталкиваться в течение всего курса. Существует четыре вида взаимодействий - сильное, электромагнитное, слабое и гравитационное, на семинарах будут обсуждаться только первые три типа взаимодействия.

Сильное взаимодействие, при разном рассмотрении имеет несколько названий. Если мы говорим о размерах порядка $10^{-15} \sim 10^{-18} \text{ м}$ его называют ядерным, а

при размерах $< 10^{-18}$ м - сильным. Это короткодействующее взаимодействие, его радиус $R_S = 10^{-15}$ м. Это объясняется тем, что переносчик - глюон(g), живет мало и летит из-за этого на небольшие расстояния. Если бы это было не так, то при константе взаимодействия $\alpha_S = 1$ получилось бы следующее: сильное взаимодействие конкурировало бы со всеми остальными и при бесконечном радиусе действия, все сильновзаимодействующие объекты (а это почти все за исключением переносчиков и лептонов) слиплись бы в одно огромное "ядро" и больше бы ничего не было. Константа α_S выбирается как некий эталон, относительно неё вычисляются константы остальных взаимодействий. Отдельно нужно отметить, что проблема сильного взаимодействия в отсутствии точного знания о потенциале взаимодействия $V_S(r)$. Существует множество моделей от самых простых до довольно продвинутых. В данный момент все работы, начиная от физики низких энергий до исследований в области кварк-глюонной плазмы, призваны решить этот вопрос.

Электромагнитное взаимодействие действует между ядром и электронами в атоме. Потенциал электромагнитного взаимодействия известен и в Гауссовой системе счисления имеет вид $V_e(r) = \frac{e^2}{r}$. Радиус взаимодействия $R_e = \infty$, то есть оно может проявлять себя на любом расстоянии. Константа взаимодействия $\alpha_e = 1/137$, таким образом оно подавлено относительно сильного взаимодействия, но различие в 100 раз не так уж велико, чтобы им можно было пренебречь. Яркий пример того, что электромагнитное взаимодействие играет свою роль - конечность таблицы Менделеева, при $Z > 100$ оно проявляется очень сильно, из-за чего ядра становятся "рыхлыми" и разваливаются, их невозможно получить в большом количестве и сохранить.

Слабое взаимодействие в атоме есть по сути везде - протоны, нейтроны, электроны взаимодействуют слабо, однако его радиус действия $R_W = 10^{-18}$ м и константа $\alpha_W = 10^{-6}$ очень малы. Основная проблема слабого взаимодействия в том, что оно единственное имеет массивных переносчиков - три бозона, которые имеют очень большую массу из-за чего они "застревают" при взаимодействии и дают такие маленькие величины константы и радиуса.

Также нам понадобятся следующие константы и системные единицы:

- скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с
- постоянная Планка $\hbar = 1.06 \cdot 10^{-34}$ Дж*с
- масса электрона $m_e = 9 \cdot 10^{-31}$ кг
- масса протона $m_p = 1.7 \cdot 10^{-27}$ кг
- 1 эВ = $1.6 \cdot 10^{-19}$ Дж

Иногда в курсе будут встречаться величины в иных системах счисления, не совсем привычных для нас, например в Гауссовой - эрг, см, г и другие. Нужно помнить, что часть формул записана в этой системе, поэтому нужно быть внимательным

при подстановке в такие формулы величин в системе СИ. Также в некоторых справочниках и на сайте все характеристики представлены в рациональной системе, в которой используется одна величина - МэВ. Она удобна для работы в области физики высоких энергий, но специально привыкать в ней не стоит.

Формула де-Бройля

Рассмотрим варианты задач, связанных с формулой де-Бройля. Эта формула фактически представляет собой связь между длиной волны и импульсом частицы и имеет вид $\lambda = \frac{h}{p}$.

$$\lambda = \frac{hc}{E}, \quad (1.1)$$

где E - кинетическая энергия частицы.

Для фотонов ее можно применять без изменений, но для других частиц все не так однозначно. Необходимо помнить, что энергия зависит от скорости частицы, а именно её следует сравнивать со скоростью света. Если скорость частицы примерно равна скорости света $V \approx c$, то она называется релятивистской. При скорости частицы много меньше скорости света $V \ll c$ она именуется нерелятивистской. Промежуточный случай называется общим и является довольно сложным, мы не будем с ним работать.

В релятивистском случае $E = pc$ формула де-Бройля имеет тот же вид, что и для фотона. Она полезна тем, что показывает поведение различных объектов при увеличении их энергии. Здесь наблюдается такой эффект, который в англоязычной литературе именуется как *scaling*, дословно масштабирование (но такой термин у нас не используется) - фактически это наблюдение одного и того же объекта под разными углами. Например, при исследовании нуклона с энергией порядка $10 \sim 100$ МэВ в нем видна четкая структура, он воспринимается как целый объект. Если начать увеличивать энергию, то становится понятно, что нуклон представляет собой совокупность других частиц.

В нерелятивистском случае $p = \sqrt{2mE}$, тогда формула де-Бройля переписывается как

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{2mE}}, \quad (1.2)$$

где m - масса покоя частицы.

Как можно сразу определить является частица релятивистской или нет? Для энергии покоя существует следующая формула $E = mc^2$. В вычислениях удобно использовать следующие значения масс в энергетических единицах:

- масса электрона $m_e c^2 = 0.511$ МэВ

- масса протона $m_p c^2 = 938.3$ МэВ
- масса нейтрона $m_n c^2 = 939.6$ МэВ

Для того, чтобы определить является ли частица релятивистской, нужно сравнить ее кинетическую энергию с массой покоя. Если оказывается что кинетическая энергия много больше массы покоя $E \gg mc^2$, то эта частица релятивистская, а если наоборот $E \ll mc^2$ - нерелятивистская. Случай $E \approx mc^2$ мы, как уже говорилось ранее, не рассматриваем.

Примеры

- 1) Протон с кинетической энергией $E_p = 10$ МэВ - нерелятивистская частица
- 2) Электрон с кинетической энергией $E_e = 10$ МэВ - релятивистская частица

Применение формулы де-Бройля для различных частиц

Задача 1.1 *Имеется протон с кинетической энергией $E_p = 10$ МэВ. Найдите его де-Бройлевскую длину волны. ($1.4 \cdot 10^{-15}$ м)*

Задачи такого типа решаются в два этапа: для начала нам нужно ответить на вопрос является частица релятивистской или нет, а далее вычисляется длина волны по нужной формуле - (1.1) или (1.2).

Результат очень показателен по двум причинам. Во-первых, 1 фм $= 10^{-15}$ м - внесистемная величина, названная по имени великого итальянского ученого Энрико Ферми. Эта единица измерения очень широко используется, через нее часто что-то будет выражаться и этим можно пользоваться. Второй момент - примерный радиус протона $r_p = 1$ фм. То есть пучок протонов с такой энергией имеет длину волны, сравнимую с радиусом протона. Это говорит о том, что этот пучок пригоден для того, чтобы "видеть" атомные ядра. Идеальным пробником для изучения структуры будут, конечно же, гамма-кванты, так как у них нет массы. Например для изучения кварк-глюонной плазмы (10^{-18} м) такой пучок не подойдет, ничего не будет видно.

Задача 1.2 *Имеется гамма-квант с длиной волны $\lambda_\gamma = 1.4 \cdot 10^{-15}$ м. Найдите энергию этого гамма-кванта. (140 МэВ)*

200 МэВ - это 1 фм для гамма-кванта, то есть это энергия, при которой можно увидеть не только одно ядро, но и отдельные нуклоны. Именно в этой точке осуществляется переход к рациональной системе счисления, там везде появляется переводной коэффициент 200 МэВ·фм. При переходе к энергиям более 200 МэВ (физика высоких энергий) уже можно изучать структуру отдельных нуклонов, можно видеть из чего состоят отдельные частицы.

Семинар 2

Формула Резерфорда. Радиоактивный распад

Формула Резерфорда

Формула Резерфорда имеет вид:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4E_k} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}, \quad (2.1)$$

где Z_1 - налетающая частица (число), Z_2 - частица, на которой идет рассеяние (число), e - заряд электрона, E_k - кинетическая энергия налетающей частицы, θ - угол, на который рассеивается частица (Рис. 2.1).

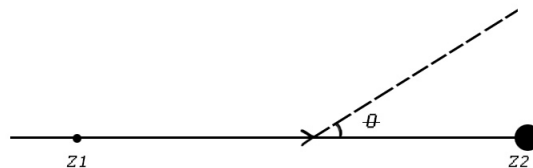


Рис. 2.1 Пояснение к формуле Резерфорда

По данной формуле можно вычислить дифференциальное сечение рассеяния, единица измерения - [барн/ср], 1 барн = 10^{-24} см². По смыслу сечение - вероятность взаимодействия, а дифференциальное сечение - реальная вероятность, в том смысле что при измерениях мы "вырезаем" в пространстве некий конус, так как излучение распространяется в пространстве примерно изотропно. Эти телесные углы по сути представляют собой площадки, которые измеряет детектор. Эта формула дает только кулоновское взаимодействие, не следует ее путать с кулоновским рассеянием. Важно помнить, что эта формула записана в Гауссовой системе, то есть нужно использовать величины $e = 4.8 \cdot 10^{-10}$ ед., 1 эрг = 10^{-7} Дж и 1 эВ = $1.6 \cdot 10^{-12}$ эрг в расчётах.

Задача 2.1 Протон с кинетической энергией $E_k = 2$ МэВ налетает на ядро золота-197. Угол рассеяния $\theta = 60^\circ$. Найти дифференциальное сечение рассеяния. (32 барн/ср)

Сечение в 1 барн довольно велико, с ним взаимодействуют медленные кулоновские частицы или ядерные частицы. В реальности сечение, с которым взаимодействуют гамма-кванты порядка мбарн, у нейтрино еще меньше. Самое большое сечение у взаимодействующих тепловых нейтронов с бором - порядка кбарн.

Радиоактивный распад

Поведение радиоактивных ядер можно описать с помощью закона радиоактивного распада

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (2.2)$$

где $N(t)$ - количество вещества в текущий момент времени, N_0 - количество вещества в начальный момент времени, λ - постоянная распада. Начальный момент отсчета можно выбрать произвольным образом, но после определения он уже не может быть изменён.

Когда мы говорим о законе радиоактивного распада, мы говорим о массивных образцах - о куске вещества (ядра с зарядовым числом до 100). Для случая распада одной частицы данная формула неприменима, так как в этой ситуации мы смотрим на вероятность - за какое время отдельная частица распадётся. Использование постоянной распада неудобно для вычислений, вместо этого используют период полураспада

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad (2.3)$$

Постоянная распада имеет смысл вероятности распада - значит, чем больше вероятность распада, тем меньше будет период полураспада. Это интуитивно понятно: если вам дают вещество с малым периодом полураспада, значит оно быстро распадается, соответственно и вероятность этого процесса велика.

Второй важной характеристикой является активность

$$I = \lambda N \quad (2.4)$$

Нетрудно понять, что активность зависит от количества вещества, а следовательно и от времени - в каждый момент времени активность может быть разная. Отметим, что если имеется долгоживущий источник с периодом полураспада несколько лет или больше и на нем исследуют изменение активности в течение суток, то можно примерно считать, что активность не зависит от времени. Активность измеряется в двух внесистемных единицах - 1 Ки (кюри) = $3.7 \cdot 10^{10}$ распадов/с и 1 Бк (беккерель) = 1 распад/с. Активность в 1 Бк - практически нулевая, активность источника просто сольётся с фоном. Есть методики измерения активности 5-7 Бк, но это уже очень продвинутая техника. И наоборот, активность в 1 Ки (активность 1 грамма радия-226) - слишком велика, чтобы с ней работать, пребывание рядом с таким активным источником даже в течение небольшого времени может нанести непоправимый вред здоровью.

Интенсивность и период полураспада. Радиоактивные превращения

Задача 2.2 *Имеется источник излучения - фосфор-32 с периодом полураспада 15 дней и активностью в момент приноса 2 мКи. Найти активность этого источника через месяц. (0.5 мКи)*

Решение в одно действие: период полураспада составляет 15 дней, в месяце 30 дней. Следовательно количество вещества в источнике и, соответственно, активность уменьшится в 4 раза.

Задача 2.3 *Имеется источник излучения - радий-226 массой 1 г и активностью в момент приноса 1 Ки. Найти период полураспада этого источника. (1600 лет)*

Основная проблема в решении этой задачи - дана масса вещества, а везде фигурирует количество ядер. Для этого нужно оценить массу одного ядра радия, при этом массы протонов и нейтронов считаем одинаковыми.

Задача 2.4 *Имеется источник излучения - стронций-90 с периодом полураспада 29 лет. Этот изотоп часто присутствует в осколках деления в реакторах. Представим себе, что-то случилось и часть этого изотопа попала в окружающую среду. Через какое время активность стронция уменьшится в 10 раз? (около 100 лет)*

Активность снизится в 8 раз через 87 лет. Значит на снижение активности в 10 раз понадобится около 100 лет.

Данная задача очень показательна в плане практического применения ядерной энергии. Основная проблема в данной области - не в том, что станция может взорваться, а в том, что после деления тяжелых ядер образуются осколки, большинство из которых живёт примерно 30 лет. Причём они остаются не в граммовых количествах - это десятки и сотни тонн вещества, вырабатываемых в 500 промышленных реакторах по всему миру.

Задача 2.5 *Имеется источник излучения - полоний-210 массой 1 мг и периодом полураспада 160 дней. При этом известно, что при вылете α -частицы при распаде выделяется $E_\alpha = 5.4$ МэВ энергии. Какое количество тепла выделит этот препарат за 1 день? (5 кДж)*

Вспоминаем, что если время измерения существенно меньше периода полураспада, то активность и количество вещества считаем постоянными, то есть в каждый день распадается одно и то же количество вещества. Для получения активности, необходимо оценить количество ядер, как и в задаче 2, после этого уже можно посчитать количество распадов за 1 день. Далее умножив это значение на выделяемое

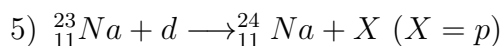
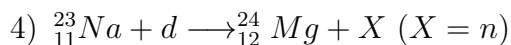
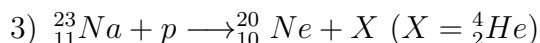
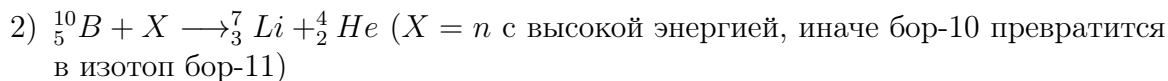
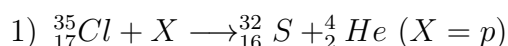
количество энергии при одном распаде и переведа МэВ в Дж, получим ответ.

Много это или мало? С одной стороны - хоть что-то, но с другой, если мы растянем это количество теплоты на весь день, то мощность получится порядка мВт. Таким образом, если взять побольше вещества и не такой "противный" изотоп, то вполне можно получить элемент питания, поэтому в ряде случаев такой способ используется.

Задача 2.6 *Мощность солнечного излучения на единицу площади поверхности Земли составляет $1.4 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$. Масса Солнца $2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$, расстояние между Землей и Солнцем $R = 1.5 \cdot 10^8 \text{ км}$, радиус Земли $r = 6000 \text{ км}$. Если считать, что вся масса Солнца уйдёт на излучение, через сколько времени оно погаснет? (около 10^{20} лет)*

Ключевая идея в том, что есть сфера с радиусом R и малой площадкой радиуса r на ней, на которую идет излучение с обозначенной в условии мощностью - таким образом можно посчитать мощность солнечного излучения. А из связи энергии и массы уже можно получить время.

Задача 2.7 *Найти неизвестную частицу X*



Несмотря на кажущуюся простоту, всегда в задачах этого типа необходимо проверять законы сохранения массы и заряда в первую очередь, так как эти законы выполняются всегда и везде. Если эти законы сохранения не выполняются, то процесс не может идти, либо вы сделали где-то ошибку в вычислениях.

Семинар 3

Квантовые свойства объектов

Задача (о Солнце) Мощность солнечного излучения на единицу площади поверхности Земли составляет $1.4 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$. Масса Солнца $2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$, расстояние между Землей и Солнцем $R = 1.5 \cdot 10^8 \text{ км}$, радиус Земли $r = 6000 \text{ км}$. Если считать, что вся масса Солнца уйдёт на излучение, через сколько времени оно погаснет? (около 10^{20} лет)

Ключевая идея в том, что есть сфера с радиусом R и малой площадкой радиуса r на ней, на которую идет излучение с обозначенной в условии мощностью - таким образом можно посчитать мощность солнечного излучения. А из связи энергии и массы уже можно получить время.

Откуда получается такая большая величина, если все говорят о времени жизни Солнца порядка 10^9 лет? На самом деле в задаче есть множество ограничений и условностей, которые в реальности не совсем имеют место. Например, когда мы считаем мощность излучения, мы не учитываем поглощение в атмосфере, мультидиапазонность (при измерении на Земле не можем зарегистрировать гамма-компоненту излучения), исключаем вылетающие при ядерных реакциях протоны, а также делаем очень большое допущение, что Солнце выгорит полностью - до последнего ядра и все это уйдёт в излучение Земли. Таким образом, с физической точки зрения эта задача не имеет смысла, но она очень полезна для отработки навыков решения задач.

Квантовые свойства объектов

Основные положения квантовой теории заключаются, собственно, в квантованности, то есть энергия имеет вид

$$E = h\nu = \hbar\omega = \frac{\hbar c}{\lambda}. \quad (3.1)$$

Как несложно заметить, когда мы решали задачи на волну де-Бройля, мы уже пользовались квантовыми постулатами. Данная формула для энергии означает, что распространение излучений частиц и вообще всех объектов в микромире происходит в виде порций энергии, при этом порция имеет волновые свойства. Таким образом, в данной формуле заключён корпускулярно-волновой дуализм.

Ко второй особенности относится соотношение неопределённости:

$$\Delta x \Delta p \gtrsim \hbar, \quad (3.2)$$

$$\Delta E \Delta t \gtrsim \hbar. \quad (3.3)$$

Не стоит пытаться проводить аналогии между этой формулой и какими-нибудь ещё, потому что их нет. Для глубокого понимания этого соотношения нужно погружаться в область теоретической механики. Также можно почитать учебник Попова, Тихонова по курсу атомной физики, который будет у вас через год - в первой и второй главе этот материал подробно обсуждается с точки зрения квантовой физики и ее аппарата.

С физической точки зрения всё довольно просто - поскольку объекты становятся чрезвычайно малы в микромире по всем своим параметрам, то при попытке их измерить мы вносим повреждения в данную систему. Например, если мы измеряем координату центра масс учебного стола, то мы измеряем его массу и размеры, не внося изменений в структуру стола. Но как только мы хотим наблюдать объекты в микромире, то для этого мы вынуждены на них чем-то воздействовать, причем степень этого воздействия равна или превышает параметры этой системы. Таким образом, как только мы начинаем наблюдать объект, мы тут же вносим какие-то изменения в его структуру и появляются проблемы в одновременном измерении нескольких параметров - при измерении координаты меняется импульс, при фиксировании времени - энергия. Именно поэтому на первом занятии было сказано, что рисовать орбиты в атоме неверно - таким действием мы жестко фиксируем координату, из-за чего импульс стал стремиться к бесконечности и мы не можем ничего сказать об энергетических характеристиках системы.

По поводу уравнения Шрёдингера $\hat{H}\psi = E\psi$ мы не будем им пользоваться на семинарах, оно упомянуто просто для некоторого понимания как люди работают. Когда мы его записываем, надо помнить, что здесь понимается не умножение, а действие оператора на волновую функцию. Это уравнение - великая вещь, если мы знаем его решение для некоторой системы (например для атома), то фактически мы знаем все энергетические состояния этой системы. Для ядра возникают сложности, так как мы не знаем как выглядит гамильтониан системы \hat{H} - мы сможем записать электромагнитную часть, но о сильной части (связанной с сильным взаимодействием) ничего сказать не получится. Из-за этого мы вынуждены использовать различные модели, получая в итоге результат, не совпадающий с реальностью, о которой мы тоже ничего точно не знаем. Просто при наблюдении ядерных спектров мы можем увидеть далеко не всё, приборы еще недостаточно совершенны, чтобы дать такую возможность.

Фотоэффект. Реликтовое излучение

Суть явления фотоэффекта - при падении фотона на атом, возникает ионизационный потенциал (энергия, которая необходима для удержания электрона в атоме) и энергия электрона: $h\nu = A + E_e$. Когда ионизационный потенциал достигнут, начинается вылет электронов, в противном случае ничего не происходит. Из формулы следует, что для получения большей энергии вылетающих электронов, необходима большая частота (или меньшая длина волны). Яркий пример, иллюстрирующий фотоэффект - проявление фотопленки: при красном свете для любого вещества не хватает энергии для достижения ионизационного потенциала, и фотоэффекта не наблюдается. Отсюда и само название - красная граница фотоэффекта. На самом деле этот термин несколько условен - фотоэффект может не наблюдаться при любом цвете, в том числе и при фиолетовом. Самыми неустойчивыми являются щелочные металлы и атомы из середины таблицы Менделеева.

Задача 3.1 *Имеется атом цезия с ионизационным потенциалом $A = 3.9$ эВ. Произойдет ли фотоэффект при его облучении излучением с длиной волны 400 нм? (не произойдет)*

Для решения задачи необходимо сравнить две величины - ионизационный потенциал (дано) и энергию падающего излучения по формуле (3.1).

Решим техническую задачу о реликтовом излучении. Считается, что это остаток от Большого взрыва, то есть когда все процессы с аннигиляцией закончились, то осталось фоновое электромагнитное излучение, которое заполнило всю Вселенную и остывает ему дальше некуда. Тот же самый эффект должен был быть по слабому каналу с лептонами, но там должны были бы быть реликтовые нейтрино, с которыми очень большие проблемы. Если электромагнитное излучение зарегистрировано, то как регистрировать реликтовое нейтрино никто не знает, даже метода нет.

Задача 3.2 *Температура реликтового излучения составляет $T = 2.7$ К. В каком диапазоне лежит длина волны реликтового излучения? (миллиметровые волны)*

Ядерные спектры. Частицы в потенциальной яме

Ядерным спектром (Рис. 3.1) будем называть результат, который получается в координатах $N - E$ (количество частиц - энергия), также можно встретить и координаты $\sigma - E$ (сечение - энергия), но это уже пересчет из первого варианта. При этом отсутствие характерных пиков на графике говорит о том, что измерения проведены неверно - мы ничего не "видим" в структуре ядра, картинка просто спадающего спектра обычно связана с атомными эффектами. Пики (E_1, E_2) характеризуют

ядерные уровни, в эксперименте они наблюдаются именно в виде резонансов. Каждый резонанс представляет собой некоторое энергетическое состояние, которое в свою очередь является решением уравнения Шрёдингера. Если удастся получить все энергетические состояния какого-нибудь ядра, то можно говорить, что мы все о нем знаем. В реальности даже ядро углерода (несмотря на тот факт, что оно калибровочное) не просвечено до конца.

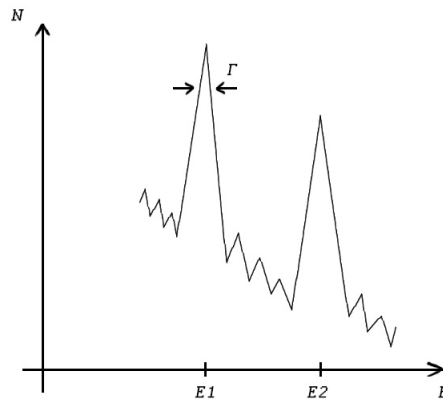


Рис. 3.1 Схематичное изображение ядерного спектра

Также нужно отметить, что ширина пика не равна нулю. Так как время жизни ядра конечно, то неизбежно возникает неопределенность в энергии. Соотношение можно записать в другой форме, а именно

$$\tau\Gamma = \hbar \quad (3.4)$$

где τ - время жизни частицы (уровня, вылета частицы из ядра), а Γ - ширина линии уровня.

Задача 3.3 Имеется ядро бора-10 с некоторым энергетическим состоянием $E = 0.72$ МэВ, его время жизни $\tau = 6.7 \cdot 10^{-10}$ с. Найти ширину уровня. (10^{-6} эВ)

Задача 3.4 Студент, выполняя задание в практикуме, получил ширину уровня $E_{chr} = 50$ кэВ и рассчитал соответствующее ей время жизни. Прodelайте эти вычисления и скажите, что студент сделал неверно. (10^{-20} с)

Полученное время - характерное время сильного взаимодействия. Если бы студент наблюдал взаимодействие адронов при высоких энергиях, то это было бы логично, но при наблюдении лабораторного источника гамма-излучения это неверно. Ошибка студента в том, что он не понял, что именно он измеряет - при измерениях спектров низких энергий (МэВ), по факту мы получаем значение не ширины уровня, а разрешающей способности прибора. Связана она с тем, сколько пар электронов или ионов возникнет при каждом акте ионизации в приборе, их "собирации" и

ошибки при определении этого общего количества. Таким образом, данная характеристика - ошибка прибора в чистом виде, внутри которой и заключена искоемая нами ширина уровня.

Но не всегда всё бывает так плохо, максимальные естественные ширины наблюдаются у высоколежащих переходов свинца-208 и приближаются к 5 эВ. Самое лучшее энергетическое разрешение у германиевых приборов составляет примерно 1 кэВ. Таким образом в уравнении Шрёдингера проблемы в обеих частях уравнения, потому что фактически ширины (максимум эВ) измеряются приборами с разрешением кэВ и выше, и соответственно их невозможно увидеть. Это приводит к тому, что количество частиц распределяется не в узком пике (порядка мкэВ), а в очень широком пике (Рис. 3.2), при этом площадь под ними одинакова. Но когда такой широкий пик оказывается в массе других, то его уже невозможно увидеть. Поэтому всегда в диапазоне низких энергий (вплоть до ГэВ) мы наблюдаем не прямые эффекты, а разрешающую способность прибора, из которой дальше вытаскивается ширина уровня Г. Есть и такие ситуации, когда ширину линии можно получить непосредственно - это касается экспериментов высоких энергий, где частицы из-за сильного взаимодействия как правило живут очень мало и тогда их можно наблюдать в виде резонансов и сразу же измерять.

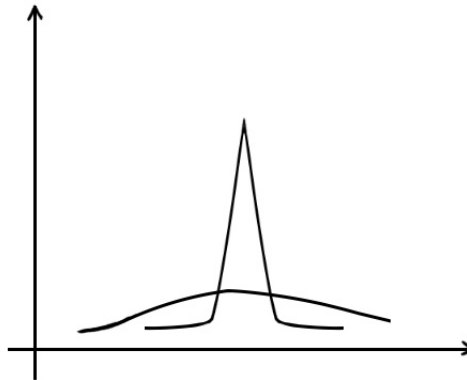


Рис. 3.2 Пояснение к определению естественной ширины линии

Другое практическое применение соотношения неопределённости - частицы в потенциальной яме (Рис. 3.3). С его помощью можно понять, возможно ли существование рассматриваемой квантовой системы. Потенциальная яма - это по сути область действия взаимодействия, например ядерного, в котором находится интересующая нас система.

Попытаемся понять, как себя ведёт частица массой m в потенциальной яме радиуса R . На самом деле поведение частиц в потенциалах может быть очень различным, это зависит от типа частицы, формы потенциала (знаем только примерно, см. единая теория ядра). Необходимо отметить, если вы обнаружили что фундаментальные законы запрещают существование системы, то она не будет существовать

вне зависимости от формы стенок потенциала.

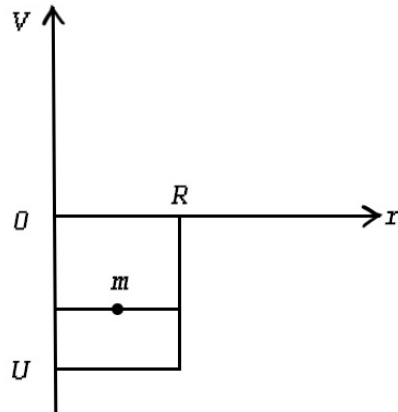


Рис. 3.3 Частица массы m в потенциальной яме глубины U

Предположим, что частица в потенциале имеет нерелятивистский характер, так как релятивизм связан с большими энергиями, а значит частица не смогла бы удерживаться в яме. Используем соотношение неопределённости в форме (3.2) и перепишем его для нерелятивистской частицы в потенциальной яме. Импульс имеет форму $p = \sqrt{2mE}$, точно определить координату мы не можем - частица может быть в любом месте ямы, значит неопределенность координаты равна R . С помощью несложных преобразований получим

$$E = \frac{\hbar^2}{2mR^2} \quad (3.5)$$

Задача 3.5 Пусть частица внутри ямы - нуклон, а радиус ядра $R = 10^{-13}$ см. Оцените среднюю энергию нуклона в ядре (20 МэВ)

По данной формуле находится средняя энергия, то есть в реальности она может быть как немного выше, так и ниже этого уровня. Глубина ядерного потенциала составляет 35-40 МэВ, тогда можно сделать следующие выводы: фундаментальные правила квантовой физики не запрещают "поместить" внутрь рассмотренной ямы нуклон, он может там находиться, причем достаточно долго. Если бы энергия нуклонов была бы порядка эВ, то оказалось бы, что они погребены внутри ямы и для того, чтобы их вытаскивать нужно прикладывать огромные усилия. Но в реальности атомы очень разные и для некоторых из них нужно всего 2-3 МэВ, чтобы выдернуть нуклон из ядра. Таким образом, ядро достаточно устойчивая система, но при некотором влиянии на него мы можем вытащить нуклоны без больших затрат энергии.

Семинар 4

Адроны и лептоны. Диаграммы Фейнмана

Адроны и лептоны

Кроме переносчиков взаимодействия существует два крупных класса частиц - адроны и лептоны. Адронов очень много - порядка 450 штук, а лептонов мало - фактически их всего 12. Два класса отличаются друг от друга тем, что адроны имеют кварковую структуру, а лептоны нет. Например, если вам попадётся книжка с названием μ -мезон, значит она написана до 60-х годов прошлого века - тогда ещё не было понимания того как вообще все устроено, да и о кварках ещё никто не говорил. Адроны - составные частицы, периодически находят новые, но это не является какими-то фундаментальными открытиями. На самом деле это просто говорит о том, что мы лучше узнаём действительно возможные наборы кварков, с которым мы работаем. Все объекты, которые живут дольше ядерного времени можно рассматривать как частицы.

В свою очередь адроны делятся на два класса - барионы и мезоны. Названия появились в 60-70 годах, когда их делили: барионы - тяжелые частицы, мезоны - легкие. На самом деле ϵ - мезон намного тяжелее любого из барионов, поэтому названия носят условный характер. В действительности барионы и мезоны различаются не по массе, а по кварковой структуре: для бариона характерно наличие трёх кварков, для мезона пары кварк-антикварк. При этом следует помнить, что под кварком понимается любой из шести известных кварков. Но если быть совсем педантичным, то из пяти имеющихся, потому что система типа $t\bar{t}$ на сегодняшний день пока не обнаружена и есть веские основания считать, что и не будет обнаружена. Всё дело в том, что кварк очень тяжёлый и, условно говоря, межкваркового взаимодействия не хватает на то, чтобы образовать связанную пару из этих частиц, поэтому она рождается как временная система и тут же распадается на более легкие субстанции. Также различают понятие пентакварка - частицы, состоящей из четырех кварков и одного антикварка. Если удастся достоверно подтвердить его существование, то он будет добавлен в систему наравне с барионами и мезонами.

В этом семинаре упражнения будут направлены на так называемый кварковый конструктор, то есть попробуем строить частицы из кварков, подчиняющихся сильному взаимодействию. Это значит, что все законы сохранения выполняются. Одним из основных вопросов может быть "как различать взаимодействия?". У каждого из них есть своя характерная черта, но в целом почти у любой реакции только по ее виду невозможно понять тип взаимодействия, потому что его основная характеристика - время, сильному взаимодействию соответствует малое время протекания реакции. Если время протекания реакции не указано, то по одному виду реакции

без должного опыта работы в данной области не получится определить тип взаимодействия.

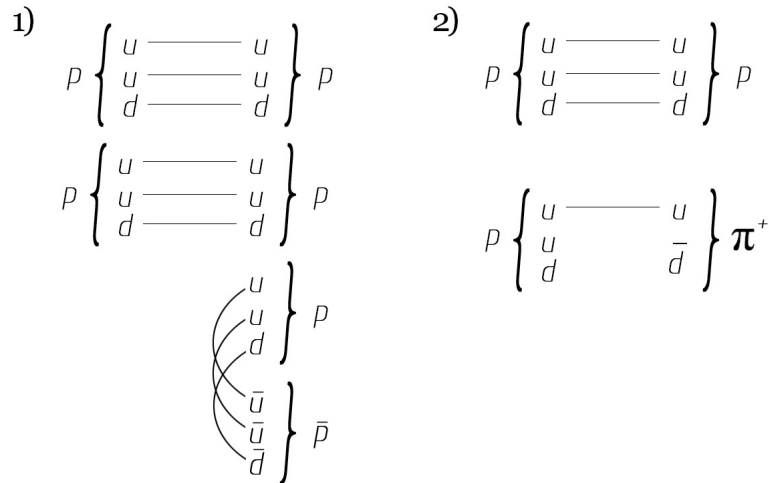


Рис. 4.1 Кварковые диаграммы для реакций из задачи 4.1

Задача 4.1 Проверить законы сохранения в следующих реакциях

1) $p + p \longrightarrow p + p + p + \bar{p}$ (всё выполняется)

2) $p + p \longrightarrow p + \pi^+$ (барионный заряд не сохраняется)

Закон сохранения энергии проверять не нужно, потому что неизвестна кинетическая энергия частиц, она может быть любой. А вот такие фундаментальные характеристики как электрический и барионный заряд проверять необходимо. Барионный заряд обязан сохраняться во всех взаимодействиях.

В случае первой реакции образуются так называемые кварковые петли (Рис. 4.1.1), которые являются частью диаграмм. Кварковая петля - это образование пары частица-античастица из энергии кварк-глюонной плазмы (энергии сильного взаимодействия). Существует и обратный процесс - аннигиляция, он возможен только при выделении энергии, справа снова появится пара или γ -кванты. Кварковые петли можно рисовать в неограниченном количестве только в том случае, когда на это хватает энергии (например нам ничего не сказали о ней). Но если энергии заданы или идет распад частицы, то всегда необходимо проверять, достаточно ли энергии для образования всех частиц в выходном канале.

Чтобы решать подобные задачи с помощью кварковых диаграмм необходимо записать кварковую структуру систем слева и справа. При сильном и электромагнитном взаимодействии ароматы кварков остаются неизменными, в отличие от слабого взаимодействия. В следующий раз будут рассмотрены задачи, в которых происходят изменения аромата кварков и заряда за счёт слабого взаимодействия и при этом

появляются дополнительные частицы для выполнения законов сохранения. Далее если ничего не изменилось, просто рисуют стрелки между одинаковыми кварками. Если кварки меняются, то возникает проблема - при сильном взаимодействии мы договорились, что кварки остаются неизменными. Таким образом, можно сделать вывод, что такой канал невозможен (Рис. 4.1.2).

Задача 4.2 *Найти неизвестную частицу X в следующих реакциях*

$$1) p + \bar{p} \longrightarrow \Xi^- + \pi^+ + X (\bar{\Xi}^0)$$

$$2) \bar{p} + n \longrightarrow \Lambda + \pi^- + X (\bar{\Lambda})$$

Задача решается с помощью кварковой диаграммы, которую достаточно будет записать в строчку: $uud + \bar{u}\bar{u}\bar{d} \longrightarrow dss + u\bar{d} + \bar{u}s\bar{s}$, искомая частица $\bar{\Xi}^0$. В целом, могут появиться дополнительные частицы (пары частиц), если только это не противоречит закону сохранения энергии. Однако чем больше количество частиц справа, тем сильнее понижается вероятность такого события. Также если нет ограничений по энергии, можно написать любую частицу с искомым кварковым составом, но вариант с самой легкой частицей - наиболее вероятный.

Во втором примере ярко видна особенность странных частиц: они появляются парами, хотя в теории должны были аннигилировать. О распадах таких частиц будет сказано позднее.

Диаграммы Фейнмана

Диаграммы Фейнмана - это графическое описание процессов, происходящих в физике частиц. Естественно они были названы в честь Ричарда Фейнмана, одного из создателей квантовой электродинамики. Он придумал их как метод для демонстрации материала на лекциях. В данном курсе диаграммы Фейнмана приводятся исключительно как демонстративный материал, на самом деле за ними стоит намного больше.

Одна из самых простых диаграмм Фейнмана - кулоновское рассеяние электрона на электроне (Рис. 4.2). Летит электрон, в какой-то точке он "чувствует" другой электрон, взаимодействует с ним путём обмена γ -квантом и летит дальше, при этом что-то у них поменялось. Данный процесс может происходить даже в условиях аудитории за счет взаимодействия электронов космического происхождения или из-за естественной радиации.

Перечислим несколько замечаний относительно правил рисования диаграмм. Во-первых, диаграммы Фейнмана всегда рисуются по оси времени, это не пространственная картинка, как многие заблуждаются. Во-вторых, прямыми линиями обычно изображаются массивные частицы, подпись может как быть, так и нет. При этом

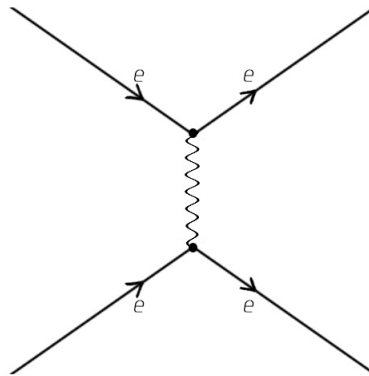


Рис. 4.2 Диаграмма Фейнмана для кулоновского рассеяния электронов

частицы рисуются со стрелками в направлении оси времени, а античастицы - против неё. Третье, переносчики взаимодействий имеют собственные обозначения: γ -квант - волнистой линией, переносчики слабого взаимодействия (W^\pm, Z) - пунктирной, сильного (g) - ломаной (как пружинка, но чаще на диаграммах глюоны не рисуются вообще, так как время ядерного взаимодействия принимается мгновенным). Последний элемент диаграммы - узел, который собственно и является самим взаимодействием. Именно в этом месте и заключена вся математика, которой люди занимаются профессионально, если конкретнее - это поиск функции (пропегатора), которая и определяет вероятность процесса.

Рассмотрим распад π^0 -мезона, его кварковая структура $u\bar{u}, d\bar{d}$. То есть в разные моменты времени он равновероятно может вести себя как одна из двух комбинаций кварков (Рис. 4.3).

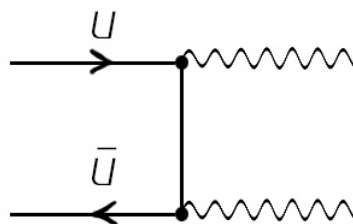


Рис. 4.3 Кварковая диаграмма распада π^0 -мезона

Все такие частицы существуют, но живут они недолго, так как представляют из себя комбинацию кварка и антикварка, за счет особенности ядерного потенциала

некоторое время они могут существовать вместе, а затем они всё-таки аннигилируют. Как раз этот процесс и изображён на диаграмме, в месте взаимодействия можно нарисовать и γ -квант, так как время достаточно большое даже для электромагнитного взаимодействия. Таким образом, сначала было состояние из u и \bar{u} , а после стало два γ -кванта.

По поводу направления стрелок для античастиц - существует так называемая СРТ-теорема, которая на сегодняшний день утверждает, что если вы подействуете тремя операторами инверсии - зарядовой, пространственной и временной - то частица превратится сама в себя, также существует понятие СРТ-инвариантности. Но в тоже время мы знаем, что при СР-инверсии частица становится античастицей. Из этого делается вывод, что если СРТ-теорема верна, то Т-инверсия превращает также частицу в античастицу, поэтому на диаграммах Фейнмана античастицы рисуются как бы движущимися в противоположную сторону. Стоит отметить, что здесь нет никакого движения против оси времени, античастицы - это просто частицы с обратными характеристиками.

Как правило в нормальных диаграммах количество узлов должно быть чётным, то есть происходит как бы на два узла взаимодействия или больше, но чётное количество. Частицы, которые находятся внутри узлов диаграммы, называются виртуальными. Внутри них может происходить все что угодно, включая нарушение законов сохранения энергии. То есть виртуальные частицы - это фактически поле, которым обмениваются частицы, поэтому что там внутри поля происходит - не оговаривается. Но при этом частицы, которые вышли за край диаграммы - реальные, их можно зарегистрировать.

По поводу углов между линиями на диаграммах Фейнмана. В данном курсе это просто иллюстрация, которая не имеет большого значения, но если вы занимаетесь расчётами диаграмм, то во многих случаях будет важно как вы рисуете и иногда даже под каким углом. Тогда диаграммы будут приобретать несколько иной вид, но для этого нужно понимание всей теории, которая лежит в основе этих диаграмм.

Семинар 5

Кварковый конструктор. Кварковые диаграммы

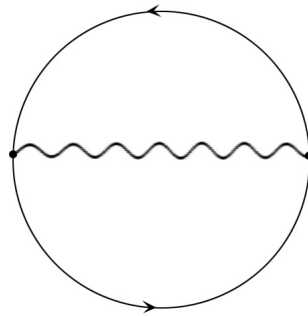


Рис. 5.1 Вакуумная петля

На рисунке выше представлена некая диаграмма, иногда пишут, что это рождение и аннигиляция частиц и античастиц (что не является правильным), но здесь есть одна тонкость, на которую стоит обратить внимание. На диаграммах очень важны внешние линии - когда вы их изобразили, вы как бы заявляете, что эту частицу можно зарегистрировать. Здесь никаких внешних линий нет вообще, то есть эта диаграмма полностью замкнута. Изображая эту диаграмму, вы как бы намекаете, что регистрировать это вы не собираетесь и даже в принципе не можете, поэтому это называется вакуумная петля. Подобные вещи встречаются у теоретиков в большом количестве в диаграммах разного порядка. По сути это некие колебания вакуума: до этого процесса ничего не было и после этого процесса тоже ничего нет, то есть произошёл какой-то всплеск где-то внутри системы. Если грубо считать без учета сложных внутренних явлений, эта диаграмма даст ноль, если учитывать тонкости электромагнитного взаимодействия в рамках квантовой электродинамики, то уже будет не ноль.

Вспомним задачи о кварковом конструкторе на примере обычных процессов, то есть с сильным взаимодействием, когда всё сохраняется.

Задача 5.1 Проверить законы сохранения в следующих реакциях

- 1) $\pi^- + p \longrightarrow K^0 + \Lambda$
- 2) $\gamma + n \longrightarrow \Sigma^0 + K^0$
- 3) $\Lambda \longrightarrow p + \pi^-$

Неожиданный процесс, который и привёл к появлению термина "странные частицы" более 70 лет назад, показан в третьей реакции (Рис. 5.2). До её открытия

в физике частиц, которая только начинала своё развитие, тогда был принят химический подход - то есть все реакции взаимнообратны. Но здесь произошло нечто невероятное: одна из полученных в реакции частиц при распаде даёт первоначальную пару частиц. Частицу с странным кварком в своем составе именуют гипероном. Также есть ситуации, когда нейтрон в ядре заменяется Λ -гипероном, такое ядро называется гиперядром.

В данной реакции имеет место слабое взаимодействие, потому что к его признакам относится изменение квантовых чисел кварков, прежде всего изменение ароматов. Если вы видите, что реакция невозможна без изменения ароматов кварков, значит у вас происходит слабое взаимодействие. Вторым признаком слабого взаимодействия - это наличие лептонов, чаще всего незаряженных, то есть нейтрино.

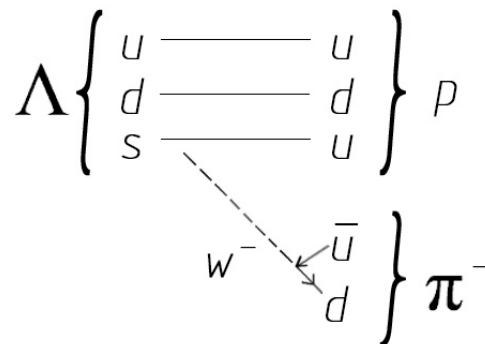


Рис. 5.2 Кварковая диаграмма распада Λ -гиперона

Отметим, что при изображении кварковых диаграмм часто пренебрегают графическими правилами и только основные правила должны соответствовать - направление стрелок и законы сохранения, здесь можно переставлять кварки в любом порядке внутри составных частиц. Два кварка остались неизменными, а третий испытал превращение: s с зарядом $-1/3$ превратился в u с зарядом $2/3$. Значит есть отрицательно заряженный виртуальный переносчик W^- .

Почему s -кварк превратился именно в u , а не в d , например? Все дело в том, что у слабого взаимодействия есть три переносчика: W^- , W^+ , Z , причём Z -бозон отвечает за нейтральные токи. Как было экспериментально подтверждено в 50-х годах, нейтральные токи ничего не меняют. Поэтому переход $s \rightarrow d$ возможен только с помощью Z , а он не меняет аромата кварков. Можно сделать вывод, что аромат кварков меняется только вместе с зарядом.

Задача 5.2 Возможна ли следующая реакция

- 1) $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$
- 2) $n \rightarrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e$ (не сохраняется барионный заряд)

- 3) $K^+ \longrightarrow \pi^+ + \pi^0$
- 4) $\Sigma^- \longrightarrow \Lambda + \pi^-$ (не хватает энергии)
- 5) $K^+ \longrightarrow \mu^+ + \nu_\mu$

Закон сохранения энергии в данном случае нужно проверять в первую очередь, а также нужно помнить о сохранении лептонного заряда. Также для ускорения процесса можно сразу нарисовать кварковую диаграмму.

Реакция 3 - адронная мода распада каона. Довольно примечательно, что при распаде легкой частицы образуются адроны, хотя больше вероятность увидеть лептоны. \bar{s} переходит в \bar{u} , появляется W^+ -бозон, который также распадается ещё на пару u, \bar{d} . Таким образом в данном случае нужно использовать конфигурацию нейтрального пиона $u\bar{u}$, потому что другая конфигурация не даст необходимый распад, время жизни при этом будет довольно большое. Помимо адронной моды распада у каона есть также и лептонная мода.

Даже при наблюдении распада такой лёгкой частицы уже возникают сложности, при наблюдении инклюзивных процессов все намного сложнее. Инклюзивный процесс - это когда включены все реакции в то что вы наблюдаете и вы должны разобраться, что вам из этого нужно.

Реакция 5 - наиболее вероятная мода распада каона (Рис. 5.3). Стоит отметить, что среди лептонов все заряженные частицы имеют заряд такой же как и электрон, то есть отрицательный.

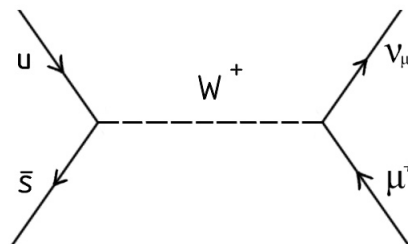


Рис. 5.3 Кварковая диаграмма распада K^+

Также иногда рисуется картинка в виде линии где стоит кварк и антикварк, после этого от них отходит W^+ -бозон и идет распад. Это изображение неправильно, потому что здесь не происходит перехода из кварка в кварк, здесь происходит слабая аннигиляция. Время жизни кварка достаточно велико (по сравнению, например, с временем сильного взаимодействия) и дальше этот процесс переходит в лептонную

пару, потому что энергия сохраняется.

Для того, чтобы изобразить распад отрицательного каона, нужно перерисовать всё с точностью до наоборот, то есть будет мюон, мюонный антинейтрино и отрицательный переносчик.

Помимо рассмотренных выше реакций существуют еще и низковероятностные распады с множеством петель внутри. Вообще правило очень простое, оно носит название "правило Цвейга": вероятность обратно пропорциональна количеству петель на диаграмме, конечно же при условии, что на это достаточно энергии.

Задача 5.2 Нарисовать кварковую диаграмму следующего процесса

$$\mu^+ \longrightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

Это чисто лептонный процесс: лептон распался на лептоны и дальше процесс уже не идет (при отсутствии осцилляций). При работе в рамках стандартной модели частицы безмассовые, поэтому частицы не распадаются дальше. Позитрон тоже стабилен - если его поместить в антивещество, он будет жить бесконечно, его проблема только в том, что это античастица.

По энергии в данном процессе все хорошо. Очевидно, что это слабое взаимодействие, так как есть нейтрино и антинейтрино. Если слабое взаимодействие, то следует ожидать здесь появления переносчиков - или заряженных или нейтрального. В данном случае происходит изменение частиц: слева антимюон, а справа мюонное нейтрино - лептонный заряд сохраняется, но при этом появляется заряженный переносчик, который продуцирует оставшуюся пару. Диаграмма данного процесса представлена на рисунке 5.4.

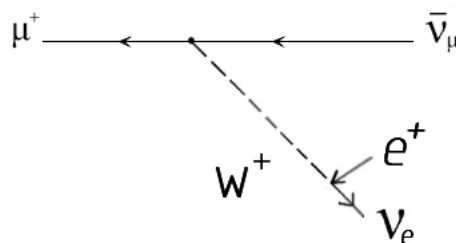


Рис. 5.4 Кварковая диаграмма распада положительного мюона

Нейтральный переносчик взаимодействия в данном случае возникнуть никак не может, потому что он не даст изменения ароматов, которое тут имеет место. В гипотетическом случае с Z-бозоном мюон должен был бы превратиться в позитрон, а этого нейтральный слабый ток дать не может, поэтому такой канал закрыт. Если

вам предложат нарисовать распад мюона, то нужно просто перевернуть все частицы и античастицы, включая переносчик.

В целом, если привыкнуть и помнить правила, то никакой особой сложности в работе с диаграммами простого типа не возникает, их часто приходится рисовать. Если вы экспериментатор, то это все несложно, если вы теоретик, то вы должны действительно использовать это как вычислительный аппарат, что уже сложнее.

Задача 5.3 *Реализуема ли следующая реакция*

1) $\mu^+ \rightarrow e^+ + \gamma$ (лептонные числа не сохраняются)

2) $\Sigma^0 \rightarrow \Lambda + \gamma$

Массы и кварковая структура во второй реакции соответствуют, данная реакция обсуждалась на лекции как пример несохранения изоспина в электромагнитных взаимодействиях. Возбуждённое состояние Λ -гиперона и он распадается таким образом с испусканием γ -кванта, поэтому эта реакция ничем не запрещена и мы можем её наблюдать.

Задача для самостоятельной *Представим что произошёл такой процесс: частица и античастица встретились, аннигилировали и возникла пара более лёгких частиц. Нарисуйте в виде диаграммы, как этот процесс происходит. Если вы нарисуете больше чем одну диаграмму, то скажите, вероятность какого процесса больше и почему?*

Семинар 6

Пороговая энергия и тепловые процессы. Квантовые числа

Задача 6.1 Представим что произошёл такой процесс: частица и античастица встретились, аннигилировали и возникла пара более лёгких частиц. Нарисуйте в виде диаграммы, как этот процесс происходит. Если вы нарисуете больше чем одну диаграмму, то скажите, вероятность какого процесса больше и почему?

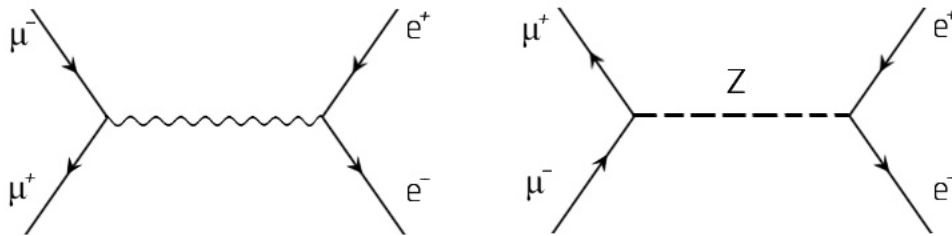


Рис. 6.1 Кварковые диаграммы взаимодействия частицы и античастицы

Первая и наиболее вероятная диаграмма - взаимодействие частицы и античастицы с появлением γ -кванта, вторая - взаимодействие с возникновением нейтрального слабого тока (Рис. 6.1). Эти диаграммы - очень хорошая иллюстрация той неразберихи, которая иногда возникает, когда вы смотрите разные источники и видите разные константы. Потому что если считать эти диаграммы, то разница по вероятности между первым и вторым процессом получится примерно 10^8 . Дальше, извлекая корень из этого числа, получим 10^4 - разницу между константами взаимодействия. Вся проблема находится внутри взаимодействия, потому что в одном случае вылетает безмассовый γ -квант, а в другом - частица с массой 90 ГэВ. Если учесть разницу в массах вылетевших частиц, то получим сравнимые порядки для констант. Наблюдать это явление можно во всевозможных процессах при высокой энергии, например в физике нейтрино. В качестве примера можно привести процесс, когда при больших энергиях сечение взаимодействия нейтрино, которое очень мало, вдруг становится довольно значащим. Этот эффект имеет место из-за того, что константа себя проявляет нормально и уже становится сравнима с электромагнитной.

Пороговая энергия. Экзотермические и эндотермические процессы

Первый тип задач, который мы разберем - это задачи на пороговую энергию, но перед этим стоит рассказать пару слов о реакциях вообще. По сути дела, всё что имеет вид $A + B \rightarrow C + \dots$ может называться реакцией с частицами, если у вас слева и справа стоят частицы. При этом слева практически всегда стоит два компонента, а справа может стоять сколько угодно компонент. Реакции классифицируются по очень широкому спектру параметров, один из которых - кинематика. По кинематическим признакам все реакции делятся очень просто: это реакции с выделением или с поглощением энергии. Далее вводится характеристика, равная разнице между тем что было и тем что стало.

$$Q = \sum m_i - \sum m_f, \quad (6.1)$$

где индекс i указывается на начальные частицы, а индекс f - на конечные.

Дальше у вас возможно два варианта: первый вариант - $Q > 0$, реакция называется экзотермической. С экзотермическими реакциями мы познакомимся во второй половине нашего курса, например это реакция термоядерного синтеза. Вторым вариантом - $Q < 0$, эндотермическая реакция. В реальной практике чаще всего приходится иметь дело со вторым типом реакций. При этом возникает вполне логичный вопрос, а что будет если $Q = 0$. Экспериментально почти невозможно представить наличие такой реакции, при которой произошло взаимодействие, а дальше образовались какие-то компоненты с кинетической энергией 0. Но с точки зрения математики, это тоже случай эндотермической реакции.

В случае, когда $Q \leq 0$, возникает понятие порога реакции или пороговой энергии, которая записывается следующим образом:

$$E_{\text{пор}} = |Q| \left(1 + \frac{m_1}{m_2} + \frac{|Q|}{2m_2} \right), \quad (6.2)$$

где m_1 - масса налетающей частицы, m_2 - масса покоящейся частицы, Q стоит под модулем, так как она отрицательная. Вывод этой формулы идет из кинематических соображений и не очень сложный. Второе и третье слагаемое в этой формуле показывают энергию отдачи и энергию взаимного движения центра масс. Чтобы в формуле остался только один член, используют коллайдерную формулу, которая не очень сильно распространена. Пороговая энергия - это допустимый предел, после которого у вас может пойти процесс, то есть вы её не достигли, то ни при каких обстоятельствах реакция не пойдёт. Это аналог закона сохранения энергии в данном случае. Уметь быстро оценивать пороговую энергию очень важно с практической точки зрения.

Задача 6.2 Найти пороговую энергию γ -кванта в реакции

- 1) $\gamma + p \longrightarrow p + \pi^0$ (145 МэВ)
- 2) $\gamma + p \longrightarrow p + \pi^- + \pi^+$ (322 МэВ)
- 3) $\gamma + p \longrightarrow n + \pi^+$ (152 МэВ)
- 4) $\gamma + n \longrightarrow n + \pi^-$ (148 МэВ)

Первое что нужно - посчитать реакцию, то есть найти Q . В данном случае очень удобно: стоят две идентичные частицы, а третья не имеет массы. Фактически Q определяется массой покоя нейтрального пиона. Нетрудно заметить, что реакция эндотермическая. Далее нужно просто посчитать по формуле 6.2, то есть вы находите массу пиона и подставляете её в качестве m_2 .

Два важных замечания о практическом применении формулы для пороговой энергии. Во-первых, для получения достаточного количества γ -квантов в тормозном спектре (Рис. 6.2) нужен ускоритель с энергией, большей пороговой примерно на четверть-треть от её величины. Во-вторых, чем больше энергия, тем выше вероятность процесса, но тогда есть риск ничего не увидеть - слишком много фона.

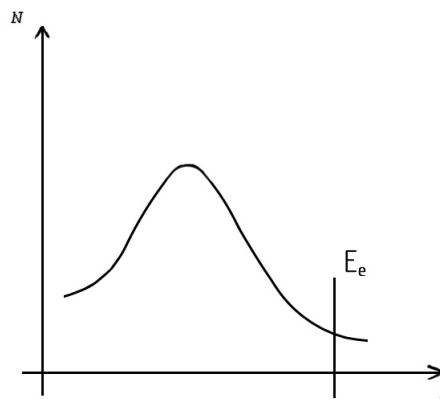


Рис. 6.2 Спектр тормозного излучения электронов

В третьей реакции электромагнитное взаимодействие порождает возникновение петли внутри, происходит адронизация и вы наблюдаете новую частицу - очень хороший процесс, который демонстрирует суть кварковой структуры адронов.

Четвертая реакция примечательна тем, что нет вещества, состоящего из одних нейтронов, поэтому делают следующее: берут какое-нибудь ядро, в котором будет достаточно много нейтронов (то есть это какое-нибудь ядро из среднего ряда, стабильный изотоп с максимальным количеством нейтронов) и используют его, а дальше вычитают те реакции, которые идут за счет взаимодействия с протонами. Таким образом остаются те реакции, которые идут за счёт взаимодействия с нейтронами.

Хорошо когда у вас есть γ -кванты, однако у них есть один существенный минус - это низкое сечение, поэтому не всегда с ними удобно работать. Также у вас может не оказаться под рукой электронного ускорителя, а окажется, например, протонный, и тогда придётся работать с тем что есть, поднимая сечение, но зато имея ещё одну неприятность.

Задача 6.3 Найти пороговую энергию протона в реакции

$$1) p + p \longrightarrow p + p + \pi^0 \quad (280 \text{ МэВ})$$

$$2) p + p \longrightarrow p + p + \pi^+ + \pi^- \quad (600 \text{ МэВ})$$

$$3) p + p \longrightarrow p + p + \Sigma^+ + K^0 \quad (1800 \text{ МэВ})$$

В аналогичных реакциях с γ -квантами требовалось практически ровно в два раза меньше энергии, что и следовало ожидать, глядя на второй член в формуле 6.2. Стоит отметить, что сечение реакции в данном случае будет намного выше, значит и вероятность этой реакции будет существенно выше, чем в прошлой задаче. Все замечания относительно практического применения остаются справедливы.

Все реакции, которые были приведены выше реальны. Единственная реакция, в которой можно сомневаться, когда её пишут на доске - это реакции с нейтрино. Проблема возникает в том, что реально никто не наблюдал его спектров, спектр нейтрино при e -захвате наблюдают исключительно по остаточному рентгеновскому излучению, потому что в лабораторных условиях невозможно зарегистрировать частицу с таким сечением.

Квантовые числа

В любой квантовой системе имеются кварки, которые естественно являются квантово-механическими объектами. В любой квантовой системе есть несколько характеристик, которые входят в структуру волновой функции и представляют из себя индексы, степени и так далее в её записи.

- s - спин
- l - орбитальный момент
- j - полный момент
- π - чётность

Все они имеют глубокий смысл: спин - это собственный момент, орбитальный момент - движение одного относительно другого. Полный момент - это векторная сумма двух других моментов: $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$. Необходимо помнить, что все операции с этими числами идут по двум правилам: во-первых операции векторные, то

есть нужно учитывать направление, во-вторых, эти числа квантовые и их пишут в единицах постоянной Планка, из-за чего они все являются или целыми, или полуцелыми. Если у электрона, например, спин $s = 1/2$ то он может принять два значения: $1/2$ или $-1/2$ - проекции вектора спина. Проекция - это два варианта направления вектора в некотором выдуманном пространстве. Это соответствует реальному поведению частицы в экспериментах: расщеплению пучков, разлётам и так далее. Обратите внимание на то, что частицы никогда не разлетаются шаром, они это делают каким-то хитрым способом, что контролируется именно квантовыми числами. Если смотреть, как описывается угловое распределение в пространстве этих векторов, то можно увидеть там все характеристики.

Чтобы определить чётность волновой функции, необходимо выбрать некую плоскость в пространстве и волновую функцию отразить относительно неё. Если при этом реализуется вариант $\psi(-r) = \psi(r)$, то есть ничего не изменилось, то тогда вы говорите, что волновая функция имеет пространственную чётность $+1$ или является чётной. Если у вас всё поменялось - $\psi(-r) = -\psi(r)$, то функция нечётная и её пространственная чётность равна -1 . Чётность зашивается внутри самой волновой функции, то есть вид волновой функции для частиц с разной чётностью отличается. У кварка (является фермионом) спин равен $1/2$, чётность $+1$, у антикварка спин точно такой же, а чётность противоположная и равна -1 .

Но поскольку свободных кварков не бывает, необходимо сказать о величине l - это относительный момент количества движения, то есть это квантовое число очень сильно связано с энергетическим состоянием системы: чем больше в системе частиц и чем выше энергия, тем больше оно становится. Это связано с принципом Паули, когда вы начинаете складывать все эти числа, через некоторое время количество состояний исчерпывается даже с учётом всех проекций. Тогда можно увеличить l и возникнет другая ситуация, что соответствует действительности, то есть мы наблюдаем резонансные частицы. Орбитальный момент помимо всего прочего влияет и на полную чётность.

Задача 6.4 *Имеются три кварка (qqq) с орбитальным моментом $l = 1$. Найдите максимальное значение полного момента и чётности для системы кварков.*

Во-первых, сначала складываем все спины. Так как требуется найти максимальное значение, можно векторное сложение заменить на арифметическое: $s = 1/2 + 1/2 + 1/2 = 3/2$. Чтобы найти полный момент нужно сложить два максимальных момента: $J = 3/2 + 1 = 5/2$. Чётность мультипликативна, поэтому значения перемножаются $\pi = +1 \cdot +1 \cdot +1 = +1$. Орбитальный момент влияет на чётность, а именно итоговое значение получается по формуле:

$$\pi = \pi \cdot (-1)^l. \quad (6.3)$$

В данном случае получается -1 и окончательный ответ $J^\pi = \frac{5}{2}^-$.

Задача 6.5 *Для заданной системы кварков с указанным орбитальным момен-*

том найти максимальное или минимальное значение полного момента и чётности для системы кварков.

1) $(qqq), l = 2$, максимальное. $J^\pi = \frac{7}{2}^+$

2) $(q\bar{q}), l = 1$, максимальное. $J^\pi = 2^+$

3) $(q\bar{q}), l = 0$, минимальное. $J^\pi = 0^-$

Задача для самостоятельной Существует частица дейтрон, изотоп водорода-2. Фактически он представляет из себя связанную пару (pn) с полным моментом $J = 1$. В литературе иногда можно встретить понятие бинейтрона - системы двух связанных нейтронов, которую в реальности никто не наблюдал. Почему такая система не может существовать?

Семинар 7

Ядро атома. Энергия связи ядра

Задача 7.1 *Существует частица дейтрон, изотоп водорода-2. Фактически он представляет из себя связанную пару (pn) с полным моментом $J = 1$. В литературе иногда можно встретить понятие бинейтрона - системы двух связанных нейтронов, которую в реальности никто не наблюдал. Почему такая система не может существовать?*

Рассматриваемые частицы связаны сильным взаимодействием, также необходимо вспомнить про наличие изоспинов. Их смысл состоит в том, что при сильном взаимодействии для наблюдателя нет различий между дейтроном и бинейтроном, то есть с точки зрения сильного взаимодействия мы увидим две одинаковых системы, а значит их характеристики должны быть очень похожи. У дейтрона спины сонаправлены, потому что полный момент равен единице. Значит автоматически перенося этот факт на систему нейтронов, мы получаем спины бинейтрона тоже должны быть сонаправлены, но это запрещено принципом Паули.

Таким образом можно сделать вывод, что бинейтрон не может существовать, однако есть один нюанс. Дело в том, что в волновой функции дейтрона есть очень хитрый член, который на очень короткое время разворачивает спины протона и нейтрона. Ни к чему хорошему это не приводит, потому что сильное взаимодействие зависит от ориентации спинов. То есть спиновая часть волновой функции фактически формирует потенциал сильного взаимодействия. При этом глубина потенциальной ямы, в которой находятся нуклоны, резко становится очень маленькой, то есть и без того рыхлая система становится совсем рыхлой и разрушается. Таким образом, практически всё время своей жизни дейтрон проводит в состоянии с сонаправленными спинами, из-за чего глубина потенциальной ямы достаточна, чтобы связывать нуклоны вместе. Однако существует небольшая вероятность того, что он может очень короткое время находиться с разнонаправленными спинами, но это состояние энергетически невыгодно. Подводя итог, ответ заключается в следующем: в состоянии с сонаправленными спинами бинейтрон не может находиться по принципу Паули, а вероятность быть в состоянии с разнонаправленными спинами крайне мала.

Ядро и его особенности. Модель жидкой капли

В начале мы познакомимся с некоторыми особенностями ядер. Предметом нашего рассмотрения станут объекты радиуса $r \approx 10^{-13}$ см, связанные сильным взаимодействием. Атомные ядра изучаются достаточно давно - больше 80 лет, однако до сих

пор неизвестен потенциал ядерного взаимодействия V_N . В отличие от кулоновского потенциала, который хорошо известен, с этим потенциалом есть сложности. Существует много модельных представлений, которые как-то описывают происходящее в атомном ядре, но точное описание на настоящий момент не найдено.

Первая модель, которую мы рассмотрим - модель жидкой капли (МЖК). Это самая простая гидродинамическая модель, предложена в 1936 году. Существует множество её модификаций, которые появились уже во второй половине прошлого века, они учитывают очень разные особенности ядра. Главные положения модели жидкой капли заключаются в следующем: это действительно ядерная жидкость (в обычном состоянии представляет из себя сферу), имеющая положительный заряд, не меняющая плотность, но которая может менять свою форму. При изменении формы происходят разные процессы, начиная от различных ядерных возбуждений и заканчивая делением. Таким образом, с помощью такой простой модели удалось достичь всех тех эффектов, которые легли в основу ядерных реакторов и ядерных зарядов в дальнейшем.

В МЖК есть очень важная формула, которая связывает радиус атомного ядра с массовым числом

$$R = r_0 A^{1/3}, \quad (7.1)$$

где $A = Z + N$ - массовое число, а $r_0 = 1.3$ Фм подобрано экспериментально. При низких энергиях данная формула имеет простую механическую аналогию, что радиус ядра пропорционален трети от его объёма. Также взаимодействие в таком случае очень сильно напоминает соударение.

Задача 7.2 *Даны три ядра: бериллий-8, медь-64 и свинец-208. Оценить средние радиусы этих ядер. (2.6 Фм, 5.2 Фм, 7.8 Фм)*

Проанализируем полученную разницу между одним из самых лёгких ядер (бериллий-8) и предпоследним стабильным элементом (свинец-208). Видно что отличие по радиусам крайне небольшое, это конечно связано с очень сильной зависимостью в виде кубического корня. Такие значения соответствуют результатам различных экспериментов в области низких энергий, полученных в течение всей второй половины прошлого века и в нашем веке. Радиус ядра - это область, где сильное взаимодействие проявляет себя. Проверить это очень просто: по формуле Резерфорда считайте расстояние подлёта к ядру, после этого проводите эксперименты и смотрите, при какой энергии формула Резерфорда начинает нарушаться. С помощью такой последовательности действий можно увидеть, когда рассеяние становится не кулоновском, а это значит что уже работает сильное взаимодействие. Радиус, полученный таким способом, хорошо соответствует формуле для капельной модели.

Следующим очень важным свойством ядер является энергия связи. Она представляет из себя разницу масс всех протонов и нейтронов в ядре с массой самого ядра:

$$E(A) = \sum m_{p,n} c^2 - M_A c^2, \quad (7.2)$$

где p, n это не индекс, а вид нуклона.

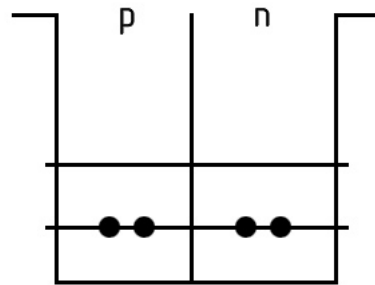


Рис. 7.1 Потенциальная яма ядра гелий-4

На рисунке 7.1 представлена потенциальная яма для гелия-4. Есть некий энергетический уровень и внутри этой ямы находятся четыре нуклона: два протона и два нейтрона. Часто используется "жаргонное" выражение - "возьмём четыре нуклона и поместим их в потенциальную яму но на самом деле потенциальная яма создаётся самими нуклонами. Эта потенциальная яма, которую создают сами нуклоны, и называется энергией связи. Энергия связи для ядра определяет его устойчивость: чем больше энергия связи, тем ядро более устойчиво. Легко понять, что энергия связи зависит от количества нуклонов и эта зависимость близка к линейной. Если энергия связи меньше нуля, это значит, что такого атомного ядра просто не существует. Фактически это означает, что яма поднялась до нуля, пропала и все нуклоны находятся в свободном состоянии.

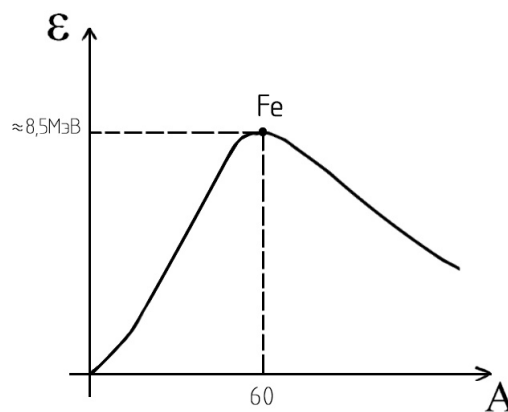


Рис. 7.2 Зависимость удельной энергии связи ядра от массового числа

Также выделяют еще одну величину - удельную энергию связи, которая равна энергии связи, отнесённой к количеству нуклонов:

$$\varepsilon = \frac{E}{A}. \quad (7.3)$$

Для всего диапазона ядер она имеет хорошо проверенную и соответствующую реальности форму, которая представлена на рисунке 7.2.

Эта диаграмма будет появляться в течение всего курса физики ядра. Рисуеться она в модели жидкой капли, если учитывать поправки за счёт других моделей, общий вид диаграммы не изменится, а изменится определённое поведение на некоторых участках, особенно на участках до максимума. В максимуме находится железо и ядра, соседние ему - хром, титан, никель. То есть до 60 кривая примерно всё время поднимается с незначительными флуктуациями, а затем она начинает достаточно медленно убывать. По оси ординат максимум примерно на 8.5 МэВ - это максимальная энергия связи, приходящаяся на один нуклон. Но это не значит, что если вы любому ядру сообщите энергию 8.5 МэВ, то из него вылетит нуклон - все ядра очень разные, но в среднем действительно это так. Поэтому обычно мы говорим об устойчивости ядер: до диапазона 10 МэВ это низкие энергии, после 10 МэВ - средние энергии, которые идут до 200 МэВ - порога рождения частиц (высокие энергии).

Задача 7.2 *Рассчитать удельную энергию связи для следующих ядер:*

- 1) кислород-16, $E = 128$ МэВ (8 МэВ/нуклон)
- 2) углерод-12, $E = 92.3$ МэВ (7.8 МэВ/нуклон)
- 3) гелий-4, $E = 28.3$ МэВ (7.1 МэВ/нуклон)

Если нанести эти точки на кривую энергии связи, то они будут лежать далеко за её пределами. Это яркая демонстрация того факта, что это только модель. Если использовать не только модель жидкой капли, но и привлекать другие модели, то можно увидеть заметные флуктуации на участке до максимума, за железом флуктуации тоже будут, но они практически незаметны. Это связано с тем, что модель жидкой капли (особенно в области лёгких ядер) довольно плохо описывает часть ядер, так как они имеют особые свойства.

Следующим инструментом является вычисление энергии отделения нуклона - это фактически разница между массой первоначального ядра и массой ядра без одного нуклона с учётом массы этого нуклона:

$$E_{n,p} = M_{A-1}c^2 - M_Ac^2 + m_{n,p}c^2. \quad (7.4.1)$$

Также ее можно переписать через энергии связи в следующем виде:

$$E_{n,p} = \sum_{A-1} m_{n,p}c^2 - E(A-1) + m_{n,p}c^2 - \sum_A m_{n,p}c^2 + E(A) = E(A) - E(A-1). \quad (7.4.2)$$

Следует чётко понимать, что это энергия отделения нуклона, не стоит ее путать с β -распадом.

Задача 7.3 *Рассчитать энергию отделения нейтрона для углерода-12, если энергия связи углерода-11 равна 72.9 МэВ (19.4 МэВ)*

Нужно почти 20 МэВ чтобы выбить нейтрон из углерода - это чрезвычайно устойчивое ядро, поэтому неудивительно, что оно стало основой практически всех органических соединений.

Задача 7.4 *Рассчитать энергию отделения α -частицы и энергию отделения нейтрона для кислорода-16, если энергия связи кислорода-15 равна 112 МэВ. (7.4 МэВ, 16 МэВ)*

Получается довольно интересно - энергия отделения α -частицы почти в два раза ниже, чем энергия отделения нейтрона у одного и того же ядра. Это связано с тем что при вылете α -частицы получается очень хорошее ядро углерода-12, а когда вылетает нейтрон - получается довольно нестабильное ядро кислорода-15.

Стоит отметить, что энергия отделение нейтрона - это максимальная энергия отделения для ядер. Если имеется пучок γ -квантов с энергией 20 МэВ, все ядра будут испытывать превращения. Но для большинства из них достаточно энергии в 4-5 МэВ, именно поэтому при проведении экспериментов возникает большое количество радиоактивных изотопов (стабильных ядер меньше 10%). Приведённый пример является хорошей иллюстрацией, что у вас всё-таки есть такая асимметрия в вылете α -частицы и нейтрона, что является свидетельством так называемой кластерной структуры лёгких ядер. Это значит, что самые устойчивые ядра - углерод-12, кислород-16, кремний-28 и так далее вплоть до кальция-40 - все они состоят как бы из α -частиц, потому что у неё очень высокая энергия связи. Дальше за кальцием-40 картинка меняется: начинается дисбаланс в пользу нейтронов в основном из-за кулоновского взаимодействия, хотя в принципе там кластеризация тоже сохраняется.

Обратите внимание, что практически во всех случаях рассматривалось отделение нейтрона, с таким же успехом можно проводить расчёты и для протона, но есть один нюанс. Когда вылетают заряженные частицы, возникает задерживающий фактор в виде потенциального барьера. Например, если вы на кислород-16 подействуете γ -излучением с энергией 7.5 МэВ, вы ничего не увидите, потому что все α -частицы будут находиться за барьером и вероятность обнаружить вылетевшую α -частицу будет крайне низка. Поэтому надо будет увеличить энергию ещё на несколько МэВ, тогда вылет уже можно будет увидеть. Таким образом, энергия отделения заряженной частицы на практике будет выше рассчитанной по формуле 7.4.1.

Задача 7.5 *Рассчитать энергию отделения нейтрона для углерода-13, если энергия связи углерода-13 равна 97.1 МэВ (4.8 МэВ)*

Ещё один хороший пример - это изотопы бора: бор-10 и бор-11, причём второй изотоп является более устойчивым. Если посмотреть на сечение взаимодействия бора-10 с тепловыми нейтронами, то это сечение максимальное вообще для всех процессов в микромире - 20 кбарн. Согласно геометрической интерпретации сече-

ния, 20 кбарн это настолько большая площадка, что она находится за пределами ядра. Получается, что ядро взаимодействует с нейтронами, которые далеко от него находятся, что в корне неверно. Это показывает, что геометрические интерпретации весьма ограничены.



Семинар 8

Коллайдерная формула. Реакции распада. Энергия связи

Коллайдерная формула

Рассмотрим формулу для энергии столкновения частиц, это так называемая коллайдерная формула. Когда происходит взаимодействие частицы с неподвижной мишенью E_H , то много энергии уходит на само взаимодействие, на совместное движение центров масс, на отдачу и так далее, то есть много энергии тратится впустую. Когда происходит встречное столкновение, то энергетическая эффективность такого процесса оказывается гораздо выше, поэтому ожидаемо, что именно кинематические эффекты во втором случае по отношению к первому должны быть гораздо выше. Для этого существуют формулы которые переводят неподвижную систему E_H в подвижную E_{II} через следующее выражение:

$$E_H = \frac{2E_{II}^2}{mc^2} - mc^2. \quad (8.1)$$

Это формула как бы задает эквивалент для энергии в случае неподвижной мишени, если известна энергия в случае встречного столкновения частиц. Эта формула записана для идентичных эквивалентных частиц - две частицы или частица и античастица с равной массой m .

У данной формулы есть два предельных случая для нормальных ускорителей - для протонов и электронов, соответственно. Для протонов все единицы переводят в ГэВ. Масса протона примерно 1 ГэВ, поэтому знаменатель в первой дроби можно не учитывать. Также можно пренебречь и вторым членом, так как энергия в подвижной системе должна быть существенно больше 1 ГэВ, причем её дополнительно нужно возвести в квадрат. Тогда формула для протонов примет вид:

$$E_H = 2E_{II}^2. \quad (8.2)$$

Размерности не должны смущать, так как здесь рассматриваются просто числа в ГэВ и слева, и справа.

Задача 8.1 (LHS) Энергии сталкивающихся пучков протонов 7 ТэВ. Посчитайте, какую энергию для протонного ускорителя с неподвижной мишенью необходимо иметь, чтобы получить такой же энергетический эффект? (10^8 ГэВ)

Для сравнения 10^8 ГэВ - это энергия космического излучения в довольно высоком диапазоне. Этот пример является яркой демонстрацией выгоды от использования

коллайдерной схемы.

Теперь сделаем то же самое для электронов: также переводим все единицы в ГэВ, второе слагаемое пренебрежимо мало (масса покоя электрона 0.5 МэВ), а в первом появляется множитель 1/2000. Тогда формула примет вид:

$$E_H = 4000E_{\Pi}^2. \quad (8.3)$$

Задача 8.2 (LEP) Максимальная энергия электронов в ускорителе равна 100 ГэВ (больше пока не можем по всем законам движения по окружности). Попробуйте найти эквивалент. ($4 \cdot 10^7$ ГэВ)

Кинетическая энергия частицы в реакции распада

Задачи в этой теме очень разные по сложности. С одной стороны, кому-то может попасться задача типа "Нейтральный пион распадается на два γ -кванта. Найдите энергию каждого γ -кванта". Поскольку этот распад имеет абсолютно аннигиляционный характер, то вся энергия уходит только на два γ -кванта поровну. Но в этом же разделе есть самые сложные в техническом плане задачи - это распад частиц с нейтрино. Проблема заключается в том, что нам нужно определить кинетическую энергию нейтрино, возникающего в этой реакции. Рассмотрим решение подобных задач на примере распада заряженного π -мезона, аналогично решаются задачи с каонами.

Реакция имеет вид: $\pi^+ \longrightarrow \mu^+ + \nu_{\mu}$.

Далее нужно выписать три выражения, с помощью которых мы и оценим неизвестную энергию.

- 1) закон сохранения энергии: $m_{\pi}c^2 = m_{\mu}c^2 + E_{\mu} + E_{\nu}$, слева стоит масса покоя пиона (предполагаем, что распад происходит из состояния покоя, то есть кинетическая энергия равна нулю), а справа - масса покоя мюона, его кинетическая энергия и полная энергия нейтрино (так как масса точно неизвестна). На сегодняшний день имеется ограничение по массе мюонного нейтрино - 170 кэВ, отсюда можно сделать вывод что скорее всего значительную часть этой энергии унесёт нейтрино, который будет ультрарелятивистским, то есть для него справедливо $E_{\nu} = pc$.
- 2) закон сохранения импульса в векторной форме: $\vec{p}_{\mu} + \vec{p}_{\nu} = 0$. Справа должен быть ноль, так как распад идет из состояния покоя.
- 3) равенство для полной энергии мюона: $p_{\mu}^2c^2 + m_{\mu}^2c^4 = (m_{\mu}c^2 + E_{\mu})^2$

Из первого выражения получаем энергию нейтрино через остальные величины:

$$E_{\nu} = (m_{\mu}c^2 - m_{\pi}c^2) - E_{\mu}. \quad (8.4)$$

Из второго выражения следует, что по абсолютной величине импульсы мюона и нейтрино равны, тогда в третьем выражении можно сделать замену. Тогда получим

$$E_\nu^2 + m_\mu^2 c^4 = (m_\mu c^2 + E_\mu)^2. \quad (8.5)$$

Подставив (8.4) в (8.5) получим:

$$(m_\mu c^2 - m_\pi c^2)^2 - 2E_\mu(m_\mu c^2 - m_\pi c^2) + E_\mu^2 + m_\mu^2 c^4 = m_\mu^2 c^4 + 2m_\mu c^2 E_\mu + E_\mu^2.$$

Раскрыв скобки во втором слагаемом и приведя подобные члены, приходим к следующему выражению

$$(m_\mu c^2 - m_\pi c^2)^2 - 2E_\mu m_\pi c^2 = 0,$$

откуда нетрудно получить энергию мюона

$$E_\mu = \frac{(m_\mu c^2 - m_\pi c^2)^2}{2m_\pi c^2}. \quad (8.6)$$

Как можно видеть, никакой принципиальной сложности в этой задаче нет, она просто требует терпения и аккуратности в раскрытии квадратов. Аналогичным образом можно было найти и энергию нейтрино, но если в условии просили найти энергию нейтрино, а вы нашли энергию мюона, то нужно из полной выделившейся энергии вычесть найденную энергию мюона.

Формула Вайцеккера для энергии связи ядра

На прошлом семинаре мы остановились на энергии связи и энергии отделения. Сейчас нас будет интересовать одна формула, с помощью которой можно найти энергию связи для любого ядра. Эта формула носит имя немецкого физика Карла Фон Вайцеккера, который в тридцатые годы был одним из первых, кто начал работать над капельной моделью.

$$E_{\text{св}}(A, Z) = \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma \frac{Z^2}{A^{1/3}} - \rho \frac{(\frac{A}{2} - Z)^2}{A} + \delta A^{-3/4}. \quad (8.7)$$

Общий вид формулы Вайцеккера получается из общих соображений, а вот значения коэффициентов подобраны по результатам экспериментов:

- $\alpha = 15.75$ МэВ
- $\beta = 17.8$ МэВ
- $\gamma = 0.71$ МэВ
- $\rho = 94.8$ МэВ
- $\delta = \begin{cases} 34 \text{ МэВ, четно-четное;} \\ 0, \text{ нечетное;} \\ -34 \text{ МэВ, нечетно-нечетное.} \end{cases}$

В некоторых источниках можно встретить немного другой вид формулы, в этом случае коэффициенты будут другими с точностью до арифметических множителей, что естественно ни на что не влияет. С помощью этой формулы, имея под рукой только A и Z , для любого ядра можно оценить энергию связи с точностью примерно 3%, если рассматривать только три первых слагаемых (капельная модель), то точность падает до 8-9 %.

Первые три члена в формуле записываются из соображений капельной модели, а четвертый и пятый были дописаны позже уже из других соображений. Первое: энергия связи пропорциональна массовому числу. Вполне логично, что чем больше вы укомплектовываете ядро нуклонами, тем больше у вас должно уделаться энергии и на его связь. Поэтому энергия зависит, как говорят, от объёма ядра и называется объёмной энергией. В некоторых случаях это единственный положительный член в этой формуле. Второе - это поверхностная энергия, рассуждения аналогичны тем, что были в прошлый раз, когда записывали формулу зависимости радиуса от массового числа. Это означает, что при увеличении ядра, его поверхностное натяжение увеличивается и прочность на разрыв этой системы начинает уменьшаться. Поэтому чем больше площадь поверхности ядра, тем более оно нестабильно. Третье - кулоновский потенциал, чем больше у вас заряд ядра, тем больше вероятность того что оно станет нестабильным.

Четвертое - берется из N - Z -диаграммы, которая для легких ядер очень хорошо лежит вдоль линии $N = Z$. Здесь основное значение имеет конечно числитель, который представляет из себя отклонение от оси $N = Z$, если этого отклонения нет, количество протонов и нейтронов в ядре одинаковое, то этот член зануляется, вы получаете большую устойчивость ядер. До кальция-40 это работает безукоризненно, а после него начинает нарушаться, но надо отметить, что после кальция-40 ядра становятся достаточно тяжелые, и все остальные члены добивают этот недостаток, который мы получаем от применения этой формулы (явно виден модельный подход).

В пятом слагаемом про чётность-нечётность речь идёт чисто в арифметическом смысле, то есть числа протонов и нейтронов делятся нацело на два. Чётно-чётный вариант - у ядра чётное количество протонов и чётное количество нейтронов, нечётное ядро - одно число чётное, другое нечётное, нечётно-нечётное ядро - оба числа нечётные. Это слагаемое учитывает некие внутренние степени свободы ядра, которые не выводятся из простых геометрических соображений.

Задача для самостоятельной Как вы знаете, таблица Менделеева имеет свой конец, но и каждое ядро в своём изотопном ряду имеет последний изотоп, после которого нет ядер для этого элемента. Используя формулу Вайцеккера, найдите последний изотоп для углерода $Z=6$.

Семинар 9

Оболочечная модель ядра

Задача 9.1 Как вы знаете, таблица Менделеева имеет свой конец, но и каждое ядро в своём изотопном ряду имеет последний изотоп, после которого нет ядер для этого элемента. Используя формулу Вайцзеккера, найдите последний изотоп для углерода $Z=6$.

Ответ получается несколько неожиданным: последний изотоп углерод-34. Метод решения очень прост: надо посчитать энергию связи и посмотреть, когда она станет равна нулю. При этой энергии ядра нет, потому что нуклоны как бы вывалились из ямы. Протонов всего 6 и здравый смысл подсказывает что массовое число должно быть где-то 18-20, но никак не 34. Здесь имеет смысл искать только чётные изотопы, так как в этом случае последний член дает максимальную прибавку и вы можете попасть в существующее ядро, если вы будете смотреть чётно-нечётные изотопы, то потребовалось бы ещё больше времени.

Оболочечная модель

Сегодня в течение всего семинара мы будем заниматься оболочечной моделью. На мой взгляд, это самая тяжёлая тема и с точки зрения понимания, и с точки зрения практической реализации по нескольким причинам. Мы работаем с волновой функцией ядра и она состоит из нескольких частей: первая зависит от пространственного распределения $R(r)$, а вторая $Y(\theta, \varphi)$ зависит от углов. С помощью такой функции можно описать вероятность обнаружения частицы с какими-то координатами в каком-то объеме. Могут быть и дополнительные части, например время, но это уже детали. Угловая часть этой волновой функции представляет из себя специальные функции или сферические функции Бесселя, которые весьма поверхностно изучаются в курсе методов математической физики.

По сути дела возникает следующая ситуация: для того чтобы глубоко вникнуть в этот материал, вам надо обладать необходимыми знаниями в области математической физики, которых у вас ещё нет. Поэтому мы смотрим на эти индексы и говорим, что в структуре волновой функции есть части с определенными параметрами, которые мы как-то называем: спин S , орбитальный момент l , чётность π . Если вы посмотрите на сферические функции Бесселя, то здесь вводят порядки функции l, m , где l - тот самый орбитальный момент, который мы называем относительным моментом количества движения, математически он описывается специальной функцией с определенным порядком. Поэтому есть много формул (например, для вычисления полной чётности), которые сейчас мы не можем объяснить, но это из-за сферических функций и особенностей их структуры. Когда все эти рассуждения

переводятся на язык простых чисел и всё хорошо получается, то остается некая неудовлетворенность, потому что непонятно, как это получилось.

Ранее мы считали значение удельной энергии связи для некоторых ядер: гелий-4, углерод-12 и кислород-16 - на кривой зависимости энергии связи от массового числа они оказались выше этой кривой. Это связано с тем что эта кривая записывается, исходя из модели жидкой капли, которая не описывает и не объясняет поведение так называемых магических ядер (углерод-12 - квазимагическое ядро). Всё дело в том, что модель жидкой капли является коллективной моделью, в которой не видно отдельных нуклонов и внутренней структуры.

Когда вы начинаете разглядывать структуру ядер, то оказывается, что она на самом деле состоит из взаимодействующих частиц - появляется так называемая одночастичная модель оболочек. Она берёт своё начало из того, что в ней рассматривается поведение атомного ядра как взаимодействие одного нуклона со всем остальным конгломератом частиц, при этом вы не различаете, что остальные нуклоны тоже взаимодействуют друг с другом. Эта модель имеет свои проблемы: она хорошо описывает поведение для лёгких ядер, для более тяжёлых ядер из-за ряда слабых эффектов она становится не очень хорошо применима, но со значительной частью ядер с её помощью можно благополучно работать.

Когда вы работаете в одночастичной модели оболочек вам нужны характеристики каждого нуклона, с которым вы работаете: S (спин), l (орбитальный момент), π (четность), J (полный момент) - все они имеют физический смысл, например, угловых распределений частиц при взаимодействии. Для того чтобы их измерить, вам нужно провести эксперимент.

При работе с квантовыми числами есть ряд особенностей, нужно помнить что это вектора. Поэтому во-первых, у него могут быть разные значения, то есть его проекция может отличаться от полной длины. А во-вторых, эти вектора складываются как дискретные величины, то есть вы не можете получить любую величину, так как все квантовые числа пропорциональны либо \hbar (постоянной Планка), либо $\hbar/2$. Поэтому, как правило, или у вас полуцелые значения, или целые меняются через единичку, в зависимости от того, какая у вас ситуация.

Приведу пример, как находить полный момент нуклона, который находится в конфигурации с орбитальным моментом $l = 1$. Необходимо помнить, что у всех нуклонов спин равен $1/2$. Совершенно очевидно, что полный момент может складываться из двух компонент: первый случай, когда у вас сонаправлены спин и орбитальный момент, тогда вы получаете $3/2$, а второй вариант, когда они противоположно направлены, тогда получается $1/2$. То есть если ли у вас одно из квантовых чисел не равно нулю, то вы наверняка получите больше одного значения при нахождении полного момента.

Задача 9.2 Пусть у нас есть нейтрон с орбитальным моментом $l = 4$. Найдти

значения полного момента нейтрона. ($7/2$ и $9/2$)

Естественно возникает вопрос, а в каком из состояний находится ядро. Здесь всё на самом деле очень сильно зависит от волновой функции, так как её квадрат равен вероятности обнаружить систему в состоянии с определёнными квантовыми числами. Таким образом, для определения вероятности необходимо выполнить работу по вычислению всей волновой функции в модельном виде.

Рассмотрим систему фермионов с точки зрения оболочечной модели. Первая система фермионов, с которой мы уже сталкивались, это система из протона и нейтрона. Если у вас количество нуклонов небольшое, то вы понимаете что у вас обычно выполняется условие о наименее энергичном состоянии (то есть самый маленький коэффициент в сферической функции это $l = 0$) и тогда у вас получается что $j = 1/2$ и для протона, и для нейтрона. Но дальше вспомните задачу про бинейтрон (задача 7.1). В ней было сказано, что полный момент дейтрона равен 1, это значит что полные моменты каждого нуклона в этой системе сонаправлены. Именно по этой причине у нас отсутствует бинейтрон, потому что это запрещено принципом Паули, но для дейтрона всё нормально работает, но глубина при этом максимальна. Как только вы попытаетесь развернуть ваши полные моменты с помощью передачи энергии, то легко догадаться что при этом и так рыхлая система (2.24 МэВ) разваливается на две части. Поэтому дейтрон существует, а бинейтрон теоретически может существовать, но очень короткое время и потом быстро распадается.

Последняя характеристика, о которой мы сейчас поговорим - это чётность. Здесь всё тоже самое, что и для кварков: чётность может иметь всего два значения $\pi = \pm 1$. Это мультипликативная величина в отличие от аддитивных величин, описанных ранее, то есть если вам нужно найти чётность системы, вы должны умножить чётности всех нуклонов друг на друга. В обычном состоянии внутренние чётности протона и нейтрона равны единице. Определить это можно по структуре волновой функции, если при отражении ничего не меняется, значит чётность положительна, иначе отрицательна. Также в состав волновых функций при взаимодействии входит ещё одна величина, которую называют внешней или орбитальной чётностью, которая равна $\pi_l = (-1)^l$.

Теперь рассмотрим вопрос, как простым способом находить J^π для данного конкретного ядра. Стоит сразу сказать, что данная система вычислений, которая сейчас будет приведена, безукоризненно работает для лёгких ядер и начинает сбиваться для средних ядер и в районе лантаноидов.

Существует три случая для расчётов - чётно-чётные ядра, нечётно-нечётные ядра и чётно-нечётные ядра. Разделение идет по количеству протонов и нейтронов в ядре: если оба числа делятся без остатка на 2, то ядро является чётно-чётным, если только одно из чисел, то чётно-нечётным.

- 1) **Чётно-чётное ядро** В этом случае полный момент-чётность равен 0^+ всегда. Примером такого ядра является гелий-4 - первое дважды магическое ядро.

Легко понять почему у него 0^+ . $l = 0$ - наимизшее состояние, полный момент $J = 1/2 - 1/2 + 1/2 - 1/2 = 0$. Внутренняя четность $\pi = +1 \cdot +1 \cdot +1 \cdot +1 = +1$ и орбитальная четность $\pi_l = (+1)^0 = +1$.

- 2) **Нечётно-нечётное ядро** Здесь всё плохо. Самый простой пример такого ядра - дейтрон, 1 протон, 1 нейтрон. Определить его полный момент - 0 или 1, точно не представляется возможным, существует некая вероятность находиться в каком-то из этих состояний. Поэтому в одночастичной модели оболочек J^π не считается.
- 3) **Четно-нечетное ядро** Давайте посмотрим на конфигурацию литий-5, его можно представить как гелий-4 с 1 дополнительным неспаренным протоном, как бы вращающимся вокруг него. Из-за такой аналогии модель оболочек иногда называют атомоподобной. То есть если у вас один неспаренный нуклон, то вы можете взять остов с его характеристиками, в данном случае $J^\pi = 0^+$, и все квантовые характеристики этого ядра будут привязаны только к неспаренному нуклону. Давайте посмотрим какие характеристики у неспаренного протона: $l = 1$, так как уровень с $l = 0$ уже заполнен (согласно принципу Паули нельзя поместить больше 4 нуклонов на этот уровень). Тогда полный момент равен либо $1/2$, либо $3/2$. Существует правило, что сначала у вас заполняется большее значение, из-за этого система более устойчива. Поэтому $J = 3/2$, осталось посчитать четность: внутренняя четность положительна, а внешняя четность $\pi_l = (-1)^1 = -1$. Поэтому ответ $J^\pi = 3/2^-$.

Сколько нуклонов можно посадить на оболочку $l = 1$: $3/2$ и соответственно $-3/2$, также вектора меняются через 1, тогда остается $1/2$ и $-1/2$. Итого вектор $3/2$ может иметь 4 проекции, а на р-подоболочке $8+4=12$ нуклонов. Итого при полном заполнении первой оболочке $l = 0$ получается гелий-4, при заполнении подоболочки $p_{3/2}$ получаем углерод-12, а заполнив оболочку $l = 1$ целиком кислород-16 (Рис. 9.1). Все это магические и квазимагические ядра. На каждой подоболочке помещается $2j + 1$ нуклон, где j - полный момент нуклона.

Задача 9.3 Найти полный момент и четность для следующих ядер

- 1) ^{13}C , $J^\pi = 1/2^-$
- 2) ^{11}B , $J^\pi = 3/2^-$
- 3) ^{10}B , J^π посчитать невозможно
- 4) ^9Be , $J^\pi = 3/2^-$
- 5) ^8Be , $J^\pi = 0^+$
- 6) ^3He , $J^\pi = 1/2^+$

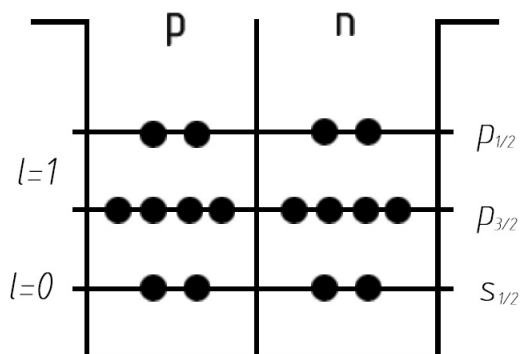


Рис. 9.1 Заполнение оболочек для ядра кислорода-16

Задача для самостоятельной На одном из прошлых семинаров мы пытались поместить электрон в потенциальную яму и пришли к тому, что он там находиться не может. У нас есть ядро литий-6 оно нечётно-нечётное, $J = 1$. Отталкиваясь от этой информации, продемонстрируйте что протонно-электронная модель несостоятельна.

Семинар 10

Распады и их энергии. Квантовые состояния нуклонов

Задача 10.1 На одном из прошлых семинаров мы пытались поместить электрон в потенциальную яму и пришли к тому, что он там находиться не может. У нас есть ядро литий-6 оно нечётно-нечётное, $J = 1$. Отталкиваясь от этой информации, продемонстрируйте что протонно-электронная модель несостоятельна.

Вы пытаетесь сконструировать систему из 6 протонов и трех электронов (иначе не получится заряд 3), так чтобы получить целый спин. Но полуцелое умноженное на 9 никогда не даст целое: обязательно где-то появится $1/2$.

Запись квантовых состояний нуклонов в матричной форме

Рассмотрим, так называемую, запись в матричной форме квантовых состояний нуклонов в ядрах. Это запись, которая показывает структуру нуклонов в ядре: $(1s_{1/2})^4(1p_{3/2})_p^1(1p_{3/2})_n^2$. $(1s_{1/2})^4$ - это первая оболочка, $l = 0$. Индекс 4 означает, что она вся полностью заполнена, четыре нуклона (2 протона и 2 нейтрона). Остальные оболочки отдельно записываются по протонам и по нейтронам. На уровне $p_{3/2}$ один протон (индекс сверху) и 2 нейтрона. Что это за ядро? Первый член даёт гелий-4, добавляем 1 протон (второй член) и получаем литий-5, добавляем еще два нейтрона - литий-7 в основном состоянии. Для подсчёта J^π достаточно посмотреть на последний член в нечётной степени. В данном случае полный момент равен $3/2$, а чётность отрицательная, то есть $3/2^-$. Такая запись позволяет избежать полных выкладок по этому расчёту.

Задача 10.2 Требуется найти полный момент и чётность, а также ответить на вопрос: что это за ядро для следующего квантового состояния:

- 1) $(1s_{1/2})^4(1p_{3/2})_p^8(1p_{1/2})_n^1$; углерод-13, $J^\pi = 1/2^-$
- 2) $(1s_{1/2})^4(1p_{3/2})_p^8(1p_{1/2})_n^1(1p_{1/2})_p^1$; азот-14, J^π не находится
- 3) $(1s_{1/2})^4(1p_{3/2})_p^4(1p_{3/2})_n^3$; углерод-11, $J^\pi = 3/2^-$
- 4) $(1s_{1/2})^4(1p_{3/2})_p^2(1p_{3/2})_n^2$; бериллий-8, $J^\pi = 0^+$

Если все оболочки полностью заполнены по нуклонам, то индекс снизу не ставится. Число 1 перед s и p - это, так называемое, главное квантовое число, уровень энергии, на котором находятся нуклоны в потенциальной яме.

Задачи на распады и их энергии

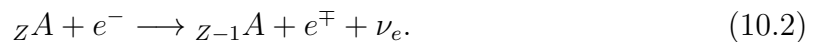
Начнём рассмотрение распадов с β -распада, потому что это наиболее распространённый распад. Его общая характеристика: это радиоактивные превращения ядер с испусканием электронов.

Общая схема β -распада выглядит следующим образом:



Есть ядро A с зарядом Z , которое превращается в ядро в том же массовым числом A с зарядом $Z \pm 1$ с испусканием соответственно электрона (случай $Z + 1$) и нейтрино или позитрона ($Z - 1$) с испусканием антинейтрино, потому что лептонные квантовые числа должны сохраняться. По нейтрино (антинейтрино) понятно, что распад - это слабое взаимодействие. Поэтому β -распад так распространён. Энергия β -распада лежит в пределах от 19 кэВ до 13 с лишним МэВ. Это очень широкий энергетический спектр.

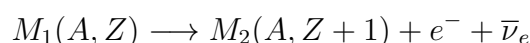
Помимо общей схемы, которая охватывает примерно 97% случаев β -распада, есть ещё распад, который называется e -захват, когда с внешней оболочки атома захватывается электрон и возникает A_{Z-1} как при β^+ -распаде и испускается нейтрино:



Он очень редко встречается. Его периоды полураспада находятся в большом интервале, начиная от микросекунд и заканчивая миллиардами лет.

Главным правилом для того, чтобы посмотреть, является ли ядро β -распадным, является закон сохранения энергии. То есть надо попробовать провести радиоактивное превращение для β -распада, и посчитать энергию, которая при этом получается. С точки зрения нуклонов, например, для β^- - и β^+ -распадов происходят следующие процессы. Масса нейтрона 939.6 МэВ, масса протона 938.3 МэВ. То есть возникает разница на 1.3 МэВ в пользу нейтрона. Поэтому распад протона на нейтрон, позитрон и нейтрино в свободном состоянии невозможен. Он возможен в тех процессах распада, где участвует ядро.

Получим формулу для расчёта энергии β -распада, используя энергии связи начального и конечного ядра. Электроны и антинейтрино имеют непрерывный спектр в силу того, что в каждом акте распада никогда нельзя точно сказать, какую кто уносит энергию. Из этого мы имеем два перекрещивающихся непрерывных спектра и суммарная энергия обозначается E^β . Рассмотрим β^- -распад



. Это сопровождается выделением энергии, поэтому для того, чтобы найти энергию, надо из левой части вычесть массу правой. Поэтому энергия β -распада получится

$$E^\beta = M_1 c^2 - M_2 c^2 - m_e c^2$$

(масса нейтрино не превышает 1 эВ, ей можно пренебречь).

Распишем правую часть через массы протонов и нейтронов, первое ядро описывается первыми тремя слагаемыми.

$$E^\beta = \sum_{(N-1,Z)} m_{n,p}c^2 + m_n c^2 - E_{св1} - \sum_{(N-1,Z)} m_{n,p}c^2 - m_p c^2 + E_{св2} - m_e c^2$$

В выражение входят массы электрона, протона и нейтрона, а это фиксированные числа, поэтому их можно посчитать численно.

$$E^\beta = E_{св2} - E_{св1} + 0.78 \text{ МэВ} \quad (10.3)$$

Аналогично получается формула и для β^+ -распада.

Задача 10.3 *Изотоп водорода тритий радиоактивен (период полураспада 12 лет) и он распадается на стабильный гелий-3 с испусканием лептонной пары. Найти E^β , исходя из того, что энергия связи трития = 8.48 МэВ, энергия связи гелия-3 = 7.72 МэВ. (19 кэВ)*

Задача 10.4 *Найти E^β для распада нейтрона. (0.78 МэВ)*

В данном процессе распадаются нуклоны, а не связанные ядра, поэтому энергии связи = 0.

Поговорим о вероятностях. Есть градация β -распадов по вероятностям. Рассмотрим основное состояние ядра. Связь между квантовыми числами материнского и дочернего ядра имеют существенное значение для вероятности распадов. А именно, есть два варианта. Когда $\Delta J = 0$ и $\pi_1 = \pi_2$. То есть ничего не изменилось, такие переходы называют переходами типа Ферми. Если же $\Delta J = 1$ и $\pi_1 = \pi_2$, то такой переход называется типа Гамова-Теллера. Эти типы представляют собой наиболее вероятные переходы.

Однако бывает другая ситуация. Если чётности не равны или равны, но ΔJ возрастает очень сильно, то возникает, так называемое, понятие порядка запретов. Обозначается оно l . Предполагается, что J больше единицы. Величина l называется порядком запрета, а переходы называются запрещёнными. В отличие от них переходы типа Ферми и типа Гамова-Теллера называются разрешёнными переходами. Запреты в данном случае говорят о низкой вероятности перехода, а не о его невозможности. Чем больше порядок запрета l , тем меньше вероятность этого перехода. Можно считать, что если l меняется на 1, то вероятность перехода падает на два порядка. Поэтому запрещённые переходы действительно редко встречаются.

Задача 10.5 *Стронций-90 (0^+ основное состояние) распадается на иттрий-90 (2^- основное состояние) с выбросом лептонной пары. Найти порядок запрета. (запрещённый переход первого порядка)*

Бывают случаи, когда вы находите переход пятого порядка запрета, и надо сравнить, есть ли другой вариант для этих двух ядер. Если он есть, то этот запрещённый переход будет очень сильно подавлен. А если другого варианта нет, то этот процесс будет идти, хоть и медленно.

Задача 10.6 *Имеется реакция ${}^3\text{H}(1/2^+) \rightarrow {}^3\text{He}(1/2^+) + e^- + \bar{\nu}_e$. Найдите порядок запрета. (разрешённый переход типа Ферми)*

При β -распаде на лептонную пару выделяется 19 кэВ. Получает ли энергию ядро гелия? Энергия, которую приобретает дочернее ядро в результате распада, называется энергией отдачи. В данной задаче энергия отдачи будет порядка 3 эВ. На самом деле энергия настолько мала, что кажется, что ей можно пренебрегать, но далеко не всегда эффекты отдачи настолько малы, что ими можно пренебречь.

Задача для самостоятельной *Энергия связи никеля = 512.82 МэВ, энергия связи кобальда равна 510.78 МэВ. Можно посчитать энергию β -распада. Однако максимальная граница значения энергии электронов здесь всего-навсего 318 кэВ. Предполагается, что при расчете получится другая энергия. Сравните эти две энергии и попробуйте объяснить, куда исчезает часть энергии в этом распаде.*

Семинар 11

Гамма-переходы

Задача 11.1 Энергия связи никеля = 512.82 МэВ, энергия связи кобальта равна 510.78 МэВ. Можно посчитать энергию β -распада. Однако максимальная граница значения энергии электронов здесь всего-навсего 318 кэВ. Предполагается, что при расчете получится другая энергия. Сравните эти две энергии и попробуйте объяснить, куда исчезает часть энергии в этом распаде.

Энергия β -распада в данной реакции составляет 2.8 МэВ, но при этом сказано, что наблюдение электронов происходит при 0.32 МэВ. В данном случае идет переход $5^+ \rightarrow 0^+$ из чего можно сделать вывод, что это переход пятого порядка запрета, то есть он должен быть очень подавлен по сравнению со всеми остальными. Конкурирующий переход здесь - возможность перейти на какое-то возбужденное состояние дочернего ядра, что и происходит (второе возбужденное состояние никеля). Сначала у вас происходит β -распад с низкой энергией, а затем около 2.5 МэВ забирается на γ -кванты, возникает каскад из двух переходов: $4^+ \rightarrow 2^+$, $2^+ \rightarrow 0^+$.

Гамма-переходы

Таким образом у нас появляется дополнительное явление, которое очень часто принимают за распад, но который таковым не является, речь идет о γ -переходах. Первое что необходимо помнить - распады происходят с изменением ядра, его структуры и состава. В γ -переходах ничего не меняется, изменяется только энергетическое состояние. γ -переход никогда не будет самостоятельным распадом, то есть это всегда вторичный процесс, то есть сначала произойдет распад (чаще всего β , но может быть любой) и только потом у вас происходит процесс γ -перехода.

Также можно сделать еще одно замечание - это терминология по отношению к γ -источникам. Потому что когда мы с вами говорим, что кобальт-60 является γ -источником, это конечно неправильно - это источник β -излучения, который дает вам никель-60, который переходит в основное состояние. Но во-первых, так говорить очень длинно. Во-вторых, очень тонким моментом является тот факт, что γ -кванты, которые здесь возникают, вылетают из возбужденного состояния стабильного ядра, поэтому называть источником никель-60 вообще неправильно, так как он является стабильным ядром. А вот кобальт инициирует этот процесс и приводит к появлению γ -квантов в этом случае, поэтому логично называть именно кобальт-60 источником в том числе и γ -излучения.

При изучении атомного ядра γ -переходы в ядрах составляют большинство методов (около 2/3), которые с этим связаны. γ -переходы - это электромагнитный тип

взаимодействия и в ряде случаев можно пользоваться так называемым модельно-независимым подходом. В γ -переходах электродинамика классическая или квантовая, то есть известны потенциалы. γ -переходы имеют чисто экспериментальное объяснение. Самые хорошие детекторы, с самой высокой разрешающей способностью - это именно γ -детекторы.

Попробуем различать γ -кванты по их типам и посмотрим как они устроены. Замечание по поводу типов γ -квантов. Здесь много терминологии похожей на β -распады: никаких запрещённых переходов в случае γ -квантов нет.

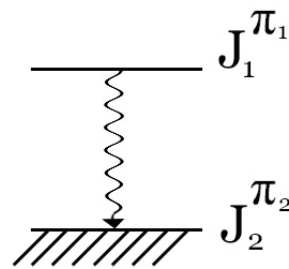


Рис. 11.1 Переход из возбуждённого состояния в основное

На рисунке 11.1 показан переход из возбуждённого состояния в основное. Нас интересуют характеристики γ -квантов. Мы не можем приписать безмассовой частице γ -кванта свойства массивных частиц. Поэтому вводится понятие момента l_γ для γ -кванта и чётности: π_γ

$$|J_1 - J_2| \leq l_\gamma \leq |J_1 + J_2|, \quad (11.1.1)$$

$$\pi_\gamma = \pi_1 \cdot \pi_2. \quad (11.1.2)$$

Дальше вводится новая терминология: мы говорим, что у γ -квантов есть мультипольность и записываем её в виде E_l или M_l , при этом для E и M должны быть выполнены правила:

$$E : \pi_\gamma = (-1)^l, \quad (11.2.1)$$

$$M : \pi_\gamma = (-1)^{l+1}. \quad (11.2.2)$$

По параметру l мультипольности называются так: 1- дипольные, 2- квадрупольные, 3 - октупольные и так далее. Если переходу соответствует несколько разных мультипольностей, то их вероятности считаются точно так же, как и в случае β -распада, потому что это электромагнитное взаимодействие. Чем выше l , тем меньше будет вероятность. Отличаются вероятности переходов не только по l , но и по типу перехода. E оказывается чуть более вероятным, чем M . Знание мультипольности даёт представление, что и куда полетит. Знание l в принципе даёт угловое распределение в плоскости, знание типа перехода даёт угловое распределение в пространстве.

Задача 11.2 Цезий-137 испытывает β -распад на первое возбуждённое состояние бария-137, период полураспада у этого источника 30 лет. Угловые характеристики записаны на рисунке 11.2. Посчитать мультипольность. (М4, Е5, М6, Е7)

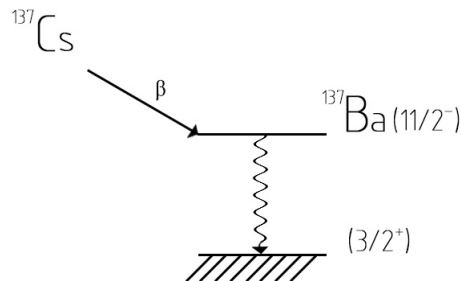
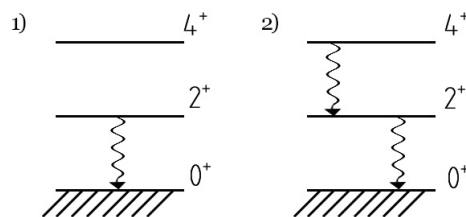


Рис. 11.2 β -распад цезия-137

l будет лежать в пределах от 4 до 7. Берем минимальную l и задаем себе вопрос: это будет Е4 или М4? Здесь четность отрицательная. Поэтому минимальная мультипольность будет М4. А дальше они будут чередоваться с увеличением l . Это означает, что вылетает четыре группы гамма-квантов с разными мультипольностями.

Задача 11.3 Определить мультипольность для процессов на рисунке (Е2; Е2, М3, Е4, М5, Е6)



Первые эксперименты с γ -квантами были сделаны в конце 20-х годов прошлого века. И первая схема была очень проста. Потому что в это время были проведены эксперименты по резонансному рассеянию на атомах. Брели какой-либо флуоресцирующий элемент и облучали им тот же самый элемент, который флуоресцировал и наблюдали вторичную флуоресценцию за счёт резонанса.

Допустим есть цезий-137, который распадается на первое возбуждённое состояние бария-137 с испусканием γ -кванта (см. Рис. 11.2). Если рядом с цезием положить кусок кристалла бария-137, то в цезии будет образовываться небольшое количество бария в возбуждённом состоянии. Они будут испускать γ -кванты, которые будут возбуждать ядра в том куске кристалла. Почему так сложно? Источник, как правило, очень маленький, и иногда низкоэффективный. С ним неудобно работать,

и намного проще работать с большим кристаллом. Когда стали проводиться первые эксперименты, то никакого резонансного возбуждения не получалось. В начале 30-х годов был открыт эффект отдачи ядра. Для γ -квантов происходит эффект отдачи ядра, когда из бария-137 вылетает γ -квант, то часть энергии остается в ядре. Она тоже сравнима с эВ как и энергия отдачи в случае β -распада. Основная масса ядерных уровней распадается в интервале $10^{-10} \sim 10^{-15}$ с.

Задача 11.4 Чему равна ширина уровня, который распадается за время 10^{-10} секунд? (около 10^{-6} эВ)

Для этого надо вспомнить соотношение неопределенности. Предположим, что энергия отдачи будет 0.5 эВ. Соотношение между энергией отдачи и шириной уровня колоссальное. В этом случае не будет никакого резонанса. Возникновение энергии отдачи приводит к тому, что энергия реально вылетающего γ -кванта немножко меньше, чем рассчитанные значения. Впервые резонанс в ядрах наблюдался только в 1951 году. В 1958 году был открыт эффект Мессбауэра - это резонансное поглощение ядер без отдачи за счет охлаждения источника до температуры жидкого азота.

Рассмотрим проблему энергетических разрешений. Самые сильные уровни с очень малыми временами жизни имеют ширины порядка 7-10 эВ, а самые качественные детекторы при энергии γ -квантов в районе 1 МэВ дают нам сейчас энергетическое разрешение порядка 1 кэВ. Это приводит к тому, что напрямую из результатов измерений получить ширины уровней невозможно.

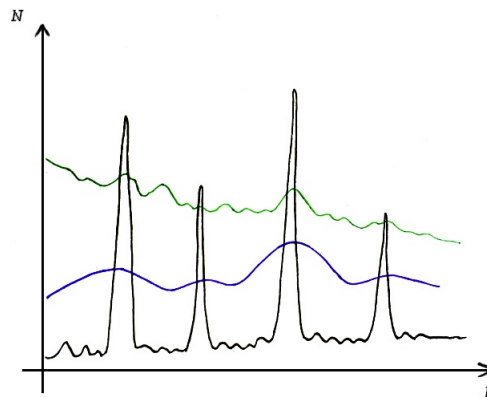


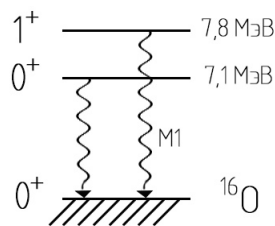
Рис. 11.3 Энергетический спектр ядра в теории и на практике

Представьте себе что вы хотите наблюдать энергетическую структуру ядра, чтобы экспериментально решить уравнение Шрёдингера для этого ядра. Вы романтик, поэтому представляете себе энергетический спектр как последовательность выделенных пиков и шума между ними (Рис. 11.3, чёрная линия). Это те самые квантованные состояния значения энергии, которые вы получаете при решении уравнения Шрёдингера. Но вы забываете одну простую вещь: ширины уровней порядка мэВ, а детектор всё даёт с точностью до кэВ. Тогда пики опустятся по высоте и станут более плавными, причём на этой картинке у вас сохраняется интеграл под двумя

кривыми, потому что число γ -квантов никак не связано с имеющейся у вас аппаратурой (Рис. 11.3, синяя линия). Но так как вы романтик, вы ещё забываете про фоновое излучение и не видите ничего (Рис. 11.3, зелёная линия).

В каких случаях вы у вас может быть хорошая ситуация? Вы правильно сконфигурировали защиту, поставили хорошо детектор, провели долгие методические исследования - тогда вам получится наблюдать пару сильных уровней, которые скорее всего уже известны, а вам всё-таки хочется получить что-то новое. А вот дальше все очень сильно зависит от сложения ваших усилий и от того ядра, которое вы исследуете. Потому что если в ядре есть сильные короткоживущие уровни, то вы сможете что-то наблюдать. Но если вы попадёте в зону какого-нибудь нечетно-нечётного ядра где как говорят возбуждение фрагментированное и там схема уровней представляет из себя сплошную череду уровней, которые к тому же перекрываются, то скорее всего вы не сможете увидеть практически ничего. Поэтому пока мы не продвинемся в экспериментальных возможностях к меньшим разрешающим способностям, а это связано со свойствами материалов, которые мы используем для детекторов, толку не будет. Полученный интеграл с вычетом фона и с учётом там угловых распределений вы можете обработать и вытащить отсюда искомую ширину уровня, а такого явления чтобы напрямую поставили детектор и наблюдали естественную ширину в физике ядер нет в отличие от физики частиц.

Задача для самостоятельной *Имеется ядро кислорода-16, второе возбуждённое состояние 1^+ с энергией 7.8 МэВ и первое возбуждённое состояние с энергией 7.1 МэВ, но на беду его характеристики 0^+ . Как будет вести себя кислород в первом возбуждённом состоянии?*



Семинар 12 Альфа-распад

Задача 12.1 *Имеется ядро кислорода-16, второе возбуждённое состояние 1^+ с энергией 7.8 МэВ и первое возбуждённое состояние с энергией 7.1 МэВ, но на беду его характеристики 0^+ . Как будет вести себя кислород в первом возбуждённом состоянии?*

Для решения задачи необходимо вспомнить про электроны внутренней конверсии. Когда у вас возникает не возможный γ -переход, а переход типа $0-0$ (запрещён полностью, потому что нет соответствующих мультипольностей у γ -квантов), то возникает электромагнитное возбуждение ядра с необходимостью куда-то его передать. У нас есть процесс, когда появляется интерференция между волновыми функциями ядра и атома. Необходимо помнить, что когда мы говорим о ядре, мы забываем, что на самом деле вещество вокруг нас это атомы и атомные структуры в первую очередь. И если у вас температуры находятся ниже уровня 10^9 и выше градусов и энергии лежат в диапазоне до десятков МэВ, то вы наблюдаете атом. Более того, даже в звёздах мы очень хорошо видим атомные спектральные линии, потому что там очень много временных свободных электронов, из-за чего ионизованное вещество постоянно совершает рекомбинацию и тут же распадается. Поэтому мы знаем, что у нас есть атом и всё это возбуждение, которое напоминает γ -кванты (γ -переходы носят электромагнитный характер), спокойно переходит на внешнюю оболочку и один из электронов вылетает из атома. Явление носит название внутренней конверсии, потому что внутри атома происходит конверсия - передача энергии электронов.

Альфа-распад

Сегодня мы поговорим с вами о распадах и α -распаде в частности. Он интересен тем, что он очень хорошо иллюстрирует поведение частиц в атомных ядрах с точки зрения их внутренней квантовой структуры и с точки зрения тех факторов, которые обеспечивают радиоактивный распад в принципе. α -распад - это самопроизвольный выброс ядер гелия. Самые лёгкие ядра не склонны к α -распаду - как мы уже считали энергия отделения из кислорода для α -частицы получается положительной.

Задача 12.2 ${}^{197}_{79}\text{Au} \rightarrow {}^{193}_{77}\text{Ir} + {}^4_2\text{He}$ Энергия связи предполагаемого источника - 1525.8 МэВ, предполагаемого дочернего ядра - 1497 МэВ. Проверить, возникает ли здесь положительная энергия отделения или же энергия в таком процессе выделяется. (0.5 МэВ)

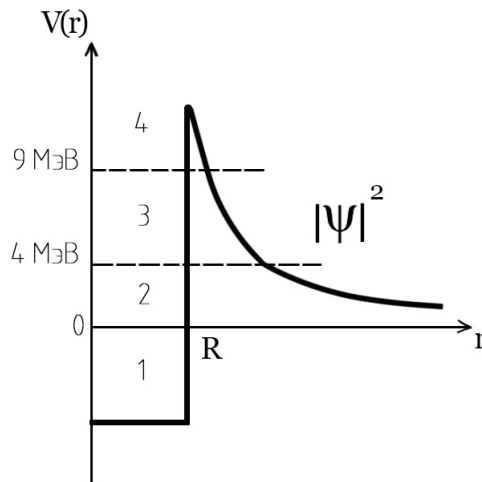


Рис. 12.2 Поведение α -частиц в зависимости от их энергии

На рисунке 12.2 представлено объяснение поведения образовавшихся в ядрах кластеров и их дальнейшая судьба. Когда говорили про энергию отделения, мы видели, что из ядер (особенно из лёгких) гораздо легче выдернуть α -частицу, нежели например, нейтрон. Потому что α -частица - устойчивый объект, из-за чего для ядер характерна кластеризация. Когда внутри какого-либо ядра появляются сильно связанные объекты и если вы решаете вопрос о том, какой объект выдернуть, то такой кластер будет с высокой вероятностью вылетать. Поэтому внутри любого ядра может образоваться α -частица. Но если, например, реализуется случай 1, то α -частица не может покинуть ядро, поскольку она находится внутри потенциальной ямы с энергией меньше нуля. То есть для того чтобы получить возможность покинуть потенциальную яму, α -частице нужно свою энергию как минимум до нуля увеличить. Подобные ситуации реализуются в лёгких ядрах, например, у кислорода, для которого получали энергию отделения 7.1 МэВ, α -частица будет выглядеть именно так, то есть относительно α -распада абсолютно устойчивая и стабильная система.

Ситуация меняется, когда α -частица переходит в область над нулем (случай 2). Это реализуется, например, в рассмотренной задаче. Имеется энергетическая выгода для покидания α -частицы вашего ядра. Но если в случае 1 имеется потенциальная яма, то здесь возникает суперпозиция двух потенциалов: ядерного и кулоновского, что приводит к образованию так называемого потенциального барьера (иногда можно встретить термин кулоновский барьер). Для преодоления этого барьера α -частица может туннелировать: волновую функцию нужно найти слева и справа от барьера, - и пройти через барьер. Процесс явно носит вероятностный характер. Таким образом, когда вы считаете распад с любой заряженной частицей, то возникает вероятность прохождения через потенциальный барьер. Если у вас α -частица будет подниматься выше по энергии, то вероятность её вылета из ядра начнёт увеличиваться, причём довольно сильно.

Для α -распада имеется количественное выражение - связь между периодом по-

лураспада α -распадного ядра (в секундах) и энергии вылетающих частиц (МэВ), которое носит название закон Гейгера — Нэттола (начало 30-х годов):

$$\lg(T_{1/2}) = \frac{150}{\sqrt{E}} - 55. \quad (12.1)$$

Разумно что здесь обратная пропорциональность, то есть чем больше энергия, тем меньше период полураспада и наоборот. Но самое замечательное в этой формуле - это десятичный логарифм, то есть очень сильная зависимость между изменением энергии и изменением периода полураспада. При малом изменении энергии α -частицы происходит гигантское изменение периода полураспада. Из-за этого происходит очень интересный эффект: пока вы не достигли величины около 4 МэВ, вы не будете наблюдать сколь-нибудь значащий период полураспада, которого вам будет достаточно для реального наблюдения этого процесса. Именно поэтому в методичках написано, что альфа-частицы вылетают с энергиями от 4 до 9 МэВ. Нижний предел - это реально регистрируемые α -частицы, а верхний предел возникает из-за того, что при сильном завышении энергии период полураспада станет таким маленьким, что вы просто не будете иметь технической возможности измерить это ядро.

Именно поэтому в 3 области лежат реальные α -распадные ядра, а в области 4 лежат ядра гипотетически α -распадные, у которых чрезвычайно малое время жизни. Именно из-за этого мы привыкли наблюдать в таблице Менделеева α -распадные ядра с атомными номерами 84 и больше, но в действительности и в ряду ядер с гораздо меньшими атомными массами и зарядами можно встретить α -излучатели. Самый лёгкий α -излучатель из измеренных на сегодняшний день - это теллур-111 с зарядом 52. Энергия α -частиц, которые вылетают из него равна 3,1 МэВ. С помощью закона Гейгера — Нэттола можно подсчитать, что период полураспада получится порядка 10^{22} лет. Поэтому многие экзотические виды распада при существующей методике и технике измерения полураспада невозможно наблюдать.

Ядер из области 4 не так много, которые в принципе могут испускать α -частицы, потому что должна быть соответствующая структура. Если Вы посмотрите на те ядра, которые могут испускать α -частицы с небольшой энергией, это будут, как правило, достаточно тяжелые ядра. Если начать на них воздействовать, то вы сможете найти варианты, когда вроде бы стабильное ядро вроде бы испускает α -частицу.

Говоря математическим языком, есть два условия альфа-распада: первое необходимое и второе достаточное. Необходимое условие - это закон сохранения энергии. Если вы посмотрите на закон сохранения энергии и увидите, что он не выполняется, никакие рассуждения о вероятностях вам не помогут, процесса просто нет. Если вы убедились что по энергии у вас все проходит, то это не означает, что процесс действительно пойдёт. Далее вы вспоминаете что у вас есть понятие вероятности и уже вы или самостоятельно рассчитываете, или пользуясь готовыми формулами, оцениваете эту самую вероятность. Если вероятность приемлема, тогда уже можно утверждать, что процесс идёт и мы его можем регистрировать. Если же вероятность очень мала, то вы можете констатировать только тот факт что теоретически

процесс может идти, но наблюдать его скорее всего не получится.

α -частицы лежат в интервале от 4 до 9 МэВ, но это не означает что теоретически не может существовать ядер, у которых α -частица имеет меньшую или большую энергию, но вы не сможете увидеть эти случаи. Впрочем бывают исключения, связанные не с нарушением законов квантовой механики, а с особенностями конечных или начальных состояний ядер.

При α -распаде могут реализовываться ситуации, показанные на рисунке 12.3.

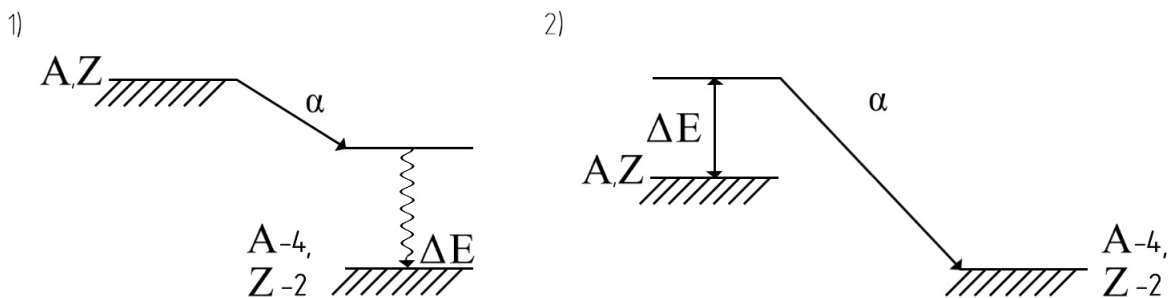


Рис. 12.3 α -распад ядер с появлением короткопробежных (случай 1) и длиннопробежных (случай 2) α -частиц

Для α -частиц работает тот же самый механизм, связанный с вероятностями и квантовыми характеристиками переходов. Так как здесь очень сильно работает сильное взаимодействие, то возможно образование ядра в возбуждённом состоянии. Такой случай для α -распадов встречается реже, чем для β -распадов, но всё равно это может быть. Тогда в дочернем ядре может возникнуть возбуждённое состояние и α -распад пойдёт на это возбужденное состояние. Из-за этого образуется энергетический зазор, который может быть весьма большим. А теперь представьте себе, что у вас расчётное значение энергии α -частицы, которое было бы при переходе из основного состояния в основное, не такое большое - чуть больше 4 МэВ, а вот зазор весьма велик - 1.5-2 МэВ. Тогда можно получить α -частицы, реально вылетающие с нормальной интенсивностью, но регистрируемые с очень низкой энергией (1-2 МэВ). Такие α -частицы называются короткопробежными. Пробеги частиц связаны с их энергиями, если энергии очень маленькие, то и пробеги будут короткими. Поэтому если вдруг встретили вариант, когда у вас спокойно регистрируется альфа-частица с очень маленькой энергией, не надо думать что нарушается закон Гейгера — Нэттола, возможно распад произошел не на основное состояние.

Задача 12.3 Есть ядро тория-232, который из основного состояния испускает группы α -частиц, которые идут на возбуждённое состояние конечного ядра. Их энергии равны 6.23, 6.04, 5.89 и 5.66 МэВ. На основании этих данных нужно понять какое ядро конечное, а также построить схему нижних возбуждённых

уровней этого конечного ядра.

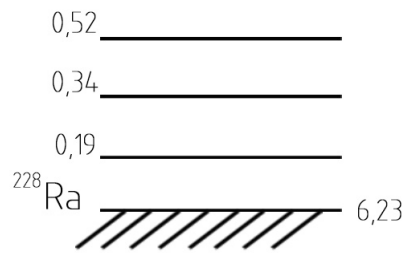


Рис. 12.4 Схема нижних возбуждённых уровней ядра радия-228

Для того чтобы определить номер дочернего ядра, нужно иметь таблицу Менделеева и посмотреть номер тория и что получается при α -распаде. Получается радий-228, запишем какие у него энергетические состояния. В данном случае энергии нормальные, но α -частицы идут на возбужденное состояние. Если не сказано ничего другого, то мы предполагаем, что распад идёт и на основное состояние, поэтому энергия 6.23 МэВ соответствует основному состоянию. Далее уровни получаются вычитанием известных энергий из энергии основного состояния, получаем последовательность состояний: 0.19, 0.34 и 0.57 МэВ соответственно. То есть если вы измерили энергии α -частиц, то вы составили спектр нижних уровней ядра. α -спектроскопия вполне применима, но тем не менее она не очень удобна. Как правило при измерении энергии вы измеряете ее не с такой хорошей точностью, как например при использовании γ -спектроскопии, которая дает самую высокую точность.

Задача 12.4 Имеется ядро радона-218 и происходит распад на основное состояние ядра полония-214, при этом вылетают α -частицы с энергиями 5.34, 5.62, 5.83 и 6.02 МэВ. На основании этих данных нужно построить схему возбуждённых уровней исходного ядра.

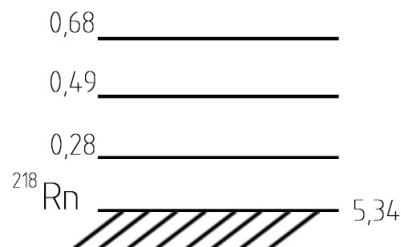


Рис. 12.5 Схема возбуждённых уровней ядра радона-218

Так как исходное ядро находится в возбуждённом состоянии, то основное состояние - 5.34 МэВ. Структура энергетических уровней записывается как расстояние

между основным уровнем и энергией α -частицы, что составляет 0.28, 0.49 и 0.68 МэВ соответственно. В данном случае последнее возбуждённое состояние находится уже на 700 кэВ, если поднимать ещё выше, то вы бы увидели существенное увеличение энергии (с 5 до 6 МэВ и более). Если же взять так называемый край вылета, когда распады происходят за секунду, то уже вполне возможно увидеть длиннопробежные α -частицы даже с энергиями 10-11 МэВ.

Абсолютно аналогично проводят рассуждения для таких экзотических процессов как протонный распад или кластерный распад. Более того, для их описания вполне подходит формула, описывающая закон Гейгера-Нэттола только с другими коэффициентами. Потому что для протона и тем более для кластеров будет другой заряд и другой потенциальный барьер, что и оказывает влияние на коэффициенты. С этой точки зрения распад очень интересен, потому что он ведёт себя, демонстрируя сугубо квантовые вещи. Более того принятие квантовой физики началось именно после демонстрации законов α -распада, но в особенности когда стали заниматься осколками деления, и когда стало понятно что здесь действительно присутствует вероятность. Тогда стало понятно, что ядерные устройства срабатывали тогда, когда им нужно было срабатывать в соответствии с квантовыми законам, и квантовая физика правильно всё описывает.

Семинар 13

Ядерные реакции

Сегодня мы с вами поговорим о ядерных реакциях и обо всём, что с этим связано. Если говорить об общем определении ядерных реакций, то это некий процесс, при котором ядро меняет свой состав и, как правило, этот процесс носит внутриядерный характер. Он не обязательно должен быть сильным: если у вас происходит ядерная реакция, и допустим, вы потом наблюдаете какой-то слабый процесс, это будет ядерной реакцией, только если она происходит с участием ядра. Поэтому когда рисуют опыт Резерфорда и пишут, что это рассеяние α -частиц на ядре, записывая это в виде ядерной реакции, то это неправильно. Если у вас не происходит взаимодействие α -частицы с ядром, то это обычное кулоновское рассеяние, а не ядерная реакция, потому что никакие внутренние части ядра сюда не вовлекаются, изменение состава ядра не происходит, и ни сильные, ни слабые силы не участвуют в этом процессе. Общий вид ядерной реакции - $a + b \rightarrow \dots$, справа может стоять всё, что угодно, начиная от одного ядра (например, произошла реакция с нейтроном и он прилип к ядру) и заканчивая большим количеством всевозможных фрагментов (например, полная интеграция ядра или деление).

Самые важные условия, которые здесь есть, - это энергетические условия. Когда речь идет о распадах ядер, распадах частиц, то всегда есть энергетическое соотношение - закон сохранения энергии. Если он не выполнен, то процесс не пойдёт. В случае, когда речь идет о ядерной реакции, задается вопрос об условиях её протекания. Возможны реакции с выделением ($Q > 0$, экзотермическая реакция) или поглощением энергии ($Q < 0$, эндотермическая реакция). Эндотермическая реакция встречается чаще всего, потому что если бы было иначе, то мы бы не испытывали недостатка в энергии.

Очень хороший пример реакции, идущей с выделением энергии, - это термоядерные реакции. Ее место на диаграмме *varepsilon* - A в капельной модели приведено на рисунке 13.1.

Здесь игнорируем оболочечную структуру, и вся левая часть (лёгкие ядра) склонны к тому, чтобы увеличивать свою удельную энергию путем перехода в центральную область. Значит, есть энергетическая выгода для синтеза.

Задача 13.1 Рассмотрим реакцию слияния дейтрона с образованием гелия-3 и выбрасыванием нейтрона: $d + d \rightarrow {}^3\text{He} + n$. Энергии связи дейтрона равна 2.24 МэВ, энергия связи гелия-3 составляет 7.7 МэВ. Если бы она не была больше, то не было бы энергетической выгоды. Какое здесь будет энерговыделение, и будет ли оно? ($Q = 3,2$ МэВ)

В записи вся игра идёт с энергиями связи, поскольку здесь преобразований никаких не происходит - количество нуклонов справа и слева одинаково. Поэтому

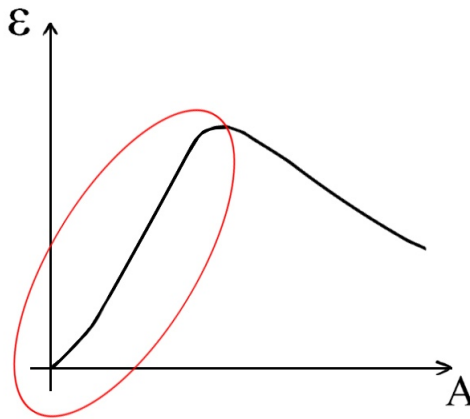


Рис. 13.1 Положение термоядерных реакций на кривой зависимости удельной энергии связи от массового числа

можно просто всё перенести в одну сторону и посмотреть выделяется энергия или нет. Энерговывделение получается не очень большое, но тем не менее даже в этой одной из самых простых реакций видно, что энерговывделение на один нуклон будет чуть-чуть больше, чем в случае деления - 0,8 МэВ на нуклон. То есть это действительно энергетически выгодно. К тому же здесь вы получаете прекрасный продукт в конце, фактически какую-то опасность представляют только нейтроны, которые выделяются мгновенно и нужно просто их поглотить, и это один из основных источников энергии. Не останется никаких радиоактивных отходов. Это термоядерная реакция, но не делайте ошибки - не всегда при рассмотрении термоядерных реакций нужно учитывать наличие кулоновского барьера - это отдельный фактор. В наших вычислениях он не учитывался, так как в нашем случае мы уже предполагали, что достигнут ядерный радиус. Поэтому мы подсчитали Q в условиях отсутствия кулоновского барьера, но чтобы его преодолеть придется потратить какую-то энергию (он здесь получается примерно 1 МэВ). С учетом этого факта, картина получается не слишком хорошая. Энерговывделение безусловно есть, но оно невелико, поэтому в практической деятельности подобная реакция плохая и неудобная, использовалась она в реальности только в самом начале работы с термоядерным синтезом (50-е годы прошлого века).

Задача 13.2 Сейчас используется совсем другой вариант - взаимодействие электрона с ядром литий-6: $d + {}^6\text{Li} \rightarrow 2\alpha$. Давайте попробуем оценить, какое будет энерговывделение? Энергия связи лития-6 равна 30.5 МэВ, энергия связи гелия-4 равна 28.3 МэВ. (23.9 МэВ)

На выходе получают две α -частицы, потому что если сложить две частицы справа, то вас получится бериллий-8, это неустойчивое ядро, к тому же идёт ещё энерговывделение за счет реакции. Энерговывделение всей реакции 23.9 МэВ, при оценке на нуклон получится примерно $24/8=3$ МэВ - это большая энергия даже с учётом кулоновского барьера (это примерно в четыре раза больше, чем при деле-

нии). Дейтерий лития - сейчас основное боевое вещество для термоядерных зарядов, входящих в состав боеголовок, которые стоят на термоядерных ракетах.

Задача 13.3 *Оценить энерговыделение следующей реакции: ${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li} \longrightarrow {}^{12}\text{C}$? ($Q = 31.3$ МэВ)*

Энергия здесь ещё больше, но про такую реакцию мы не слышали, хотя энерговыделение явно больше. В прошлой задаче необходимо пробивать кулоновский барьер примерно в 6 МэВ. Это достаточно значимая величина, но и энерговыделение большое. В данном примере кулоновский барьер будет десятков с лишним МэВ. А энергия выделяется 31.3 МэВ. То есть, условно говоря, начиная примерно с реакции получения дейтерий лития, рост энерговыделения и кулоновского барьера начинают становиться сравнимыми. Считается, что рассматриваемая сейчас реакция - это одна из последних реакций, которые произойдут на Солнце. Это тоже не случайно. Это говорит о том, что для синтеза более тяжёлых элементов нужны очень высокие температуры для пробивания кулоновского барьера. Поэтому реакция получения дейтерий лития является самой эффективной по соотношению "сколько дали" к "сколько затратили".

Напоминаю, что основная путаница, которая возникает в термоядерных реакциях, - это путаница с дополнительными условиями, о которых уже было сказано во время разговора об α -распаде. Например, в случае вылета заряженной частицы из какого-то ядра необходимо помнить, что при этом могут возникнуть дополнительные задерживающие факторы из-за всякого рода барьеров. А при расчетах в этой лекции учитывается только обычная кинематика реакций.

Рассмотрим эндотермические реакции, то есть энергии в таких реакциях не хватает. Чаще всего при работе с ядрами мы используем именно такие реакции. Тут снова возникает понятие пороговой энергии, как и в случае частиц. Напомним, что пороговая энергия считается как: $E_{\text{пор}} = |Q| \left(1 + \frac{m_1}{m_2} + \frac{|Q|}{2m_2} \right)$. Здесь учитываются энергия отдачи и энергия совместного движения центра масс и m_1 - налетающая частица (или ядро), m_2 - это покоящаяся частица (или ядро-мишень).

Задача 13.4 *Рассмотрим следующую реакцию: $n + {}^{16}\text{O} \longrightarrow {}^{13}\text{C} + \alpha$. Энергия связи углерода равна 97.1 МэВ. Нужно найти пороговую энергию нейтрона. ($E_{\text{пор}} = 2.2$ МэВ)*

Реакции с нейтронами отличаются тем, что они очень хороши из-за отсутствия кулоновского барьера, поэтому тут нет никаких проблем с ядерным радиусом. При низких энергиях, близких к тепловым (десятки эВ или меньше) нейтрон можно рассматривать практически как классическую частицу. Это единственный случай, когда вы можете пользоваться обычной механической кинематикой: один шарик налетает на другой шарик, - но только при низких энергиях. У нейтрона есть одно очень интересное свойство: чем ниже его энергия, тем больше у него сечение захвата ядром. Поэтому если нейтрон имеет очень низкую энергию, скажем, тепловую, то

у него резко поднимется сечение и он начнёт активно взаимодействовать практически со всем. Условно говоря, тепловые нейтроны в конечном итоге "прилепляются" к какому-нибудь ядру. Но там должна быть минимальная энергетическая выгода или, по крайней мере, очень небольшая энергия, которая будет выбрасываться при, например, β -распаде. Поэтому если происходит рассматриваемая реакция, то энергия нейтрона будет достаточно высокой, в противном случае пойдёт не такая реакция, а пойдёт конкуренция (например, образования кислорода-17 с его последующим распадом).

Задача 13.5 Рассмотрим следующую реакцию: $\alpha + {}^{12}\text{C} \longrightarrow {}^{14}\text{N} + d$. Энергия связи азота 104.7 МэВ. Вопрос: если альфа-частица с энергией 10 МэВ, то пойдёт ли эта реакция? (нет)

По виду реакции сразу можно сказать, что она будет эндотермической, потому что слева два устойчивых ядра, а справа рыхлое. Здесь обязательно нужно вспомнить про кулоновский барьер: он будет весьма велик, около 10 МэВ. Поэтому реакция не пойдёт, потому что мы едва кулоновский барьер пробьём, а ещё предстоит разрушать структуры.

Задача 13.6 Посчитайте пороговую энергию гамма-кванта для такой реакции: $\gamma + d \longrightarrow n + p$. ($E_{\text{пор}} = 2.24$ МэВ)

Справа получается так называемое фоторасщепление дейтрона. Была связанная система с энергией связи 2.24 МэВ, получился нейтрон и протон. Очевидно что $Q = 2.24$ МэВ. В формуле для пороговой энергии зануляется второй член, а третий будет очень мал. То есть пороговая энергия будет практически 2.24 МэВ. При работе с гамма-квантами очень удобно, что у них отсутствует масса, то есть кинематики здесь нет. Поэтому энергия порога практически равна Q . Исключение могут составлять только реакции при очень больших энергиях, когда у вас третий член в формуле будет давать ощутимый вклад.



ФИЗИЧЕСКИЙ
ФАКУЛЬТЕТ
МГУ ИМЕНИ
М.В. ЛОМОНОСОВА

teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ