ФИЗИЧЕСКИЙ
ФАКУЛЬТЕТ
МГУ ИМЕНИ
М.В. ЛОМОНОСОВА

teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

ВВЕДЕНИЕ В ФИЗИКУ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ. ЧАСТЬ 1

ПАРФЕНОВ
КОНСТАНТИН ВЛАДИМИРОВИЧ

ФИЗФАК МГУ

КОНСПЕКТ ПОДГОТОВЛЕН СТУДЕНТАМИ, НЕ ПРОХОДИЛ ПРОФ. РЕДАКТУРУ И МОЖЕТ СОДЕРЖАТЬ ОШИБКИ. СЛЕДИТЕ ЗА ОБНОВЛЕНИЯМИ НА VK.COM/TEACHINMSU.

ЕСЛИ ВЫ ОБНАРУЖИЛИ ОШИБКИ ИЛИ ОПЕЧАТКИ, ТО СООБЩИТЕ ОБ ЭТОМ, НАПИСАВ СООБЩЕСТВУ VK.COM/TEACHINMSU.

Содержание

1 Лекция 1.Элементарные частицы и их взаимодействия 6

1.1 Элементарные частицы . . . 6
1.2 Субъядерные частицы . . . 6
1.3 Фундаментальные взаимодействия . . . 7
1.4 Гравитационное взаимодействие . . . 8
1.5 Сильное взаимодействие . . . 8
1.6 Изоспин . . . 9
1.7 Странность, очарование, прелестность, правдивость . . . 12
1.8 Электромагнитное взаимодействие . . . 14
1.9 Слабое взаимодействие . . . 15

2 Лекция 2. Дискретные симметрии 16

2.1 Нарушение пространственной симметрии . . . 16
2.2 Комбинированная инверсия . . . 18
2.3 Нарушение комбинированной инверсии. Серпуховской эффект. Феноменологическое построение гамильтониана эволюции каонного состояния . . . 21
2.4 Симметрийный анализ феноменологического гамильтониана . . . 23
2.5 Осцилляции нейтральных каонов . . . 26

3 Лекция 3. Динамика состояний нейтрино 28

3.1 Нейтрино: возможная динамика . . . 28
3.2 Связь массы и осцилляций . . . 30
3.3 Симметрии в мире элементарных частиц . . . 36

4 Лекция 4. Симметрии адронов и кварковая модель 41

4.1 Основные неприводимые представления . . . 41
4.2 Нарушение изотопической и унитарной симметрии . . . 42
4.3 Внутренняя структура адронов . . . 44
4.4 Кварковый конструктор . . . 49
4.5 Синглетно-октетное смешивание . . . 52

5 Лекция 5. Дополнительные симметрии в кварковой модели 54

5.1 Цвет . . . 54

5.2 Перенормировка 58

6 Лекция 6. Симметрии, токи и взаимодействия 62

6.1 Симметрии. Нётеровские токи 62

6.2 Связь нетеровских токов с наблюдаемыми величинами 67

6.3 Конструирование лагранжиана электромагнитного взаимодействия 69

6.4 Конструирование лагранжиана слабого взаимодействия 70

7 Лекция 7. Нетеровские токи свободного лагранжиана и конструирование лагранжианов взаимодействий 74

7.1 Построение лагранжиана слабого взаимодействия 74

7.2 Исследование лагранжиана слабого взаимодействия 81

7.3 Глубоконеупругое лептон-нуклонное рассеяние 82

8 Лекция 8. Глубоконеупругое лептон-нуклонное рассеяние и кварковая модель 87

8.1 Глубоконеупругое лептон-нуклонное рассеяние 87

8.2 Модель независимых партонов 91

9 Лекция 9. Исследование кварковой структуры адронов в глубоконеупругом рассеянии 95

9.1 Структурные функции нуклонов 95

9.2 Правило сумм 98

9.3 Нейтрино-нуклонные процессы 100

9.4 Согласование модели партонов и принципа конфайнмента. Режим ассимптотической свободы 102

9.5 Адронные струи 105

9.6 Симметрии адронных токов 106

10 Лекция 10. Спонтанное нарушение глобальных и локальных симметрий 108

10.1 Калибровочный принцип 108

10.2 Спонтанное нарушение симметрии 110

10.3 Спонтанное нарушение симметрии в калибровочных теориях 112

10.4 Фермионы в калибровочных теориях 113

11 Лекция 11. Модель Салама-Вайнберга-Глэшоу 115

11.1 Электрослабое взаимодействие 115
11.2 ω и Z бозоны 120
11.3 Второе и третье поколения фундаментальных частиц. Смешивание поколений 121

12 Лекция 12. Квантовая хромодинамика 122
12.1 Перенормировки в квантовой электродинамике 122
12.2 Антиэкранировочный эффект. Конфайнмент и асимптотическая свобода 125
12.3 Распады тяжелых кваркониев 125
12.4 Пертурбативная квантовая хромодинамика 127

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Лекция 1.Элементарные частицы и их взаимодействия

Элементарные частицы

С теоретической точки зрения, элементарные частицы - это локализованные возбуждения специальной физической среды, которая называется *физическим вакуумом*. Теоретическим языком описания таких возбуждений является *квантовая теория поля*, *квантовые релятивистские модели*. Выделяют возбуждения, которые имеют определенные значения массы, спина и зарядов (по отношению ко всем существующим фундаментальным взаимодействиям). Это определение обладает абстрактностью, так как не указана степень локализации, но это связано с тем, что все прочие характеристики данного объекта, такие как энергия, импульс, координаты и т.д. считают уже не характеристиками частицы, а характеристиками *состояния* частицы. В квантовой теории у реальных частиц эти объекты определены с точностью до квантовых флуктуаций. Поэтому здесь есть неопределенности энергии, импульса и координаты. Фактически, степень локализации определяется неопределенностью координаты.

Субъядерные частицы

С точки зрения эксперимента говорится о субъядерных частицах. Все такие частицы экспериментально классифицируют путем их разбиения:

адроны - частицы, участвующие в сильном взаимодействии,

лептоны - частицы со спином $S = \frac{1}{2}$, не участвующие в сильном взаимодействии,

переносчики - частицы, являющиеся переносчиками фундаментальных взаимодействий.

Адроны и лептоны относятся к частицам материи, а переносчики отвечают каждому из существующих фундаментальных взаимодействий.

Адроны подразделяются на *барионы*, *частицы с полуцелым спином*, и *мезоны*, *адроны с целым спином*.

Лептоны подразделяются на *заряженные лептоны* и *нейтрино*.

Переносчики классифицируются под темп взаимодействия с которым они ассоциированы.

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Очень важной характеристикой частицы является ее время жизни, оно связано с неопределенностью энергии, так как в квантовой теории любой не стационарный объект, существующий конечное время, обязательно имеет неопределенность энергии состояния. Время жизни особенно важно для адронов. Все адроны с точки зрения экспериментаторов по времени жизни разделяют на *стабильные*, *метастабильные* и *резонансы*.

Стабильный адрон - это частица, у которой время жизни настолько большое, что оно теоретически может быть бесконечным.

Метастабильные - это адроны, у которых время жизни существенно превышает ядерный масштаб($\approx 10^{-20}$ сек).

Адроны, у которых время жизни существенно меньше ядерного масштаба, называются **резонансами**.

Такое терминологическое разбиение связано с тем, что стабильные и метастабильные частицы можно непосредственно фиксировать на эксперименте, а резонансы имеют столь малое время жизни, что они не долетают от точки рождения до детекторов, и их можно увидеть только по продуктам распада.

Фундаментальные взаимодействия

Основными характеристиками всякого фундаментального взаимодействия являются:

- его *область работы*, то есть тот набор частиц, который в нем участвует.
- *радиус взаимодействия*, характерное расстояние между частицами, при превышении которого это взаимодействие становится пренебрежимо малым.
- Третья характеристика должна быть связана с интенсивностью взаимодействия.

Абсолютного разбиения взаимодействий по интенсивностям привести нельзя, поскольку интенсивность взаимодействия каждого типа зависит от энергии переданных импульсов в том процессе, в котором их изучают. Поэтому традиционно интенсивность взаимодействия определяют в *низкоэнергетической области*. То есть в области процессов, энергетика которых не превышает или много меньше одного ГэВа.

Типичная характеристика - это *низкоэнергетическая константа связи*.

В первую очередь указывается, каким зарядом отмечены частицы, которые участвуют в данном взаимодействии, затем радиус, интенсивность и незкоэнергетическую константу связи.

$$\alpha = \frac{u(\lambda_c)}{mc^2} \tag{1.1}$$

Эта величина равна отношению потенциальной энергии взаимодействия двух характерных для данного взаимодействия частиц, находящихся на расстоянии порядка комптоновской длинны волны этих частиц к их энергии покоя.

Одним из основных инструментов, которым пользуются теоретики при описании физики фундаментных взаимодействий, является **симметрия**. Можно сказать, что **симметрия** $\equiv$ **законы сохранения**.

Гравитационное взаимодействие

Гравитационное взаимодействие универсально. Зарядом по отношению к гравитационному взаимодействию является *гравитационная масса*, которая в рамках всех современных моделей совпадает с инертной массой, и ею обладают все объекты, обладающие энергией. Радиус гравитационного взаимодействия дальнодействующий - это значит, что в квазиклассической асимптотике потенциальная энергия на больших расстояниях убывает только как $\frac{1}{r}$, а это очень медленно. В динамике это значит, что ни на каких расстояниях, если изучаемая система состоит из двух объектов с гравитационным взаимодействием, радиусом пренебречь нельзя.

Интенсивность гравитационного взаимодействия очень маленькая.

Сильное взаимодействие

Зарядом по отношению к сильному взаимодействию является цвет.

Характерный радиус сильного взаимодействия $R_s \sim 10^{-13}$ см.

Низкоэнергетиеская константа связи $\alpha_s \sim 10$.

Одной из важнейших отличительных черт сильного взаимодействия является его *непертурбативный характер* низкой энергетической области.

Сохраняется электрический заряд, барионный заряд и изоспин.

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Изоспин

В физике элементарных частиц изоспин появился благодаря двум экспериментальным наблюдениям. При классификации адронов обнаружилось, что очень часто все адроны можно разбить на **изотопические мультиплеты**.

Пример 1.1.

$$\textit{Изотриплет пионов, который содержит три частицы} \begin{pmatrix} \pi^+ \\ \pi^0 \\ \pi^- \end{pmatrix}$$

Пример 1.2.

$$\textit{Изокварттет } \Delta \textit{ резонансов, который содержит четыре частицы} \begin{pmatrix} \Delta^{++} \\ \Delta^+ \\ \Delta^0 \\ \Delta^- \end{pmatrix}$$

Разбиение их на такие изомультиплеты основано на двух экспериментальных фактах.

- У них очень небольшое расщепление масс, то есть в каждом изомультиплете отношение максимального расщепления масс к средней массе частиц мультиплета по порядку величины не превышает 1%.
- в процессах обусловленных сильным взаимодействием они участвуют одинаково. Один из первых примеров такой одинаковости - это *изотопическкая инвариантность ядерных сил.*

Это единая частица в мире, где пренебрегают слабым электромагнитным взаимодействием. Тогда эту частицу характеризуют **изотопическим спином** I.

Пример 1.3. *Изодублет нуклонов N, который содержит протон и нейтрон.*

$$I = \frac{1}{2} \textit{ В этом случае его проекция(третья) будет равна: } I_3 = \pm\frac{1}{2}$$

Предполагают, что оператор изотопического спина обладает такими же алгебраическими свойствами, как и прочие операторы момента количества движений. Тогда протон и нейтрон - это разные состояния нуклона с двумя разными проекциями изотопического спина.

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Пример 1.4. *Пусть сформирован пучок π^+ мезонов, которые направлены на мишень. В мишени π^+ будет в основном взаимодействовать с протонами и нейтронами мишени. Нас интересует именно реакция взаимодействия с протоном мишени с рождением Δ-резонанса.*

$$\pi^+ p \longrightarrow \Delta^{++} \longrightarrow \pi^+ p$$

Время жизни его будет очень маленькое, поэтому детектор будет ловить продукты распада Δ^{++}. Таким образом, можно увидеть: влетели π^+ с протоном, вылетели π^+ с протоном, произошел какой-то то обмен энергий. В упругом рассеянии $\pi^+ p$ появляется канал рождением резонанса.

Рождение резонанса определяется следующим образом. Строят зависимость сечения процесса рассеяния $\pi^+ p$ от энергии в системе центра масс, тогда оказывается, что сечение рассеяния имеет четкий пик. Центр этого пика соответствует энергии покоя родившегося резонанса, а полуширина пика связана со временем жизни резонанса. Таким образом, по поведению сечения можно фиксировать факт рождения резонанса и определить первые его характеристики(массу покоя и время жизни).

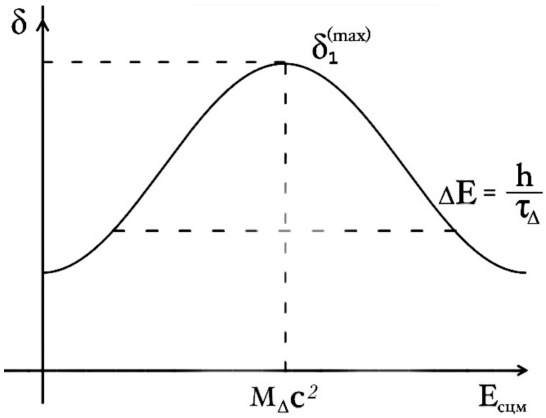


Рис. 1.1. График зависимости сечения процесса рассеяния от энергии

Рассмотрим второй процесс. Формируем пучок $\pi^0 p$ и направляем на ту же мишень.

$$\pi^+ p \longrightarrow \Delta^+ \longrightarrow \pi^0 p$$

Изучим энергетическую зависимость сечения процесса 2. Можно посчитать

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

отношение $\frac{\sigma_1^{(max)}}{\sigma_1^{(max)}}$, *используя только факт изотопической инвариантности сильного взаимодействия и факт того, что вклад слабого электромагнитного очень мал.*

Пользуясь правилом сложения моментов, рассматривают следующую систему:

$$\pi^+ p: \left.\begin{array}{c}(I=\frac{1}{2}, I_3=+\frac{1}{2})\\(I=1, I_3=+1)\end{array}\right\} \Rightarrow I_3(\sigma p)=+\frac{3}{2} \Rightarrow I(\pi^+ p)=\frac{3}{2}=I(\Delta)$$

Таким образом, для всех сталкивающихся пар $\pi^+ p$ *изоспин равен* $\frac{3}{2}$, *и рождение* Δ^{++} *резонанса разрешено законами сохранения сильного взаимодействия. То есть для всех пар этот процесс может идти за счет сильного взаимодействия.*

Посмотрим на систему $\pi^0 p$:

$$\pi^0 p \longrightarrow I_3=+\frac{1}{2}$$

Такую проекцию могут иметь и изоспин $\frac{1}{2}$, *и изоспин* $\frac{3}{2}$, *поэтому в сталкивающихся парах* $\pi^0 p$ *суммарный изоспин может принимать оба значения. Теперь не у всех сталкивающихся пар реакция рождения* Δ *резонанса будет разрешена законами сохранения сильного взаимодействия. Сечение* σ_2 *меньше чем* σ_1. *При том же входящем потоке и при том же количестве сталкивающихся пар в единицу времени будет меньше реакций.*

В теории моментов есть оператор понижающий третью проекцию момента.

$$\langle \hat{j}-|jm_i\rangle=\sqrt{(j+m_j)(j+1-m_j)}|jm_j-1 \tag{1.2}$$

$$\hat{I}_-\left((\pi^+ p)=\left|\frac{3}{2},+\frac{3}{2}\right\rangle\right) \tag{1.3}$$

$$\sqrt{3}\left|\frac{3}{2},+\frac{1}{2}\right\rangle=\left(\hat{j}_{\pi-}+\hat{j}_{N-}\right)(\pi^+ p)=\sqrt{2}|\pi^0 p\rangle+|\pi^+ n\rangle \tag{1.4}$$

Таким образом, получается следующее равенство:

$$\left|\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\right\rangle=\sqrt{\frac{2}{3}}\left|\pi^0 p\right\rangle+\frac{1}{\sqrt{3}}\left|\pi^+ n\right\rangle \tag{1.5}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

$$-\frac{1}{\sqrt{3}}\left|\frac{1}{2},+\frac{1}{2}\right\rangle = -\frac{1}{\sqrt{3}}|\pi^0 p\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}|\pi^+ n\rangle \tag{1.6}$$

Из этого равенства легко выражается вектор $\pi^0 p$:

$$|\pi^0 p\rangle = \sqrt{\frac{2}{3}}\left|\frac{3}{2},+\frac{1}{2}\right\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}}\left|\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle \tag{1.7}$$

Теперь видно, что при столкновении пары $|\pi^0 p\rangle$ с вероятностью $\frac{2}{3}$, суммарный изоспин равен $\frac{3}{2}$, а с вероятностью $\frac{1}{3}$, суммарный изоспин равен $\frac{1}{2}$. Таким образом, для трети пар процесс рождения Δ^+ резонанса не допустим по каналу сильного взаимодействия.

Тогда совершенно очевидно, что :

$$\frac{\sigma_1^{(max)}}{\sigma_1^{(max)}} \approx \frac{3}{2} \tag{1.8}$$

Классифицируя элементарные частицы было обнаружено, что между введенными сохраняющимися величинами, а именно между электрическим зарядом, барионным зарядом и изоспином, существует соотношение.

$$Q = I_3 + \frac{B}{2} \tag{1.9}$$

Странность, очарование, прелестность, правдивость

Было обнаружено, что для ряда субъядерных частиц формула (1.9) не работала. Эти частицы были названы странными частицами. Обнаружилось, что странные частицы рождаются только в определенных комбинациях. Это удалось описать путем введения нового квантового числа - **странность** S. Каждому из странных адронов удалось приписать определенное значение странности. В этом смысле странность играет роль заряда для адронов и она сохраняется в процессах обусловленных сильным взаимодействием. Для того, чтобы распространить формулу (1.9) на все частицы, она была модифицирована следующим образом:

$$Q = I_3 + \frac{B+S}{2} \equiv I_3 + \frac{Y}{2} \tag{1.10}$$

Впоследствии была введена новая характеристика, новый заряд, который для обычных и странных частиц равен сумме $B+S$.Он называется **гиперзаряд** Y. В

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

такой форме эта формула получила название Гелл-Манна и Нишиджимы. Впоследствии были введены квантовые числа: c, b, t.

$$Y = B + S + c + b + t \tag{1.11}$$

Это окончательный вид формулы **Гелл-Манна и Нишиджимы**, в котором она справедлива для всех наблюдаемых адронов. Таким образом, появился новый набор зарядов квантовых чисел, определенные значения которых фиксируют тип субъядерной частицы, и которые сохраняются в сильном взаимодействии.

Еще один класс законов сохранения - это *законы сохранения, связанные с дискретными симметриями.* Во многих динамических теориях присутствуют симметрии динамики системы. То есть такими преобразованиями, которые не меняют уравнение динамики, являются три преобразования, которые называют **пространственной инверсией**.

$\hat{P} : \bar{r} \to -\bar{r}$

Операция зарядового сопряжения: $\hat{c} : Q \to -Q$

Обращение времени: $\hat{T} : t \to -t$

Из симметрии и динамики относительно таких преобразований следует сохранение $P-, C-, T-$ четностей. Говорят, что данная система имеет определенную четность по отношению к этой операции, но в том случае, если:

$$|\psi\rangle \xrightarrow{\hat{P}} P|\psi\rangle, P = \pm 1$$

Четность - мультипликативная характеристика системы, то есть четность системы, состоящая из нескольких подсистем - есть произведение четности подсистем. Таким образом, возникли такие дискретные характеристики, в сильном взаимодействии они есть интегралы движения.

Следствие 1.1. *У бесструктурной частицы дипольный момент$\bar{d}$ может быть связан только со спином. Если у частицы существует дипольный момент $\bar{d} = \alpha\hat{\bar{S}}$. Если это так, то гамильтониан систем, содержащих подобные частицы в электромагнитном поле, будет выглядеть следующим образом:*

$$\hat{H}_{em} = -(\hat{\bar{d}}\bar{E}) = -\alpha(\bar{E}\hat{\bar{S}}) \tag{1.12}$$

Спин - это аксиальный вектор, и при пространственном отражении он не меняет знак. Поэтому:

$$\hat{P}: \begin{cases} \hat{\bar{S}} \longrightarrow \hat{\bar{S}} \\ \bar{E} \longrightarrow -\bar{E} \end{cases}$$

Скалярное произведение будет менять знак, следовательно гамильтониан будет не инвариантен. То есть $(\bar{E}\hat{\bar{S}}) \longrightarrow -(\bar{E}\hat{\bar{S}})$. *Таким образом, существование дипольного электрического момента у бесструктурной частицы противоречит пространственной симметрии. Значит, в теориях, где сохраняется* $P-$*четность, не может быть собственного дипольного электрического момента.*

Наиболее известным выводом называют отсутствие спин-импульсных корреляций. То есть если записать выражение для вероятности любого квантового процесса, вылетевшие частицы можно характеризовать, задавая направление импульса вылетевшей частицы и задавая ее поляризацию.

Следствие 1.2. *В выражениях для вероятностей процессов в* $P-$*четной теории нет величин, которые можно записать через первую степень скалярного произведения* $(\bar{S}\bar{p})$. *Так как истинный вектор* $\bar{p}$ *меняет знак при пространственном отражении, а* $\bar{S}$ *не меняет знак. Если такая запись существует, то при пространственном отражении она в выражении для вероятности меняет знак, и вероятность изменяется. Это называется спин-импульсными корреляциями,и их не должно быть в выражениях для вероятностей всех квантовых процессов, если в теории есть симметрии относительно пространственной инверсии.*

Электромагнитное взаимодействие

Заряд: Q

Радиус дальнодействующий

Низкоэнергетическая константа связи:

$$\alpha_{em} = \frac{e^2}{\lambda_c}\frac{1}{mc^2} = \frac{e^2}{hc} \approx \frac{1}{137} \ll 1!$$

Постоянная тонкой структуры - это безразмерная величина.

Список законов сохранения содержит: Q, B, S, c, b, t и P, C, T-четности. Изоспин отсутствует, так как разные компоненты одного и того же изомультиплета имеют

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

разные электрические заряды. Для электромагнитного взаимодействия изотопическая инвариантность не характерна.

Слабое взаимодействие

Почти все частицы участвуют в слабом взаимодействии.

Радиус $R_w \sim \dfrac{h}{M_\omega c} \sim 10^{-15}$см

Низкоэнергетическая константа связи: $\alpha \sim 10^{-5}$

Она очень маленькая.

Слабое взаимодействие ответственно за некоторые низкоинтенсивные и медленные процессы в физике частиц.

Список законов сохранения:$Q, B. \sim \hat{W}' : \Delta S = \pm 1, 0.$

Действует правило, что в процессах, обусловленных слабым взаимодействием, ΔS должно совпадать с изменением заряда адронов.

Пример 1.5. *Рассмотрим распад заряженного каона.*

$$K^+ \longrightarrow \mu^+ \nu_\mu$$

$$K^0 \longrightarrow \mu^+ \mu^-$$

Частотность первого распада очень высокая (~ 0.6*). У второго распада частотность на уровне* 10^{-10} *степени.*

Слабое взаимодействие нарушает законы сохранения пространственной, зарядовой и временной четности.

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Лекция 2. Дискретные симметрии

Нарушение пространственной симметрии

Дискретные симметрии - это P, C, T-симметрии, то есть пространственное отражение, зарядовое сопряжение и временная инверсия. Эти преобразования являются точной симметрией динамики для сильного и электромагнитного взаимодействий, но, как показали экспериментальные данные, они не являются симметрией динамики для слабого взаимодействия. В очень широком классе теорий, которые на сегодняшний день используются в физике элементарных частиц, справедлива ЦПТ теорема, которая утверждает, что если есть достаточно естественные требования, такие как: *Лоренц-инвариантность динамики, локальность взаимодействия элементарных частиц, соблюдение принципа микропричинности*, то можно доказать, что произведение C, P, T-преобразований является точной симметрией динамики соответствующей теории.

Первым в 1957 году было обнаружено P-нарушение для слабого взаимодействия. Оно наблюдалось в β-распаде поляризованных и охлажденных ядер кобальта. Когда вещество хорошо охладили, чтобы подавить любые тепловые колебания, и внешним магнитным полем заставили все магнитные моменты ядер кобальта, то в результате получили ситуацию, в которой есть выделенное направление. Направление магнитного момента, ядра как и направление внешнего магнитного поля - зафиксированы. Тем самым они создают выделенное направление. Спин и связанный с ним момент - это **аксиальный вектор**. Так как и истинные вектора при пространственном отражении, и стандартный вектор координаты меняют знак.

Аксиальные вектора типа момента импульса, которые являются векторным произведением двух истинных векторов, знак не меняют. Поэтому при пространственном отражении все останется без изменений, то есть μ будет ориентирован в том же направлении. Если в распадах проявится то, что теоретики называют *спин-импульсной корреляцией*, то есть средняя проекция вылетевшего импульса на направление μ будет отлична от нуля, это будет свидетельствовать о P-нарушении, потому что при пространственном отражении μ не меняется, p, как истинный вектор, меняет знак, поэтому это скалярное произведение - псевдоскаляр, оно поменяет знак при пространственном отражении. Если P-четность является сохраняющейся величиной, то при переходе в зазеркалье, среднее значение этой наблюдаемой не должно меняться, но при этом оно обязано поменять знак. Это означает, что

оно ноль.

Наиболее ярко отсутствие P-четности в слабом взаимодействии проявилось при изучении свойств нейтрино. Потому что, когда стали измерять спиральности у наблюдаемых нейтрино (*спиральность - это проекция спина на импульс, то есть это тоже величина, являющаяся скалярным произведением аксиального и истинного векторов*), оказалось, что у нейтрино нет зеркальных отражений.

Казалось бы, среднее значение спиральности в системах нейтрино, если бы они были P-четными, должно было бы равняться нулю, но на самом деле это не так.

Для всех нейтрино вне зависимости от аромата экспериментально подтвержден следующий факт:

$$\nu \longrightarrow \lambda = -\frac{1}{2}$$

$$\bar{\nu} \longrightarrow \lambda = +\frac{1}{2}$$

При P-преобразовании спиральность должна менять знак, поэтому зеркальным отражением нейтрино со спиральностью $-\frac{1}{2}$ должно быть нейтрино со спиральностью $-\frac{1}{2}$, которое экспериментально не наблюдается. То есть из двух возможных проекций спина в реальных физических состояниях у нейтрино наблюдается только одна. Гипотетически, этому возможны два объяснения:

Нейтрино и антинейтрино с другими значениями спиральности не существуют.

Нейтрино в этих состояниях существуют, но являются **стерильными**. То есть они не участвуют в слабом взаимодействии, а поскольку в электромагнитном и сильном взаимодействии никакие нейтрино не участвуют, получается, что стерильные нейтрино участвуют только в гравитационном взаимодействии, роль которого в мире элементарных частиц очень мала.

При заданном импульсе у нейтрино обычно вводят два заданных числа, которые характеризуют состояние:

$$\varepsilon = +1 (\text{для нейтрино})$$

$$\varepsilon = -1 (\text{для антинейтрино})$$

ε - это знак энергии.

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

По значениям этой величины(η - **хиральность**) можно точно разделить физические и нефизические состояния.

$$\eta \equiv 2\lambda\varepsilon = -1 - \text{физические состояния}$$

$$\eta = +1(\varepsilon = +1, \lambda = +\frac{1}{2}; \varepsilon = -1, \lambda = \frac{1}{2}) - \text{нефизические состояния}$$

При C-преобразовании ε меняет знак, а λ остается без изменений. При P-преобразовании ε не затрагивается, а λ меняет знак.

Комбинированная инверсия

Произведение $\hat{C}\hat{P}$ - это преобразование, которое называется **комбинированная инверсия**, может быть точной симметрией динамики систем, содержащих нейтрино, так как это преобразование переводит физические состояния в физические, а нефизические в нефизические. По отдельности они не могут быть точными симметриями систем содержащих нейтрино, так как они переводят друг-друга в наблюдаемые и ненаблюдаемые состояния.

Поэтому было высказано предположение, что в слабом взаимодействии C и P нарушаются по отдельности, а комбинированная инверсия сохраняется. Такая точка зрения подтверждалась экспериментально.

Для начала следует рассмотреть, как это работает в физике адронов. Когда формируют пучки адронов, он рождаются за счет сильного взаимодействия в процессах, где C и P-четности по-отдельности сохраняются. Таким образом, частицам, рожденным в сильных процессах, можно приписать определенную C и P четность. Например:

$$\pi^0, \pi^+, \pi^- \longrightarrow P(\pi) = -1 \tag{2.1}$$

Если приписать им такую пространственную четность, то в сильных и слабых взаимодействиях она будет сохраняться.

π^0, как частица с нулевыми зарядами, является C-четной. π^+, π^- зарядовым сопряжением переводятся друг в друга.

Особое внимание стоит обратить на K^0 мезоны:

$$P(K^0) = -1 \tag{2.2}$$

$$\hat{C}|K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle \tag{2.3}$$

$$\hat{C}|\bar{K}^0\rangle = -|K^0\rangle \tag{2.4}$$

$$\hat{P}|K^0\rangle = -|K^0\rangle \tag{2.5}$$

$$\hat{P}|\bar{K}^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle \tag{2.6}$$

Обычно фазовый множитель появляется, когда в пространстве состояний устанавливают базис и выбирают базисные вектора. В квантовой механике есть нефизическая симметрия, возможность произвольно выбрать начальную фазу любого базисного вектора. В процессе выбора базисных векторов так же задаются фазовые множители. В данном случае выбор был осуществлен таким образом, что фазовый множитель был равен -1.

Поскольку странность в слабом взаимодействии не сохраняется, то возможен переход за счет слабого взаимодействия между этими двумя состояниями. Эти два состояния при учете слабого взаимодействия являются не независимыми. То есть:

$$b \sim V_\omega^2 : K^0 \longrightarrow \bar{K}^0(|\Delta S| = 2) \tag{2.7}$$

Тут возникает ситуация, что в сильных процессах K^0 и $\bar{K}^0$ всегда рождаются в состоянии с определенной странностью, таким образом, это либо K^0, либо $\bar{K}^0$. Но как только появляется слабое взаимодействие, эти состояния перестают быть независимыми и перемешиваются.

Если слабое взаимодействие CP-симметрично, то в этом случае собственные вектора гамильтониана системы при учете слабого взаимодействия должны быть такими состояниями линейной комбинации K^0 и $\bar{K}^0$, которые отвечают определенному значению CP четности ($+1$ или -1).

Рассмотрим следующие состояния:

$$|K_1^0\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\left[|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle\right] \tag{2.8}$$

$$|K_2^0\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\left[|K^0\rangle|\bar{K}^0\rangle\right] \tag{2.9}$$

Получился базис из двух ортогональных состояний, нормированных на единицу. Теперь, по формулам (2.3) - (2.6), легко обнаружить:

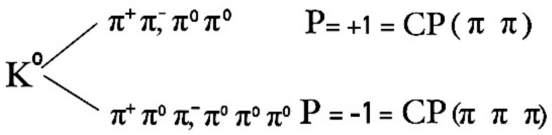
$$\hat{C}\hat{P}|K_1^0\rangle = +|K_1^0\rangle$$

$$\hat{C}\hat{P}|K_2^0\rangle = +|K_2^0\rangle$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

То есть, K_1^0 и K_2^0 - это состояния нейтральных каонов, с определенной CP-четностью. И как видно, они являются линейными комбинациями K^0 и $\bar{K}^0$.

У K^0 существуют двухпионные и трехпионные каналы распада.



У K^0 внутренняя четность равна -1, у каждого π-мезона внутренняя четность равна -1. Поскольку слабое взаимодействие имеет очень маленький радиус, то у разлетающихся π-мезонов орбитальный момент относительного движения , с подавляющей вероятностью равен нулю.

Пространственная четность системы - это произведение пространственных четностей частиц на -1^l. У двухпионых систем P-четность равна $+1$, CP-четность равна $+1$, так как каждая из этих систем при C-преобразованиях переходит сама в себя. У трехпионной системы с нулевым орбитальным моментом P-четность равна $-1 = CP$-четности, поскольку они тоже зарядовосимметричны.

При вычислении соответствующей вероятности методами КТП оказывается, что если сам по себе оператор взаимодействия одного порядка, то трехчастичные процессы всегда намного менее вероятны, чем двухчастичные. Поэтому получается, что распад на два пиона более вероятен, чем распад на три пиона.

Если перейти к модели в которой слабое взаимодействие CP-симметрично, то тогда в распадах будут участвовать разные состояния. K_1^0 будет распадаться только на двухпионные системы, а K_2^0 только на трехпионные системы. Можно сказать, K_1^0 – **короткоживущая компонента**, вероятность распада больше, соответственно время жизни меньше, а K_2^0 – это **долгоживущая компонента**.

Пусть пучок разогнанных протонов врезался в мишень, там произошли какие-то реакции и в результате отсортировали пучок K^0-мезонов. В процессе полета, за счет слабого взаимодействия, начинаются распады. Для описания динамики K^0 необходимо расписать по векторам гамильтониана (2.8), (2.9). В этом случае получим:

$$|K^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[|K_1^0\rangle + |K_2^0\rangle\right] \tag{2.10}$$

Каоны, летевшие в этом пучке, с вероятностью 50% являются долгоживущими и с вероятностью 50% являются короткоживущими. Вначале будут видны только

распады короткоживущих каонов, то есть только двухпионные распады. Поскольку, как показывает экспериментальное исследование, время жизни долгоживущей компоненты почти в 600 раз превышает время жизни короткоживущей компоненты, то через некоторое время, практически все короткоживущие каоны распадутся, и почти весь пучок будет состоять из K_2^0.

Теперь, если на пути пучка снова поставить мишень, то включатся процессы сильного взаимодействия, и, с точки зрения взаимодействия с ядрами мишени, этот пучок будет состоять наполовину из K^0, наполовину из $\bar{K}^0$. И в этой мишени можно будет увидеть сильные реакции, вызванные не только K^0, но и $\bar{K}^0$, причем примерно с равной вероятностью.

Таким образом, если выбрать правильно расстояние, то мы обнаружим, что каонный пучок K^0 вызывает в нуклонной мишени реакции, вызванные $\bar{K}^0$. Причем сколько реакций вызывают K^0, примерно с такой же интенсивностью можно наблюдать реакции, вызываемые $\bar{K}^0$, а в сильном взаимодействии - это разные реакции. Этот эффект носит название **эффект Пайса - Пиччони**.

Взаимодействие исказит состояние, и пучок, вылетающий после встречи со второй мишенью, уже не будет состоять только из K_2^0, то есть, за счет разных реакций K^0 и $\bar{K}^0$, баланс между K^0 и $\bar{K}^0$ нарушится. Тогда на выходе из нуклонной мишени, снова будут видны двухпионые распады короткоживущей компоненты. Это называется **эффект регенерации короткоживущей компоненты в нуклонном веществе**. В любом веществе, содержащем адроны, происходит регенерация короткоживущих компонент.

Такие своеобразные эффекты являются следствием того, что у сильного и слабого взаимодействия разное отношение с C и P симметриям. В ильном взаимодействии они являются симметриями динамики, а в слабом - нет.

Нарушение комбинированной инверсии. Серпуховской эффект. Феноменологическое построение гамильтониана эволюции каонного состояния

В 1964 году было экспериментально открыто CP-нарушение, были найдены распады долгоживущей компоненты на два пиона.

Построим логическое описание этой ситуации. Интерес вызывает только изменение аромата каона, то есть превращение его из K^0 в $\bar{K}^0$, поэтому можно перейти в систему отсчета, связанную с каоном. В собственной системе отсчета каона, его

состояние можно рассматривать как состояние двухуровневой системы. Весь базис состоит из двух состояний, то есть гильбертово пространство - линейная оболочка двух базисных состояний:

$$H : |K^0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |\bar{K}^0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{2.11}$$

В квантовой механике двухуровневой системы выбираем такой базис состояний. Поэтому любое нормированное на единицу состояние записывается как нормированный спинор.

То есть произвольное состояние имеет вид:

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$

Эволюция состояния с течением собственного времени τ будет записываться уравнением Шрёдингера:

$$it\frac{d|\psi\rangle}{d\tau} = \hat{H}|\psi\rangle \tag{2.12}$$

$\hat{H}$ - гамильтониан, описывающий энергию каона.

Эволюционирующий вектор состояния каона не сохраняет норму, т.к. при учете слабого взаимодействия должны появиться распады каонов, а значит, что с течением времени вероятность у каонов остаться каоном будет убывать. Следовательно, гамильтониан необходимо будет записать так, чтобы норма ψ не сохранялась, а убывала с течением времени. Для этого необходимо:

$$\hat{H} = \hat{H}_S + \hat{H}_{lm} + \hat{H}_\omega \equiv \hat{M} - \frac{i}{2}\hat{\Gamma} \tag{2.13}$$

Где $\hat{M}^2 = \hat{M}$ - эрмитова $2x2$ матрица(массовая матрица). $\hat{\Gamma}^+ = \hat{\Gamma}$ - распадная матрица.

Из-за множителя i в выражении для гамильтониана перед распадной матрицей соответствующее слагаемое окажется антиэрмитовой частью гамильтониана и будет описывать изменение нормы. В этом случае, для записи решения нужно решить квазистационарную задачу, считая распад медленным процессом.

Можно решить квазистационарное уравнение Шредингера:

$$\hat{H}|\psi\rangle = \lambda_{L,S}|\psi_{L,S}\rangle = (m_{L,S} - \frac{1}{2}\gamma_{L,S})|\psi\rangle \tag{2.14}$$

λ - это соответствующее собственное значение. Так как задача двумерная, то собственных значений будет два. Соответствующие квазистационарные состояния называют долгоживущим и короткоживущим. Причем так как гамильтониан содержит антиэрмитову часть, то собственные значения гамильтониана не вещественные.

Нетрудно заметить, что:

$$(|K_S^0\rangle \xrightarrow{t} (|K_S^0\rangle e^{-i\lambda_S t} \tag{2.15}$$

За счет множителя $\frac{1}{2}\gamma_{L,S}$, появится множитель $e^{-\frac{\gamma_S}{2}t}$, который описывает убывание нормы при положительном γ_S. γ_S - это ширина распада.

Любую эрмитову матрицу $2x2$ можно разложить по базису из четырех эрмитовых матриц $2x2$, одна из которых - единичная, а три другие - это матрицы Паули.

Запишем матрицу следующим образом:

$$\begin{cases} \acute{M} = M_0\hat{I}_2 + \bar{M}\hat{\bar{\sigma}} \\ \hat{\Gamma} = \Gamma_0\hat{I}_2 + \bar{\Gamma}\bar{\sigma} \end{cases} \tag{2.16}$$

$\hat{\bar{\sigma}}$ - это матрица Паули.

Всего получается 8 констант, которые нужно определить фенологически (на базе эксперимента). Тогда будет построен фенологический гамильтониан, описывающий эволюцию каонного состояния.

Симметрийный анализ феноменологического гамильтониана

Нужно провести симметрийный анализ этого фенологического гамильтониана. Во всех теориях, которыми мы пользуемся, существует CPT-симметрия. Если предположить ее наличие у фенологического гамильтониана, то матричный элемент гамильтониана по любым базисным состояниям должен равняться матричному элементу гамильтониана, преобразованного с помощью унитарного преобразования в пространстве состояний ψ, которое есть преобразование CPT.

То есть:

$$H_{11} = \langle K^0|\hat{H}|K^0\rangle = \langle K^0|\hat{U}^+\hat{H}\hat{U}_{C.P.T}|K^0\rangle = \langle \bar{K}^0|\hat{H}|K^0\rangle = H_{22} \tag{2.17}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Таким образом, у эффективного гамильтониана матричные элементы с индексами 11 и 22 должны равняться друг-другу, а из базисных матриц это свойство нарушает только матрица $\hat{\hat{\sigma}}_3$.

Поэтому, чтобы равенство (2.17) выполнялось, необходимо потребовать:

$$M_3 = \Gamma_3 = 0 \tag{2.18}$$

Следовательно, всего есть не 8, а 6 фенологических параметров, так как 2 из них зануляются при учете $CPT-$ симметрии.

Аналогично можно доказать, что для $CP-$симметричной теории $H_{12} = H_{21}$, и это свойство нарушает только матрица $\hat{\hat{\sigma}}_2$. Поэтому $M_2 = \Gamma_2 = 0$. Эффект $CP-$нарушения маленький, поэтому, хотя M_2, Γ_2 отличны от нуля, по модулю они намного меньше остальных.

При решении этой *квазистционарной задачи* можно обнаружить следующее:

$$\lambda_{L,S} = H_{11} \mp \sqrt{H_{12}H_{21}} \tag{2.19}$$

Поэтому, если посчитать среднюю массу нейтрального каона, то:

$$\bar{m} = \frac{m_L + m_S}{2} = Re\left[\frac{\lambda_L + \lambda S}{2}\right] = Re[H_{11}] = M_0 \tag{2.20}$$

По аналогичным выкладкам можно посчитать среднюю ширину распада:

$$\bar{\gamma} = \frac{\gamma_L + \gamma_S}{2} = -Im(\lambda_L + \lambda S) = 2\Gamma_0 \tag{2.21}$$

Если рассмотреть Δm, получим:

$$\Delta m = m_S - m_L = Re[\lambda_S - \lambda L] = 2Re[\sqrt{H_{12}H21}] \tag{2.22}$$

Если считать, что M_2 и $\Gamma_2 \ll M_1$ и Γ_1, то выражение (2.22) приведется к $-2M_1$

Аналогичным образом:

$$\Delta\gamma = +2\Gamma_1 \tag{2.23}$$

На самом деле, $\Delta m \simeq 3 * 10^{-6}$эВ, $\gamma_S \simeq 7.4 * 10^{-6}$эВ, и $\gamma_S \sim 576\gamma_L$.

$$|M_0| \ll |M_1|, |\Gamma_0|, |\Gamma_1| \gg |M_2|, |\Gamma_2|$$

Это позволяет при определении этих четырех параметров ориентироваться на $\bar{m}$, $\bar{\gamma}$, Δm, $\Delta\gamma$.

Остаются параметры m_2 и γ_2, с которыми связано CP- нарушение. Обычно вводят параметр CP- нарушения:

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{H_{12}} - \sqrt{H_{21}}}{\sqrt{H_{11}} + \sqrt{H_{22}}} \tag{2.24}$$

Если пренебречь CP- нарушением, то есть, если положить $m_2 = \gamma_2 = 0$, то $H_{12} = H_{21} = 0$ тогда обратится в ноль. То есть $= 0$ отвечает $m_2 = \gamma_2 = 0$, значит, отсутствует CP- нарушение.

Поэтому отличие от нуля этого параметра показывает наличие $CP-$нарушения в динамике.

Если его явно выразить, то получится:

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{H_{12}} - \sqrt{H_{21}}}{\sqrt{H_{11}} + \sqrt{H_{22}}} \simeq \frac{2iM_2 + \Gamma_2}{2\Delta m + i\Delta\gamma} \tag{2.25}$$

$$|\varepsilon| \sim 10^{-3} \tag{2.26}$$

Таким образом, можно выстроить явное описание. В этом случае оказывается, что:

$$|K_S^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\varepsilon|^2)}}\left[(1+\varepsilon)|K^0\rangle + (1-\varepsilon)|\bar{K}^0\right] \tag{2.27}$$

$$|K_L^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\varepsilon|^2)}}\left[(1+\varepsilon)|K^0\rangle - (1-\varepsilon)|\bar{K}^0\rangle\right] \tag{2.28}$$

При $\varepsilon = 0$:

$$|K_S^0\rangle = |K_1^0\rangle$$

$$|K_L^0\rangle = |K_2^0\rangle$$

Осталось определить m_2 и γ_2. В эксперименте Кронина и Фитча экспериментально определялись следующие величины:

$$\eta_{+-} \equiv \frac{\langle\pi^+\pi^-|\hat{V}_\omega|K_L^0\rangle}{\langle\pi^+\pi^-|\hat{V}_\omega|K_S^0\rangle} \tag{2.29}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

$$\eta_{00} \equiv \frac{\langle \pi^0\pi^0|\hat{V}_\omega|K_L^0\rangle}{\langle \pi^0\pi^0|\hat{V}_\omega|K_S^0\rangle} \tag{2.30}$$

Если посчитать эти величины, они будут выглядеть следующим образом:

$$\eta_{+-} \equiv \varepsilon + \varepsilon^{'} \tag{2.31}$$

$$\eta_{00} \equiv \varepsilon - 2\varepsilon^{'} \tag{2.32}$$

$\varepsilon^{'}$ - это дополнительная величина (поправка, обусловленная сильным взаимодействием пионов в конечном состоянии). Экспериментальная оценка показывает, что $\frac{|\varepsilon^{'}|}{|\varepsilon|} \simeq 0,02$. Вклад в CP-нарушение вносит зависимость сильного взаимодействия от изоспина взаимодействующих частиц.

С другой стороны, ε напрямую выражается через экспериментальные величины.

$$\varepsilon \equiv \frac{2\eta_{+-} + \eta_{00}}{3} \tag{2.33}$$

В эксперименте Кронина и Фитча эту величину оценили.

$$\varepsilon \simeq 2 * 10^{-3} * e^{i\frac{\pi}{4}} \tag{2.34}$$

Осцилляции нейтральных каонов

Упражнение 2.1. *Рассмотрим ситуацию, когда в момент времени $\tau = 0$ родился $|K^0\rangle$, и дальше он свободно эволюционирует. В этом случае:*

$$|K^0\rangle = \frac{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}}{(1+\varepsilon)\sqrt{2}}\left[|K_S^0\rangle + |K_L^0\right] \tag{2.35}$$

Таким образом, вначале будет суперпозиция состояний $|K_S^0\rangle$ и $|K_L^0\rangle$. Это значит, что:

$$\Psi(\tau)\rangle = \frac{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}}{(1+\varepsilon)\sqrt{2}}\left[|K_S^0\rangle e^{-i\lambda_S\tau} + |K_L^0\rangle e^{-i\lambda_L\tau}\right] \tag{2.36}$$

Теперь можно посчитать вероятность какого-либо события в момент времени τ. Например, что детектор $\bar{K}^0$, который в этот момент произведет измерение над этой частицей, обнаружит $\bar{K}^0$. Таким образом:

$$P(\bar{K}^0) = |\langle K^0|\Psi(\tau)\rangle|^2 = \frac{|1-\varepsilon|^2}{4|1+\varepsilon|^2}\left\{e^{-\gamma_S\tau} + e^{-\gamma_L\tau} - 2e^{\frac{-\gamma_S+\gamma_L}{2}\tau}\cos(\Delta m\tau)\right\} \tag{2.37}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Таким образом, логическая модель предсказывает поведение вероятности. Вероятность будет убывать с течением времени, в момент времени ноль она нулевая, то есть вначале идет рост, а потом убывание. Но на фоне всего этого есть еще колебания. Эти колебания называются ***осцилляциями нейтральных каонов****.*

Лекция 3. Динамика состояний нейтрино

Нейтрино: возможная динамика

После рассмотрения фенологического описания осцилляции K^0 мезонов было замечено, что причиной подобных осцилляций может быть существование в гамильтониане и лагранжиане системы слагаемых с разными симметриями. Такая ситуация привела к тому, что при свободной эволюции пучка, с учетом слабого взаимодействия, помимо распадов, наблюдаются периодические изменения вероятности регистрации K^0 и $\bar{K}^0$

Ситуация в отношении нейтрино. Из эксперимента известно, что в динамике нейтринных систем нарушается P-симметрия в процессах с участием нейтрино. Это нарушение P-симметрии носит абсолютный характер в том смысле, что регистрируют только нейтрино со спиральностью -1 и антинейтрино со спиральностью -1. Введено даже понятие хиральности - это произведение знака энергии на спиральность, таким образом, для всех физических состояний оно равно -1. Состояния с хиральностью -1 называют **левыми нейтрино**, а состояния с хиральностью $+1$ не наблюдают в экспериментах. В релятивистских теориях, спинорные частицы, то есть частицы со спином $\frac{1}{2}$, описываются *уравнением Дирака.*

$$(i\gamma^\mu \delta_\mu - m)\Psi = 0 \tag{3.1}$$

Где γ^μ- это γ матрицы Дирака, δ_μ - ковариантный оператор дифференцирования.

Гамильтониан выглядит следующим образом:

$$\hat{H}_0 = (\bar{\alpha}\hat{\bar{p}}) + m\beta \tag{3.2}$$

Матрица β совпадает с γ^0, матрицу α можно записать в виде произведения γ^0 и γ с индексами $1,2,3$ соответственно.

Если ввести оператор:

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \tag{3.3}$$

тогда, пользуясь свойствами антикоммутативности разных матриц Дирака, можно доказать, что γ^5 антикоммутирует с любой из γ^μ. А это значит, что она анти-

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

коммутирует с β и коммутирует с α, которая составлена из произведений двух разных γ^μ. Так как:

$$m = 0 : \left[\gamma^i, \hat{H}\right] = 0 \tag{3.4}$$

В этом случае, наблюдаемая, представляемая этим оператором, является интегралом движения. А γ^5 - это оператор хиральности. Потому что, если построить решение свободного уравнения Дирака, то в этом случае для свободной частицы можно потребовать, чтобы определенное значение имели импульс и энергия, так как в этом случае импульс коммутирует с гамильтонианом. Тогда:

$$\Psi = \phi_{\varepsilon\lambda}(\bar{p})e^{-iE_{\varepsilon p}t + i\bar{p}\bar{r}} \tag{3.5}$$

Спинор задается двумя квантовыми числами ε, знак энергии, пробегающий значения ± 1($+1$ - для частиц, -1 - для античастиц), и λ, спиральность, пробегающая значения $\pm\frac{1}{2}$.

$$E_{\varepsilon p} = \varepsilon\sqrt{m^2 + \bar{p}^2} \tag{3.6}$$

$$\gamma^5\Psi_{\varepsilon\lambda\bar{p}} = 2\varepsilon\lambda\Psi_{\varepsilon\lambda\bar{p}} \tag{3.7}$$

$$2\varepsilon\lambda = +1, \text{ при } \varepsilon = +1\lambda + \frac{1}{2} \text{ для частиц со спиральностью} + \frac{1}{2} \tag{3.8}$$

$$2\varepsilon\lambda = +1, \text{ при } \varepsilon = \lambda - \frac{1}{2} \text{ для античастиц со спиральностью} - \frac{1}{2} \tag{3.9}$$

$2\varepsilon\lambda$ - это хиральность $\eta = \pm 1$ для правых и левых хиральных состояний.

Можно ввести проекторы на правое и левое хиральное состояние.

$$\hat{P}_{R,L} = \frac{1 \pm \gamma^5}{2} \tag{3.10}$$

$$\Psi_{R,L} \equiv \frac{1 \pm \gamma^5}{2}\psi \tag{3.11}$$

Это *правохиральное* и *левохиральное* состояния.

Явное разделение можно осуществить следующим образом: в стандартном представлении γ-матриц, в котором γ^μ диагональна , γ-матрицы записывают в блочном

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

виде, таким образом, чтобы каждый элемент этой $2x2$ матрицы снова был $2x2$ матрицей. Таким образом:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I_2 & 0 \\ 0 & I_2 \end{pmatrix}, \ \bar{\gamma}^0 = \begin{pmatrix} 0 & \hat{\vec{\sigma}} \\ -\hat{\vec{\sigma}} & 0 \end{pmatrix} \tag{3.12}$$

В этом случае:

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & I_2 \\ I_2 & 0 \end{pmatrix} \tag{3.13}$$

Теперь можно явно разделить Ψ на две независимые компоненты:

$$\Psi = \begin{pmatrix} \phi & +\chi \\ \phi & -\chi \end{pmatrix} \tag{3.14}$$

Таким образом, четырехкомпонентный спинор можно записать как два двухкомпонентных спинора. В теории Дирака верхние называют *большой*, а нижние *малой компонентой дираковского четырехкомпонентного спинора.*

Если большую и малую компоненты записать через дуспинорные функции ϕ и χ, то получим, что:

$$\Psi_R = \begin{pmatrix} \phi \\ \phi \end{pmatrix} \tag{3.15}$$

Действуя точно так же, получаем:

$$\Psi = \begin{pmatrix} \chi \\ -\chi \end{pmatrix} \tag{3.16}$$

Получается что этот четырехкомпонентный спинор можно однозначным образом записать через двухкомпонентный спинор χ. То есть нейтрино с определенной хиральностью можно описывать с помощью двухкомпонентных спиноров. Поэтому в действительности нейтрино стандартной модели двухкомпонентно, так как рассматривается только нейтрино с левой хиральностью.

Связь массы и осцилляций

Возможность осцилляций тесно связана с введением массы.

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

При стандартном подходе, в теории с безмассовым нейтрино, осцилляций не возникает. Но как только допускается масса, сразу возникают возможности осцилляций.

Необходимо рассмотреть варианты вхождения массы в уравнение.

1. Диракоовская масса

Ввести дираковскую массу, то есть считать нейтрино дираковской частицей с ненулевой массой. Тогда:

$$L_m^{(0)} = -m_D \bar{\psi}\psi = -m_D[\bar{\psi}_R \psi_L + \bar{\psi}_L \psi_R] \tag{3.17}$$

Возникновение такого слагаемого сразу означает, что теперь хиральность перестала быть интегралом движения, и в свободной эволюции нейтрино возможен переход из правохиральных состояний в левохиральные. Так как в лагранжиане есть превращение левых в правые и правых в левые, соответственно возникает возможность осцилляций между:

$$\nu_R \longleftrightarrow \nu_L \text{ и } \bar{\nu}_R \longleftrightarrow \bar{\nu}_L \tag{3.18}$$

В первом порядке по массе амплитуды будут пропорциональны m_D. Масса в этом случае становится естественным энергетическим масштабом, и можно сделать вывод, что амплитуды соответствующих переходов для нейтрино с энергией E будут пропорциональны фактору типа $\frac{m_D}{E}$. Тогда:

$$p = (\frac{m_D}{E})^2 \tag{3.19}$$

Осцилляции (3.18) приводят к следующему: так как в слабом взаимодействии участвуют только левохиральные состояния, то при переходе из левого в правое состояние, нейтрино *стерилизуются*, то есть они полностью перестают взаимодействовать с веществом. Такие нейтрино практически не взаимодействуют с детекторами, то есть их нельзя увидеть, будет наблюдаться только исчезновение части нейтрино.

С другой стороны, могут быть и обратные процессы, когда стерильное правохиральное нейтрино перешло в левохиральное состояние, и детекторы его замечают.

2. Майорановские массы

Этторе Маорана предложил совершенно другую схему описания, которая не требует введения двух хиральностей в нейтрино, которая может быть реализована

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

в теории, в которой физические состояния нейтрино имеют только одну определенную хиральность.

Конструкция майорановской массы основана на том, что для всякого дираковского поля Ψ можно построить поле $\Psi^(C)$.

$$\Psi^C \equiv \hat{C}\Psi, \text{ где } \hat{C} = i\gamma^0\gamma^2 \tag{3.20}$$

Соответственно, если определить состояние Φ_L или соответственно Φ_R следующим образом:

$$\Phi_{R,L} = \Phi_{R,L} + \Phi^{(C)}_{R,L} \tag{3.21}$$

$$\Rightarrow \ \Phi^{(C)}_{R,L} = \Phi_{L,R} \tag{3.22}$$

Определенные таким образом компоненты, не будут меняться при зарядовом сопряжении. Такое нейтрино будет являться **истинно нейтральным**.

Тогда можно формально построить правое майорановское массовое слагаемое в лагранжиане нейтринного поля, которое будет записываться следующим образом:

$$L^R_m = -m_R\bar{\Phi}_R\Phi_R \tag{3.23}$$

Или построить левое майорановское нейтринное слагаемое, которое записывается через поле ϕ_L стандартным образом:

$$L^L_R = -m_L\bar{\Phi}_L\Phi_L \tag{3.24}$$

В случае такого представления в массовое слагаемое входят только компоненты одной хиральности. Если написать выражение на языке исходных полей ϕ, то это слагаемое будет иметь следующий вид:

$$-m_L\bar{\Phi}_L\Phi_L = -m_L\left[\bar{\Psi}^C_L\Psi_L + \bar{\Psi}_L\Psi^C_L\right] \tag{3.25}$$

Получается, что в этом случае в лагранжиане появляются слагаемые, учет которых приведет к возникновению переходов из состояния левого нейтрино в состояние левого антинейтрино и обратно. Возникают переходы следующего типа:

$$\nu_L \longrightarrow \bar{\nu}_L \tag{3.26}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

$$\nu_R \longrightarrow \bar{\nu}_R \tag{3.27}$$

То есть в этом случае возможны осцилляции, нарушающие закон сохранения лептонного числа.

Помимо осцилляций появляются еще другие процессы. Такие как:

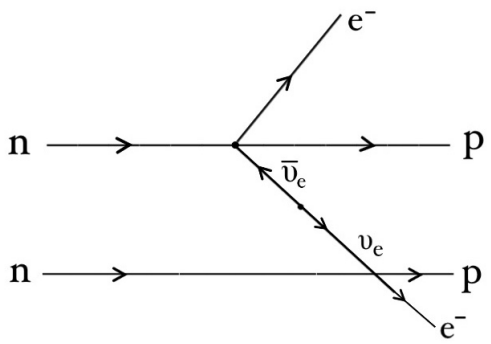


Рис. 3.1. $\beta-$распад нейтрона

В действительности это значит, что можно будет увидеть следующий процесс:

$$nn \longrightarrow ppee \tag{3.28}$$

Этот процесс называется **двойной безнейтринный бета-распад**.

Массовые слагаемые, попадая в лагранжиан и гамильтониан системы, сами по себе уже приводят к возникновению некоторых типов осцилляций между состояниями с разной хиральностью, и даже межу состояниями с разным знаком энергии между частицами и античастицами.

Тип 3.

При любом типе массы возможны появления осцилляций, связанных с механизмом, который виден на примере K^0-мезонов. Из-за того, что в гамильтониане появляются разные части с разной симметрией, при любом типе массы могут существовать состояния с определенной массой и состояния с определенным ароматом ν_e, ν_μ, ν_τ. Именно нейтрино в этих состояниях с определенным ароматом рождаются в слабых процессах. То есть это состояния, которые являются собственными векторами слабого взаимодействия. Эти состояния с определенными массой и ароматом могут не совпадать, ввиду разной симметрии соответствующих слагаемых в гамильтониане. В этом случае можно получить осцилляции по той же схеме, что и с K^0-мезонами.

В физике элементарных частиц, ситуация, когда существуют два разных базиса в пространстве состояний некоторых частиц, являющиеся квазистационарными состояниями для разных процессов, происходящих с этими частицами, называется **смешиванием.**

Необходимо рассмотреть осцилляции из-за смешивания.

Упражнение 3.1. *Рассмотрим случай двух ароматов:*

$$\textit{Первый базис:}|\nu_e\rangle,\ |\nu_\mu\rangle \tag{3.29}$$

Это ароматовый базис.

Так как в этой системе у нейтрино, при заданном состоянии и соответствующем направлении движения, два фундаментальных состояния, можно рассмотреть еще один базис:

$$\textit{Второй базис:}|\underset{m_1}{|\nu_1\rangle},\ \underset{m_1}{|\nu_2\rangle} \tag{3.30}$$

Массовый базис.

Ароматовый и массовый базис между собой не совпадают. Но случай двух ароматов, когда присутствует двумерная связь двух двумерных ортонормированных базисов, удобен тем, что его можно охарактеризовать одним параметром. Их можно записать как преобразование поворота:

$$\begin{cases} |\nu_e\rangle = \cos\theta|\nu_1\rangle + \sin\theta|\nu_2\rangle \\ |\nu_\mu\rangle = -\sin\theta|\nu_1\rangle + \cos\theta|\nu_2\rangle \end{cases} \tag{3.31}$$

Так как в общем случае связь двух ортонормированных базисов в двумерных пространствах осуществляют через унитарные матрицы $2x2$, детерминант которых равен единице. У такой матрицы три независимых параметра, при этом без изменения физики описания, можно для каждого базиса произвольно переопределять начальную фазу базисного состояния, соответственно среди этих трех параметров есть две нефизические начальные фазы Φ_1 и Φ_2, значит для характеристики связи состояний достаточно угла θ

В данном случае:

$$\angle\theta = \angle e - \mu \ \textit{смешивания} \tag{3.32}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Упражнение 3.2. *Пусть в некоторой точке родилось электронное нейтрино с заданной энергией E и полетело вдоль оси x. Говорят, что в момент времени 0 в точке $x = 0$ состояние нейтрино описывается вектором ν_e:*

$$x = 0: \ |\Psi\rangle = \nu_e = cos\theta|\nu_1\rangle + \sin\theta|\nu_2\rangle \tag{3.33}$$

ν_e разлагается по $|\nu_1\rangle$ и $|\nu_2\rangle$ потому что в процессе свободной эволюции, в процессе полета нейтрино, состояния $|\nu_1\rangle$ и $|\nu_2\rangle$ являются квазистационарными.

И это состояние при определенной массе будет иметь определенный импульс, при заданной энергии:

$$p_{1,2} = \sqrt{E^2 - m_{1,2}^2}|_{m \ll E} \simeq E - \frac{m_{1,2}^2}{2E} \tag{3.34}$$

Тогда:

$$|\psi\rangle = \cos\theta|\nu_1\rangle e^{ip_1x} + \sin\theta|\nu_2\rangle e^{ip_2x} \tag{3.35}$$

Из-за того, что $p_1 \neq p_2$, эти осцилляции фазовых множителей в двух слагаемых будут происходить не синхронно, а это приведет к тому, что если в точке x поставить детектор электронных нейтрино, и вероятность регистрации ν_e в точке x равна:

$$\begin{aligned} P_e(x) &= |<\nu_e|\psi(x)>|^2 = |\cos^2\theta + \sin^2\theta e^{\frac{m_1^2 - m_2^2}{2E}x}|^2 = \\ &= (\cos^2\theta + \sin^2\theta\cos\phi)^2 + \sin^4\theta\sin^2\phi = \\ &= \cos^4\theta + \sin^4\theta + 2\cos^2\theta\sin^2\theta\cos\phi = \\ &= 1 - \sin^2(2\theta)\sin^2\frac{m_1^2 - m_2^2}{4e}x \end{aligned} \tag{3.36}$$

При:

$$p_2 - p_1 = \frac{m_1^2 - m_2^2}{2E}$$

$$\frac{m_1^2 - m_2^2}{2E}x = \phi$$

Получается, что в отсутствии смешивания, при $\theta = 0$, эта вероятность тождественно равна единице, электронный нейтрино всегда остается электронным. Если $\theta \neq 0$, то возникает вероятность осцилляции.

Можно посмотреть период осцилляции(период по x), который называют ***длинной осцилляцией****.*

$$L = \frac{4\pi E}{|m_1^2 - m_2^2|} \tag{3.37}$$

Это период изменения вероятности регистрации электронного и мионного нейтрино в пучке из начально-электронных нейтрино, рожденных с заданной энергией E.

Таким образом, возможны осцилляции хиральности. При наличии дираковской массы, возможны осцилляции лептонного числа, как их называют при наличии маойрановской массы, и при любом массовом слагаемом возможны осцилляции аромата. В реальности возможно существование всех трех типов осцилляций, и все три типа осцилляций появляются только при наличии массы.

Симметрии в мире элементарных частиц

Пример 3.1. *Изотопическая симметрия.*

Наблюдаемая, которая связана с этой симметрией благодаря теореме Нетер, изоспином имеет трехкомпонентный оператор. С точки зрения теории групп можно построить группу изоспина, которая в пространствах состояния частиц будет реализовывать преобразования изотопической симметрии. В этом случае операторы изоспина должны являться их генераторами. Так как их три, эта группа будет иметь размерность три.

$$U(\bar{\alpha}) = e^{i\bar{\alpha}\hat{I}} \tag{3.38}$$

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ *- это параметры, задающие произвольное преобразование изотопической симметрии.*

В этом случае пространство состояний частицы с определенным изоспином, с точки зрения теории групп, превращается в пространства, в которых реализуются возможные неприводимые представления. Все неприводимые представления задаются значением изоспина, размерность соответствующего представления есть $2I+1$.

Алгебра генераторов, которая полностью задает свойства этой группы:

$$[\hat{I}_i, \hat{I}_j] = i\varepsilon_{ijk}\hat{I}_n \tag{3.39}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

В теории групп Ли, когда алгебра генераторов задается такими коммутаторами, величины ijk называют структурными константами группы. В этом случае структурные константы группы - это символ Леви-Чивиты, и такая группа с такой алгеброй генераторов в теории групп - это группа $SU(2)$. То есть всякое преобразование может быть реализовано как унитарная матрица $2x2$ с единичным определителем. Для записи такой матрицы потребуется три независимых вещественных параметра, в роли которых могут выступать $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$.

Примеры представлений:

$$I = 0, \text{одномерное тривиальное представление}(0) \tag{3.40}$$

Если изоспин равен нулю, то все соответствующие преобразования будут представляться единичным оператором.

$$I = \frac{1}{2}, (\frac{1}{2}), dim = 2 \tag{3.41}$$

В этом случае представление может быть реализовано как пространство двухкомпонентных спиноров. Операторы U будут унитарными матрицами $2x2$ единичными операторами. В этом случае операторы изоспина реализуются через матрицы Паули:

$$\hat{I} = \frac{1}{2}\hat{\vec{\sigma}} \tag{3.42}$$

Такое представление называется ***фундаментальным****.*

$$I = 1, (1), dim = 3 \tag{3.43}$$

В этом случае размерность представления совпадает с размерностью групп. Такое представление в теории групп называется ***присоединенным****. Тогда все матрицы нужно будет реализовывать как матрицы $3x3$, пространство представления можно рассматривать как пространство трехкомпонентных спиноров.*

Рассмотрим составные системы. Если рассмотреть систему двух частиц с изоспинами I_1 и I_2, то всегда очевидно, что в пространстве состояний системы можно в качестве базиса выбрать упорядоченные произведения состояний первой и второй частиц. Может быть такой базис не будет удобным, то есть

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

соответствующие базисные состояния не будут квазистационарными или стационарными для обобщенной системы, но такой базис всегда существует.

В линейной алгебре пространство, базис которого есть упорядоченные произведения базисных элементов пространств A *и* B *называют* ***пространством прямого произведения*** $[A \times B]$. *Поэтому для составных систем пространство состояний реализуется как прямое произведение соответствующих пространств составлений. Это прямое произведение раскладывается в прямую сумму неприводимых представлений. Прямая сумма пространств - это пространство, базис в котором является объединением базисов, то есть это линейная оболочка объединенного базиса всех суммированных пространств.*

$$(I_1) \times (I_2) = \bigoplus_{I=|I_1-I_2|}^{I_1+I_2} (I) \tag{3.44}$$

Правило сложения моментов. Таким образом, рассматривая составные системы всегда можно узнать, каким может быть изоспин составной системы.

Каждому неприводимому представлению можно сопоставить графический образ. Для группы $SO(2)$ *можно каждому представлению сопоставить граф в виде линейного отрезка с точками. каждая точка изображает базисное состояние, таким образом, количество точек отвечает размерности представления.*

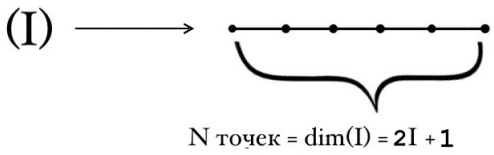


Рис. 3.2. Графический образ представления

На графическом языке можно реализовать формулу (3.44). *То есть с помощью графов можно реализовать разложение прямого произведения двух неприводимых пространств в прямую сумму неприводимых. Делается это следующим образом. Необходимо взять граф одного представления* (I_1) *и мысленно разместить над каждым его узлом граф второго представления. В результате получается некая объединенная структура узлов. Дальше эту конструкцию необходимо начать расслаивать.*

Запишем это на языке формулы (3.44)*:*

Рис. 3.3. Граф представлений, образующих прямую сумму

$$\frac{3}{2}\otimes\frac{1}{2}=(1)\oplus(2) \tag{3.45}$$

Таким же образом графически реализуется разложение произведения пространства неприводимых представлений в прямую сумму подобных пространств для любой группы $SO(n)$.

Ранг группы - это максимальное количество попарно коммутирующих генераторов. У группы $SO(2)$ ранг равен единице, у нее три генератора, которые не коммутируют между собой. На самом деле ранг группы виден по графу, так как он совпадает с размерностью графа.

Пример группы $SO(n)$:

$$dim=8\longrightarrow\hat{I}_\alpha=\frac{\hat{\lambda}_\alpha}{2} \tag{3.46}$$

$$[\hat{I}_\alpha\hat{I}_\beta]=if_{\alpha\beta\gamma}\hat{I}_\gamma \tag{3.47}$$

В том числе $[\hat{I}_3,\hat{I}_8]=0$, то есть здесь есть пара коммутирующих генераторов, $rang[SU(3)]=2$. Поэтому соответствующие графы оказываются двумерными.

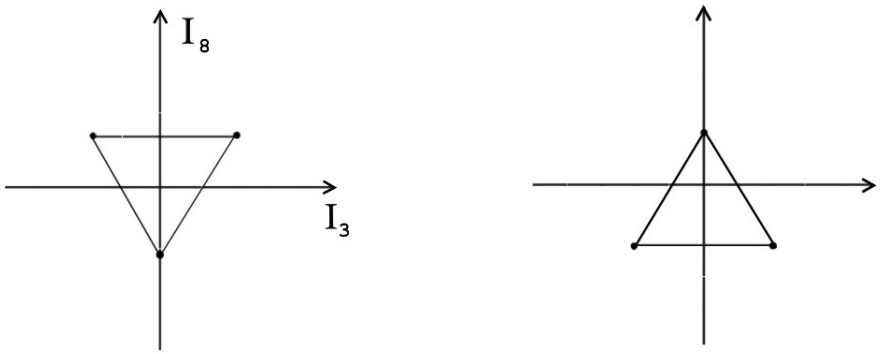


Рис. 3.4. Графы представлений

На самом деле любое неприводимое представление группы $SU(3)$ задается двумя числами p,q, которые пробегают значения $(0,1,2,3,...)$.

Графы представления (1,0) и (0,1) в некоторых переменных, если ввести собственные значения, могут иметь вид:

В общем случае графы p, q имеют внешней границей либо треугольник, либо шестиугольник.

Если $p, q \neq 0$, то внешняя граница графа - это шестиугольник, на трех сторонах которого умещаются по p интервалов между узлами, а на оставшихся сторонах по q интервалов между узлами. При этом по линиям параллельным сторонам шестиугольника можно шагнуть внутрь и получить следующий слой, в котором p и q будут уменьшаться на 1. И так продолжать можно до тех пор, пока в какой-то момент внутренний слой не станет треугольником. При этом кратность каждого угла увеличивается с каждым шагом внутрь.

Лекция 4. Симметрии адронов и кварковая модель

Группа $SU(3)$ - специальная унитарная группа , группа унитарных $3x3$ матриц с единичным определителем. Ее размерность равна 8, ранг равен 2. Это означает, что среди ее генераторов есть два коммутирующих генератора, и в пространстве любого неприводимого представления можо выбрать такой базис, что эти два генератора будут представляться диагональными матрицами. Соответственно можно занумеровать базисные вектора неприводимого представления в этом базисе собственными значениями этих операторов.

В стандартном представлении, которое было предложено Гелл-Маном, соответствующие матрицы называются матрицами Гелл-Мана. Диагональными матрицами в этом представлении являются третья и восьмая матрицы, соответственно генераторы f_3 и f_8 представляются диагональными матрицами и их собственные значения нумеруют базисные состояния неприводимых представлений.

Основные неприводимые представления

1. Тривиальное представление (1)

2.

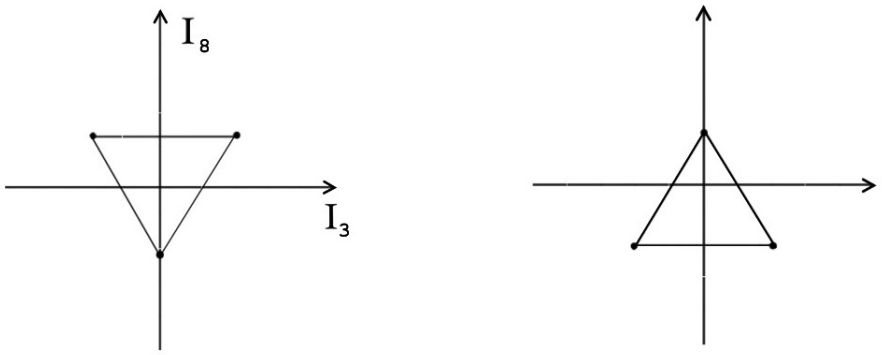


Рис. 4.1. Триплетное (3) и сопряженное триплетному (3*) представления

3. Присоединенное (октетное) представление (8)

4. Декуплетное представление

Правило, позволяющее разлагать произведение неприводимых представлений унитарных групп в сумму неприводимых.

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

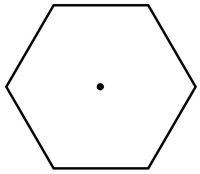


Рис. 4.2. Октетное представление

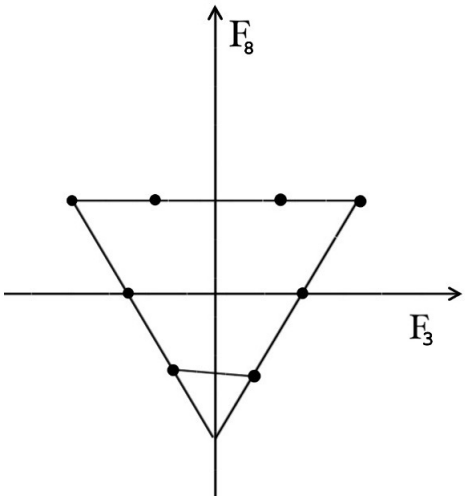


Рис. 4.3. Графы декуплетного представления

Например $(3)\otimes(3)^* = (1)+(8)$, то есть произведение есть сумма сиглетного и октетного представлений.

Разложив по тому же правилу произведение трех фундаментальных представлений, получается следующее:

$$(3)\otimes(3)\otimes(3) = (1)+(8)+(8)+(10) \tag{4.1}$$

Таким образом, в разложении появляются синглетные, октетные и декуплетные представления.

Нарушение изотопической и унитарной симметрии

Если рассмотреть псевдоскалярные мезоны ($S=0,\ P=-1$) и выделить среди них мезоны с наименьшей массой, то обнаруживается, что их девять штук. В них входят:

$$\pi^+\ \pi^0\ \pi^-;\ K^0,\ K^+;\ \bar{K}^0,\ \bar{K}^+;\ \eta,\ \eta' \tag{4.2}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Среди этих групп можно выделить изотопических партнеров. Так как внутри этой группы есть изотопические мультиплеты, то одному из квантовых чисел, которые позволяют отличать эти состояния, можно выбрать третью проекцию изоспина (I_3).

Фенологически эти мезоны подчиняются правилу Гельмана-Нишиджимы, которое гласит, что:

$$Q = I_3 + \frac{y}{2} \text{ ,где } y = B + S \tag{4.3}$$

у всех мезонов группы (4.2) барионный заряд равен нулю. Странность для K^0, K^+ равна $+1$ и равна -1 для $\bar{K}^0$, $\bar{K}^+$.

Если на диаграмму нанести точки, которые отвечают этим частицам, то эти 8 мезонов окажутся расположены следующим образом.

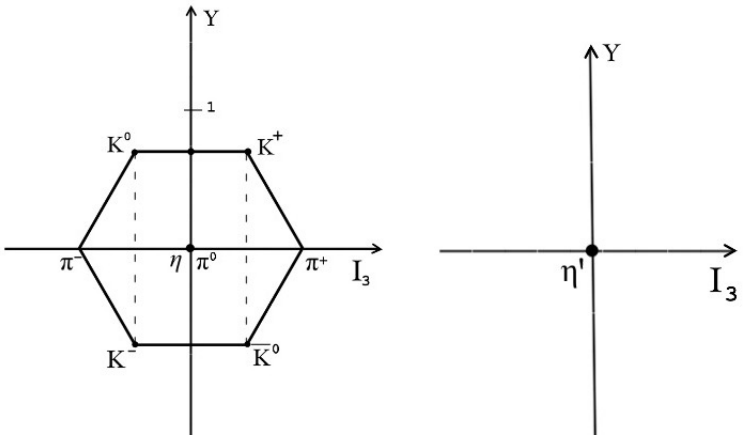


Рис. 4.4. Диаграмма с изображением точек, отвечающих частицам

По виду полученная фигура в точности повторяет граф октетного неприводимого представления группы $SU(3)$, а η' получается синглетом. Получается, что все легчайшие псевдоскалярные мезоны можно распределить по базисным состояниям октетного и синглетного представлений группы $SU(3)$. Получается, что помимо изотопической симметрии, в спектре адронов присутствуют еще более обширная $SU(3)$ симметрия, которая называется **унитарной симметрией**.

Но как изотопическая, так и унитарная симметрия немного нарушены, потому что если бы они были точными симметриями динамики системы, то они были бы собственными векторами гамильтониана, отвечающее одному и тому же собственному значению.

Это означало бы, что все частицы имели бы одинаковую массу. Но в действительности и внутри изотопических мультиплетов, и внутри унитарных мультиплетов есть расщепление по массе. У всех изотопических мультиплетов, которые мы видим оно находится в пределах 1%, а в унитарных мультиплетах расщепление порядка 10%. Таким образом, изотопическая симметрия нарушена совсем немного, унитарная нарушена сильнее, но она все же явно прослеживается в спектрах адронов.

Происходит это не только с псевдоскалярными мезонами.

Например существуют псевдовекторные мезоны $(S = 1, P = -1)$ которых тоже девять. Соответственно это:

$$\rho^+ \ \rho^0 \ \rho^-; \ K^{*0}, \ K^{8+}; \ K^{*-}, \ \bar{K}^{*0}; \ \phi, \ \omega \tag{4.4}$$

Если распределить их на такой же диаграмме, что и мезоны (4.2), то картинка будет такая же.

Внутренняя структура адронов

Вопрос о том, как с точки зрения внутренней структуры адронов можно интерпретировать этот факт, был разобран Гелл-Маном. В результате этого появилась кварковая модель.

Если рассмотреть соотношение $(3) \otimes (3)^* = (1) + (8)$, считая унитарную симметрию имеющей физические причины связанные со внутренней структурой адронов, то можно предположить, что она появляется из-за того, что адроны состоят из более фундаментальных частиц, волновые функции которых, при преобразованиях унитарных симметрий, преобразуются как компоненты унитарного триплета, то есть фундаментального представления группы $SU(3)$. Тогда волновые функции соответствующих античастиц (которые получаются действием зарядового сопряжения) должны реализовываться как базисные состояния сопряженного триплетного представления.

Тогда если посмотреть связанные состояния частицы и античастицы, то, соответственно, базисы в пространстве состояний связанных систем должны разбиваться на унитарные синглеты и унитарные октеты. При этом получается, что у связанных состояний кварк-антикварк, спин связанной частицы - это суммарный спин кварк-антикварка, а четность - это произведение внутренних четностей. Произведение внутренних четностей фермиона и антифермиона всегда определяется

так, чтобы это была -1. У двух частиц спина $\frac{1}{2}$ полный спин может быть либо 0, либо 1.

Таким образом, вся конструкция укладывается в идею, что есть фундаментальные частицы кварк и антикварк и их античастицы, и это частицы спина $\frac{1}{2}$. Тогда мезоны оказываются связанными системами кварк-антикварк.

Пример 4.1. *На самом деле генераторы группы $SU(3)$ f_3 и f_8 должны быть связаны с физическими наблюдаемыми адронными системами, которые можно модифицировать как I_3 и y. Это получается при правильном подборе нормировки. Необходимо только подобрать коэффициент так, чтобы собственные значения соответствующих матриц отвечали тем значениям, которые наблюдаются у частиц. При этом оказывается, что I_3 и f_3 совпадают, а f_8 и y отличаются на постоянный нормирующий множитель.*

Таким образом, на плоскости можно нарисовать базисный триплет, принадлежащий кваркам:

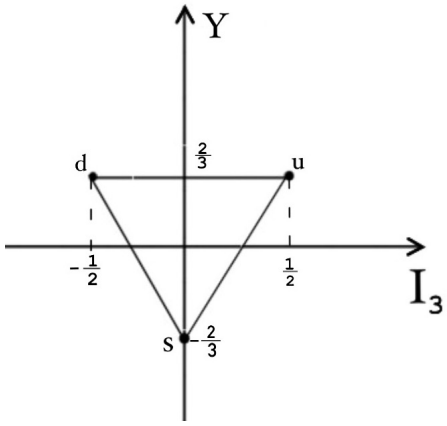


Рис. 4.5. Изображение базисного триплета на плоскости

У фундаментальных частиц получаются необычные значения квантовых чисел. Это означает, что у них должны быть и дробные электрические заряды.

В соответствии с соотношениями получается:

$$\begin{aligned} &S_u = S_d = 0 \\ &S_s = -1 \\ &B_u = B_n = B_s = \frac{1}{3} Q_u = +\frac{2}{3} Q_d = Q_s = -\frac{1}{3} \end{aligned} \tag{4.5}$$

Эти значения квантовых чисел, характерные для элементарных частиц, у кварков определяются самой идеей, что они должны реализовывать базисные состояния фундаментального представления. У антикварков все эти числа должны быть противоположными. Таких частиц в эксперименте никто не видел, но Гелл-Ман предположил, что это потому что внутриадронное межкварковое взаимодействие очень сильное, и частицы сложно оттуда вытащить.

Значения барионного заряда кварков наводит на мысль, что барионы должны получаться как трехкварковые системы, а антибарионные системы - как системы из трех антикварков.

Пример 4.2. *Если взять барион со спином $\frac{1}{2}$ и положительной внутренней четностью, обнаруживаются 8 барионов с расщеплением масс на уровне* 10% *между ними.*

В набор легчайших барионов со спином $\frac{1}{2}$ входят нейтрон и протон. Они являются изотопическим мультиплетом. Таким образом, если взять гиперзаряд и I_3, получаем:

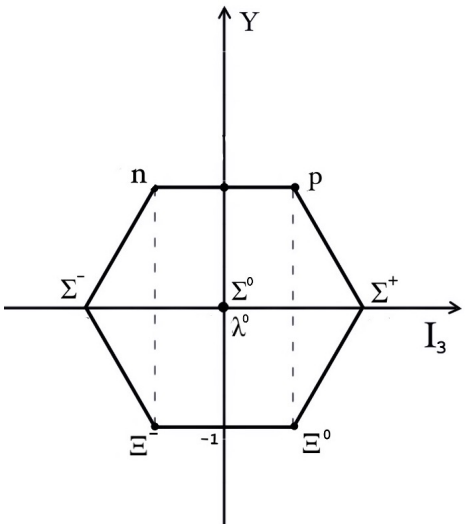


Рис. 4.6. Изображение унитарного октета

Получается тот же самый унитарный октет таких частиц.

Пример 4.3. *Для полного спина $\frac{3}{2}$ экспериментаторы знали не 10, а 9 частиц с соответствующим расщеплением масс, и на той же самой координатной плоскости y, I_3 они располагались следующим образом:*

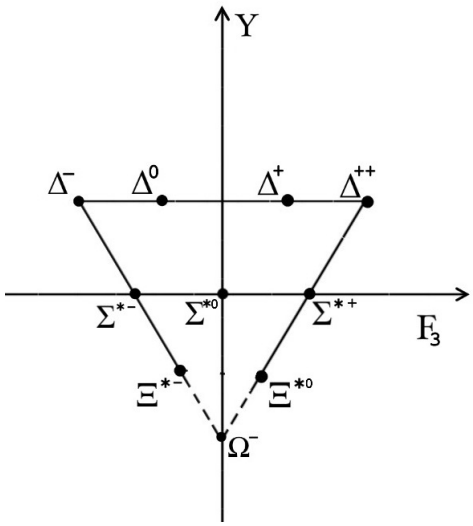


Рис. 4.7. Изображение декуплета

Получился незаконченный треугольник, так как граф декуплета должен завершаться еще одной вершиной. Причем про эту частицу можно назвать ее зарядовые характеристики:

$$B = +1, S = -3, Q = -1$$

Получается, что это изотопический синглет. Более того, несмотря на то, что расщепление масс внутри этой видимой девятки было порядка 9%*, расщепления масс внутри изотопических мультиплетов малы. Возникло предположение, что можно предсказать массу недостающей частицы. Это был первый случай, когда исходя из открытой симметрии, было предсказано существование нового адрона, который получил название* ***Омега-минус-гиперон****.*

Открытие этой частицы означает, что и барионы можно рассматривать как связанное состояние кварков.

С точки зрения квантовых чисел, состав частиц декуплета можно легко обнаружить. Например все дельта-резонансы имеют нулевую странность и барионный заряд равный 1. Поэтому логично было предположить, что они не содержат s-кварки.

Легко можно обнаружить, что:

$$\begin{aligned}
&\Delta^- = (ddd), \text{с суммарным зарядом -1}\\
&\Delta^0 = (ddu), \text{с суммарным зарядом 0}\\
&\Delta^+ = (duu)\\
&\Delta^{++} = (uuu)
\end{aligned} \tag{4.6}$$

Для Σ^{*-} - это состояние с полным спином равным 1, $B = 1$, странность равна -1, то есть есть один странный кварк:

$$\begin{aligned}
&\Sigma^{*-} = (dds)\\
&\Sigma^{*0} = (uds)\\
&\Sigma^{*+} = (uus)
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Это три варианта конструкции с одним s-кварком.

$$\begin{aligned}
&\zeta^- = (dss)\\
&\zeta^{*0} = (uss)\\
&\omega^- = (sss)
\end{aligned} \tag{4.8}$$

Получается, что переход в схеме 4.7 по строчкам вниз соответствует тому, что либо u-кварк, либо d-кварк заменяется на s-кварк. При этом масса с каждым переходом увеличивается примерно на одно и то же число в районе 140-150 МэВ.

Такое изменение можно интерпретировать, Гелл-Ман предложил посмотреть на эту ситуацию следующим образом. По его мнению, само взаимодействие кварков определяется массами составляющих кварков и энергией взаимодействия. Энергия взаимодействия в точности унитарносимметрична. Она одинакова для всех состояний, переводимых друг в друга преобразованиями унитарной симметрии, то есть для всех базисных состояний одного неприводимого представления. То есть внутри мультиплета эта энергия должна быть константой, а массы кварков могут различаться.

Таким образом, Гелл-Ман ввел предположение, что унитарная симметрия нарушается за счет различия масс кварков, а само взаимодействие унитарносиммментрично. Остается предположить, что масса u-кварка и d-кварка различается на маленькую величину.

Гипотеза 4.1. *1. Унитарная симметрия нарушается за счет различия масс кварков.*

2. При этом разность $m_d - m_u$ - величина порядка 1 МэВ

3. $m_s - m_d \sim$ 100 МэВ

При точности ± 10 МэВ можно считать, что:

$$\begin{aligned} m_u &\approx m_d \approx m_1 \\ m_s &\approx m_2 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Где m_1 - это средняя масса u и d кварков, а m_2 отличается от m_1 намного больше, чем на 10 МэВ.

Тогда получается, что массы частиц декуплетов выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} m_\Delta &= m_0 + 3m_1 \\ m_{\Sigma*} &= m_0 + 2m_1 + m_2 \\ m_{\zeta*} &= m_0 + m_1 + m_2 \\ m_\Omega &= m_0 + 3m_2 \end{aligned} \tag{4.10}$$

Где m_0 - это вклад в массу взаимодействия.

Таким образом, эквидистантность этих масс подтверждается.

Но если применить эту гипотезу к другим унитарным мультиплетам, то получатся менее тривиальные соотношения между массами.

Таим образом возникла определенная идея, что есть унитарная симметрия и есть способ ее нарушения. С помощью этого было объяснено, то, что видно с декуплетом бариона. Но для проверки этой идеи необходимо посмотреть, что она дает для других мультиплетов.

Кварковый конструктор

Пример 4.4.

$$(0)^- - \textit{октет псевдоскалярных мезонов} \tag{4.11}$$

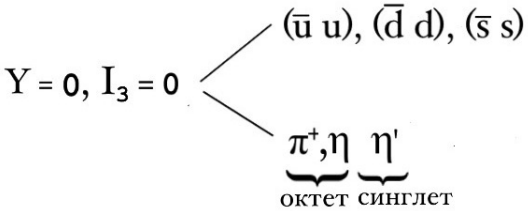
Начать следует с кваркового состава.

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Здесь есть невырожденные узлы:

$$\begin{aligned} &K^0(S=+1, B=0, y=1) : (\bar{s}d);\ K^+ = (\bar{s}u) \\ &\pi^+ = (\bar{d}u);\ \pi^- = (\bar{u}d) \\ &\bar{K}^0 = (\bar{d}s);\ K^- = (\bar{u}s) \end{aligned} \tag{4.12}$$

Их кварковый состав моментально восстанавливается по значениям зарядовых квантовых чисел. Есть три частицы, которые имеют нулевые значения этих квантовых чисел.



Чтобы записать кварковый состав этих чисел необходимо пользоваться соображением симметрий. Проще всего начать с синглета. Так как это синглет $SU(3)$-симметрии, базисными состояниями которой в фундаментальном мультиплете являются u, d и s, то структура синглета η' должна быть симметрична относительно замены u на d на s.

Соответствующая конструкция:

$$\eta' = \frac{1}{\sqrt{3}}(\bar{u}u + \bar{d}d + \bar{s}s) \tag{4.13}$$

То есть с равной вероятностью η' является любой из этих кварковых конструкций.

Соответствующие состояния, отвечающие π^0 и η, должны быть ортогональны друг-другу.

Далее, удобно строить π^0. Состояние π^0 ортогонально уже построенному η' и π^0 является изотопическим партнером π^+, π^-, значит он не должен содержать s-кварк. Осталось написать конструкцию $\bar{u}u$ и $\bar{d}d$ так, чтобы она была ортогональна (4.13).

Для этого нужно к π^0 приписать следующее:

$$\pi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\bar{u}u - \bar{d}d\right] \tag{4.14}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Оставшиеся состояния η:

1. η должно быть ортогонально π^0 2. η должно быть ортогонально η'

Тогда:

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{6}}\left[\bar{u}u + \bar{d}d - 2\bar{s}s\right] \tag{4.15}$$

Получается, что данные частицы реализуются, как состояния связанных систем.

Было предложено записывать массовые соотношения для m^2, а не для линейных масс. Соответственно фенологически нужно предположить, что:

$$\begin{cases} m_\pi^2 = m_0^2 + 2m_1^2 \\ m_k^2 = m_0^2 = m_1^2 + m_2^2 \\ m_\eta^2 = m_0^2 + \frac{2}{3}m_1^2 + \frac{4}{3}m_2^2 \end{cases} \tag{4.16}$$

То есть считаем, что кварк-антикварки вида $u\bar{d}$ вносят одинаковый вклад в квадрат массы пиона.

Таким образом, если:

$$3m_\eta^2 + m^2 = 4m_0^2 + 4m_1^2 + 4m_2^2 = 4m_k^2 \tag{4.17}$$

то получается следующее соотношение, которое можно проверить экспериментально:

$$m_k^2 = 3m_\eta^2 + m_\pi^2 \tag{4.18}$$

Подобное соотношение можно получать для каждого мультиплета.

Если в это равенство подставить реальные значения масс, то оно примет вид:

$$0,98^2 = 0,92^2 \tag{4.19}$$

В действительности эти соотношения с нужной точностью работают для декуплета барионов, для октета барионов и для октета псевдоскалярных мезонов, но плохо работают для октета псевдовекторных мезонов.

Среди нейтральных: ρ^0, ω, ϕ. Если предположить, что ϕ - унитарный синглет, то

$$\begin{aligned} &\phi : \frac{1}{\sqrt{3}}((\bar{u}u + \bar{d}d + \bar{s}s) \\ &\rho^0 : \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\bar{u}u + \bar{d}d\right] \end{aligned} \tag{4.20}$$

На самом деле то, что у мультиплетов для разных спинов получились разные свойства, не противоречит эмпирическим данным о сильном взаимодействии.

Межкварковое взаимодействие тоже сильно зависит от спинов. Действительно, в межкварковом взаимодействии при полном спине 0, оно выглядит почти как унитарно-симметричное, а при полном спине 1, появляется слагаемое, нарушающее унитарную симметрию уже и в самом взаимодействии.

$$\omega : 4m_{k*}^2 \neq 3m_\omega^2 + m_\rho^2 \tag{4.21}$$

На уровне требуемой точности это соотношение не выполняется, поэтому нужно предположить, что существует унитарно-несимметричная часть взаимодействия $q\bar{q}$, проявляющаяся при полном спине $S = 1$.

Эту ситуацию можно описать как **синглетно-октетное смешивание**.

Синглетно-октетное смешивание

Говорим, что если бы не было синглетно-октетного смешивания, то:

$$\begin{aligned} &\hat{M}^2 = \begin{pmatrix} m_o^2 & v_{os}^2 \\ v_{os}^2 & m_s^2 \end{pmatrix} - \omega \text{ и } \phi \text{ есть}: \\ &\frac{1}{\sqrt{6}}\left[\bar{u}u + \bar{d}d - 2\bar{s}s\right] \text{ и} \\ &\frac{1}{\sqrt{3}}\left[\bar{u}u + \bar{d}d - \bar{s}s\right] \end{aligned} \tag{4.22}$$

Дальше нужно найти собственные значения матрицы $\hat{M}$

$$4m_{k*}^2 \neq 3m_o^2 + m_\rho^2 \Rightarrow m_o^2 = \frac{4m_{k*}^2 - m_\rho^2}{3} \tag{4.23}$$

$$3m_{\omega,\phi}^2 = \lambda_{1,2} \Rightarrow \lambda^2 - (m_o^2 + m_s^2)\lambda + m_o^2 m_s^2 - v_{os}^4 = 0 \tag{4.24}$$

Оказалось, что подставив физические значения масс ω и ϕ с точностью порядка ± 10, правильные массы ω и ϕ обеспечивают следующее:

$$\begin{aligned} \omega &\simeq \omega^{(id)} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\bar{u}u + \bar{d}d\right] \\ \phi &\simeq \phi^{(id)} = \bar{\rho}\rho \end{aligned} \tag{4.25}$$

Это смешивание назвали **идеальным**. Говорят, что наблюдаемое синглетно-октетное смешивание близко к идеальному.

ϕ можно рассматривать как вид мезонов, которые стали называть **чистыми кваркониями**. Чистый кварконий - это мезон, являющийся связанным состоянием кварка и антикварка одного аромата.

Лекция 5. Дополнительные симметрии в кварковой модели

Цвет

При введении кварковой модели существовало две проблемы. Проблема с объяснением, каким образом возникают кварковые конструкции типа омега-гиперона, где три кварка должны иметь полностью совпадающие квантовые числа.

Вторая проблема заключалась в том, что если кварки составляют все наблюдаемые адроны и так сильно между собой взаимодействуют, что остаток от их взаимодействия значительно сильнее всех прочих взаимодействий, то почему не образовываются системы вида (qq), $(qq\bar{q})$. Эти проблемы сразу же решаются, если ввести новый заряд, то есть квантовое число, связанное с внутренней симметрией динамики кварковых систем. Оно будет иметь ровно три значения и соответствующей симметрией будет $SU(3)$.

Если значений три, то каждая кварковая волновая функция представляет из себя цветовой триплет:

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_r \\ \psi_y \\ \psi_b \end{pmatrix} \tag{5.1}$$

Тогда $SU(3)_C$ - цветовая симметрия всех возможных специальных унитарных преобразований таких триплетов является симметрией динамики.

В таком случае оказывается, что в произведении неприводимых представлений $(3)\otimes(3)^*$ так же как и в произведении трех неприводимых представлений фундаментальных $(3)\otimes(3)\otimes(3)$, присутствует синглетное представление в их разложении. То есть в тех произведениях, которые возникают, когда смотрят как классифицируются, с точки зрения цветовой симметрии, кварк-анитикварковые, трехкварковые системы. В их разложении на неприводимые присутствуют синглетное представление, то есть такие представления могут быть бесцветными. Поэтому этому квантовому числу дали название цвет.

На самом деле необходимо было найти какие-то экспериментальные подтверждения того, что световая степень свободы существует и новый заряд пробегает

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

именно три значения. Наиболее эффектным способом проверки, который был реализован, является изучение сечения электрон-позитронной аннигиляции.

Если встречаются электрон и позитрон, то основной канал неупругих процессов связан с тем, что они аннигилируют в гамма-кванты на наиболее вероятных процессах, после чего эти гамма-кванты распадаются, порождая фермион и антифермион. В этой ситуации другими фермионами могут быть лептоны и кварки. В качестве стандартного канала взят канал распада на мюон и антимюон.

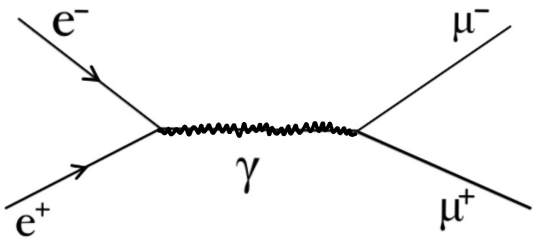


Рис. 5.1. Аннигиляция электрона и позитрона

Такой канал не упругий. Нужно сравнить его с сечением процесса, где рождаются кварк и антикварк.

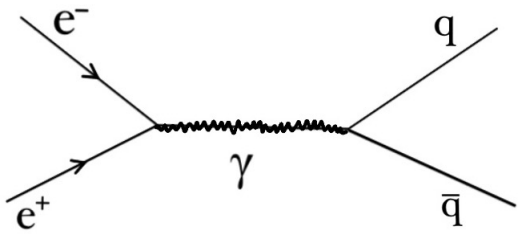


Рис. 5.2. Сечение процесса с рождением q и $\bar{q}$

В результате на вылете получают адроны. Поскольку был установлен принцип согласно которому не родится однокварковое или одновнтикварковое состояние. Принцип получил название **принцип конфайнмента** или принцип невылета цвета из адронов. Все родившиеся комбинации обязательно будут бесцветными. В итоге, в любом случае, какой бы q или $\bar{q}$ не родился, на вылете получаются адроны.

На самом деле есть канал с образованием еще одного более тяжелого $\tau-$лептона, но этот случай тоже относят ко второй части, так как у $\tau-$лептона очень маленькое время жизни и его основные каналы распадаются с участием более легких адронов.

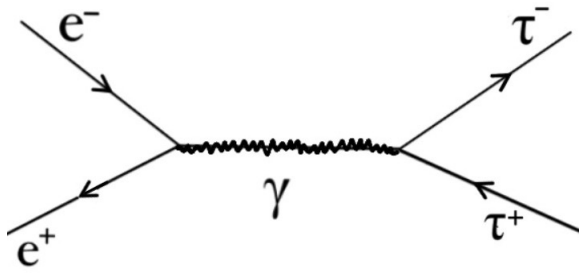


Рис. 5.3. Канал с рождением τ и $\bar{\tau}$

Следовательно:

$$R = \frac{\sigma[e^+ s^- \longrightarrow \text{адроны}]}{\sigma[e^+ s^- \longrightarrow \mu^+ \mu^-]} \tag{5.2}$$

Следует обратить внимание, что в низшем порядке теории возмущений, когда учитывают именно процесс 1, электромагнитное взаимодействие можно учитывать по теории возмущений, и, чем больше будет вершин в диаграмме процесса, тем меньше вклад этого процесса в амплитуду, а значит и в вероятность сечения рассеяния. Поэтому основной канал вносят именно 1 и 2 процессы. Они устроены одинаково, единственное отличие заключается в том, что интенсивность взаимодействия пропорциональна заряду частицы, потому что интенсивность взаимодействия с фотоном для каждой частицы показывает его заряд. Поэтому амплитуда такого квантового процесса для каждого кварка будет пропорциональна заряду каждого кварка.

Соответственно вероятность, а вместе с ней и сечение (квадрат амплитуды) будет пропорциональна квадрату каждого кварка.

Дальше нужно будет суммировать их вклады. Таким образом:

$$R = \sum_f Q_f^2 \tag{5.3}$$

R должно увеличиваться с ростом энергии по определенному закону. Если работать с энергиями, которых недостаточно для рождения пары $c\bar{c}$-кварк, то есть, если работать в области $f = u, d, s$, то в этом случае:

$$R = \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 2\left(\frac{1}{3}^2\right)^2 \right] * 3 = 2 \tag{5.4}$$

В R непосредственно входит количество значений нового дополнительного заряда.

При прохождении порога рождения $c\bar{c}$, к R добавится еще $\left(\frac{2}{3}\right)^2 * 3$. В этом случае получим:

$$R = \frac{10}{3} \tag{5.5}$$

Далее наступит порог рождения $\tau\bar{\tau}$, около $3,5$ГэВ.

$$\text{Добавится единица} \quad R = \frac{13}{3} \tag{5.6}$$

Таким образом, R должно вести себя следующим образом:

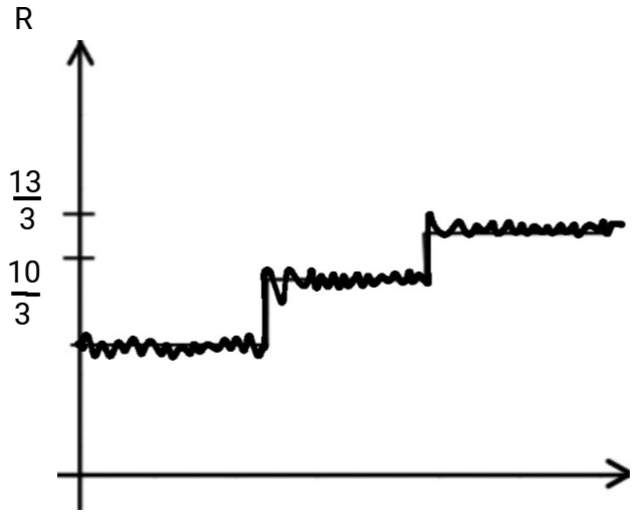


Рис. 5.4. График представлений, образующих прямую сумму

Можно заявить, что свободная часть фермионного лагранжиана в стандартной модели известна.

$$L^0_{SM} = \sum_f -\frac{i}{2}(\bar{\psi}\gamma^\mu\delta_\mu\psi - \delta_\mu\bar{\psi}_f\gamma^\mu\delta_\mu\psi_f) - m_f\bar{\psi}_f\psi_f \tag{5.7}$$

- для случая, если массы всех фермионов дираковские.

Перенормировка

Остается только вопрос о массовых слагаемых для нейтрино. В стандартной модели масса нейтрино считается равной нулю, поэтому слагаемого $m_f \bar{\psi}_f \psi_f$ нет, а первое кинетическое слагаемое может быть разделено на сумму двух независимых, отвечающих правой и левой хиральной компоненте. Таким образом, в стандартной модели правые хиральные нейтрино можно полностью отделить от всей остальной динамики, то есть считать, что их либо нет, либо что они ни с чем не взаимодействуют.

Индекс f пробегает лептонные значения и кварковые значения, у каждого из которых есть цветовой индекс, пробегающий три значения:

$$f = \begin{cases} \begin{pmatrix} e \\ \nu_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu \\ \nu_\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau \\ \nu_\tau \end{pmatrix} \\ \\ \begin{pmatrix} u_c \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_c \\ s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_c \\ b \end{pmatrix} \end{cases} \tag{5.8}$$

Возникает своеобразное **кварк-лептонное** соответствие. Традиционно разбивают шесть кварков, шесть ароматов кварков, шесть ароматов лептонов на три поколения, по два аромата в каждом. Обобщенно кварки u, c, t называют верхними, а d, s, b - нижними.

В стандартной модели количество фундаментальных фермионов очень велико. Есть 6 разновидностей лептонов и 18 разновидностей кварков. Если добавить к ним античастицы, то получится 48 фундаментальных античастиц материи. А еще нужно ввести взаимодействия. Таким образом, можно сказать, что стандартная модель перегружена фундаментальными сущностями.

На самом деле, это соответствие не случайно. Часто возникают расходимости, когда вакуумные поправки представляются расходящимися суммами или интегралами. Например видимый заряд электрона при учете того, что он находится не в пустоте, а в вакууме - есть сумма заряда электрона без вакуума и вакуумной поправки, так как электрон - это заряженная частица, которая создает вокруг себя поле, а это поле будет действовать на вакуум.

Как и со всякой средой, в вакууме будет возникать эффект поляризации, то есть постоянно рождающиеся в нем заряженные пары частиц и античастиц будут ориентироваться под действием внешнего поля. Поляризация приведет к экранировке заряда электрона. Если дальше, в рамках квантовой электродинамики, записать выражение для вакуумной поправки, оно получится расходящимся.

В квантовой электродинамике эти проблемы удается решить введением **процедуры перенормировки**, то есть устранением этих расходимостей.

В случае заряда электрона, если речь идет о словесной мотивировке, произносится примерно следующее:

Неизвестно, каким был бы заряд электрона, если бы его вынули из вакуума. Никто никогда не видел электрон без вакуума. Положим затравочный заряд равный бесконечности, но так, чтобы эта бесконечность в точности сократила расходящуюся часть интеграла в вакуумных поправках. Тогда нужно из этого интеграла явно выразить расходящийся член, убрать его, сочтя, что он сокращается затравочным значением, и оставить то, что осталось.

Такие перенормировочные процедуры в квантовой электродинамике нужно осуществить конечное число раз, а точнее пять. После этого, когда таким образом выделяется пять характерных расходимостей и объявляется, что они сокращаются, проблемы заканчиваются. То есть используется пять реперных экспериментальных значений для того, чтобы определить наблюдаемые значения пяти величин. А после этого остается только все посчитать.

Когда записываются произвольные лагранжианы частиц с участием взаимодействия, то обнаруживается, что большая часть из них приводит к теориям, где количество расходимостей, которые нужно выделить и выкинуть - бесконечно. Такая теория не имеет физического смысла, потому что для определения ее констант нужно собрать бесконечное количество данных. Такие теории называются **неперенормированными**.

Стандартная модель - это перенормируемая теория. Разумными теориями являются только перенормируемые теории, неперенормируемые теории нет смысла рассматривать.

С этой точки зрения, в стандартной модели кварклептонное соответствие совершенно необходимо.

Пример 5.1. *Рассмотрим процесс взаимодействия заряженного лептона с ней-*

трино:

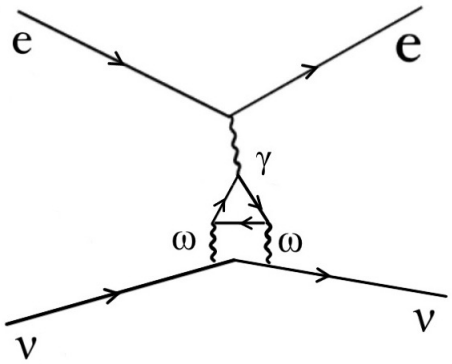


Рис. 5.5. Один из каналов упругого рассеяния нейтрино на электроне.

Здесь возникает вклад, который оказывается расходящимся, то есть получается, что в теории типа стандартной модели, полное сечение нейтрино-электронного рассеяния должно быть бесконечным. Этот вывод абсурдный.

В стандартной модели вклад такой расходящейся диаграммы можно убрать. Такая диаграмма называется ***треугольной аномалией****.*

Вклад этой диаграммы занулится, если:

$$\sum_f Q_f^2 = 0 \tag{5.9}$$

В кварк-лептонном соответствии в каждом поколении будет:

$$\begin{gathered} -1(\text{у заряженного лептона}) + 0(\text{у нейтрино}) + \\ +3\frac{2}{3}(\text{у u-кварка}) + 3\left(\frac{1}{3}\right)(\text{у d-кварка}) = 0 \end{gathered} \tag{5.10}$$

Во втором и третьем поколении лептонов и кварков все повторится.

Таким образом, требование (5.9) *(что сумма зарядов всех фундаментальных фермионов равна нулю) необходимо для стандартной модели.*

С учетом этого кварк-лептонного соответствия можно понять как устроен свободный лагранжиан. Соответственно следующим шагом нужно заняться взаимодействием. То есть теперь для построения полного лагранжиана теории необходимо включить в него взаимодействие, то есть поля-переносчики и слагаемые взаимодействия между полями-переносчиками и фермионами.

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Нужно иметь ввиду, что описанная выше процедура перенормировки была описана очень утрировано. На техническом уровне это сложная операция, которую строят разными способами. Самый популярный метод состоял в том, чтобы воспользоваться идеологией метода решения некорректно поставленных задач Тихонова и скорректировать его. То есть необходимо ввести дополнительный параметр регуляризации в систему, при учете которого все возникающие интегралы будут корректны. После этого устремить параметр регуляризации к нулю.

Поскольку исходный интеграл расходящийся, то в итоге получается расходящаяся величина, которую можно разложить в ряд Лорана по параметру регуляризации и увидеть расходящиеся слагаемые в явном виде.

Лекция 6. Симметрии, токи и взаимодействия

Симметрии. Нётеровские токи

Построение лагранжиана взаимодействия в лагранжиане стандартной модели нужно связать с симметриями. Теорема Нётер - это то, от чего стоит отталкиваться в этой ситуации.

Существует конструкция, которую называют нётеровскими токами, она может быть связана с любой симметрией лагранжиана.

То есть:

$$\begin{aligned} &L \longrightarrow \text{группа симметрий } G \\ &u(\alpha_a) = e^{ia_a \hat{T}_a} \\ &a = 1, ...N = dim(G) \end{aligned} \tag{6.1}$$

Таким образом, если есть группа симметрий с соответствующим набором генераторов, то можно определить нётеровский ток:

$$J_a^\mu = i\frac{\delta L}{\delta(\sigma_\mu \psi)}\hat{T}\psi = \delta_\mu J_a^\mu = 0 \tag{6.2}$$

В соответствии с теоремой Нётер оказывается, что эти токи сохраняющиеся, то есть существует соответствующее уравнение непрерывности.

У этой конструкции есть несколько замечательных свойств:

1. Трансформационные свойства

Индекс μ - это лоренцев векторный индекс, и эта конструкция удобна, если нужно построить что-то, что инвариантно преобразованиям Лоренца.

$$J_a^\mu - \text{ Лоренцев вектор} \tag{6.3}$$

2. Нужно обратить внимание на трансформационные свойства по отношению к выбранной группе симметрии G.

Пример 6.1.

$$L = -\frac{i}{2}\left(\bar{\psi}\gamma^\mu \sigma_\mu \psi - \sigma_\mu \bar{\psi}\gamma\psi\right) - m\bar{\psi}\psi \tag{6.4}$$

Это лагранжиан свободного дираковского фермионного поля с массой. Присутствует симметрия:

$$u(1): \quad \psi \longrightarrow \psi' = \psi e^{i\alpha} \tag{6.5}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Единственный параметр - это одномерная группа, а в качестве генератора выступает единичный оператор. Поэтому если построить соответствующий нётеровский ток, который обычно называют векторным током, то он может быть записан в следующем виде:

$$J_a^\mu \bar{\psi}\gamma^\mu \psi \tag{6.6}$$

*То есть для спинорных полей это всегда билинейная конструкция спинорных полей. С точки зрения группы G, если каждый из фермионов преобразуется по фундаментальному представлению группы G, то в (**??**) будет произведение сопряженного к фундаментальному и фундаментального представления.*

У всех унитарных групп типа SU(n) произведение сопряженного к фундаментальному на фундаментальное раскладывается в сумму неприводимых представлений универсальным образом. Это тривиальное и присоединенное.

Можно говорить, что токи $bar\psi\gamma^\mu\psi$ *можно приписать тривиальному, то есть к полностью симметричному по всем электронным полям току.*

Таким образом, первое замечательное свойство нётеровских токов - это их определенные трансформационные свойства по отношению к пространственно-временным преобразованиям симметрии группы.

У лагранжиана (6.4) при определенных свойствах можно обнаружить еще одну замечательную симметрию.

Если масса равна нулю, то есть, если не будет последнего слагаемого, то поскольку рассматриваемая матрица Γ^5 всегда коммутирует с произведением $\gamma^0 i0$, γ^μ, при любом μ, то в этом случае будет еще одно преобразование:

$$\psi \longrightarrow \psi' = e^{i\alpha\gamma^5}\psi \tag{6.7}$$

Относительно этого преобразования лагранжиан будет инвариантным, это еще одна $u(1)_A$-симметрия. Традиционно ее называют $u(1)$аксиальная симметрия, потому что:

$$J_A^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi \tag{6.8}$$

С точки зрения преобразований Лоренца, это будет аксиальным вектором.

Соответственно, в случае если

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ . \\ . \\ . \\ \psi_n \end{pmatrix} \tag{6.9}$$

То обобщая этот пример получится группа $SU_{(n)}$ преобразований. И таким образом может быть $SU_{(n)}$-векторная и $SU_{(n)}$-аксиальная симметрия. Но в одномерном случае можно сказать, что при нулевой массе соответствующие генераторы, единичные операторы Γ^5 между собой коммутируют, можно считать, что это независимые преобразования. То есть на групповом языке можно заявить, что при нулевой массе полной симметрией этого лагранжиана будет $u(1)_V \otimes u(1)_A$, для $SU_{(n)}$ этого не получится, потому что для соответствующего преобразования группы $SU_{(n)}$, соответствующие генераторы преобразований $(n)_V$ и $SU_{(n)_A}$ не коммутируют между собой.

Но в этом случае можно поступить следующим образом. Можно определить операторы зарядов:

$$\hat{Q}_a = \int\limits_{t=const} d\bar{r} J_a^0 \tag{6.10}$$

Но если это сохраняющийся ток, то в этом случае сам заряд будет интегралом движения и в реальности он не будет зависеть от времени.

Нетрудно заметить, что поскольку генераторы большинства групп симметрии, которые используются как группы внутренней симметрии теории групп Ли, удовлетворяют коммутационным соотношениям алгебры генераторов алгебры Ли и соответственно:

$$[\hat{T}_a, \hat{T}_b] = i f_{abc} \hat{T}_c \Rightarrow [\hat{Q}_a, \hat{Q}_b] = i f_{abc} \hat{Q}_c \tag{6.11}$$

abc-это структурные константы.

В таких случаях говорят, что алгебра операторов зарядов воспроизводят алгебру генераторов группы симметрий.

Поэтому:

$$\begin{aligned} &\hat{Q}_{a_V}, \hat{Q}_{a_A}, \quad a = 1, \dots \dim(G) \\ &[\hat{Q}_{a_V}, \hat{Q}_{b_A}] = i f_{abc} \hat{Q}_{cA} \end{aligned} \tag{6.12}$$

Однако, можно показать, что если ввести следующие операторы:

$$\hat{Q}_{a_{L,R}} = \frac{1}{2}(\hat{Q}_{a_V} \mp \hat{Q}_{a_A}) \tag{6.13}$$

то в этом случае получается, что эти генераторы сами по себе будут воспроизводить алгебру генераторов группы симметрии и при этом $[\hat{Q}_{a_L}, \hat{Q}_{b_R}] = 0$ коммутируют между собой, и преобразования группы $SU_{(n)}$, связанные с правыми или левыми генераторами будут являться независимыми. Поэтому говорят, что если массы фермионов равны нулю, то полная группа симметрии - это $SU_{(n)_L} \otimes SU_{(n)_R}$. Такую симметрию принято называть хиральной. Но если ввести массовое слагаемое, то эта симметрия теряется, то есть она понижается до $SU_{(n)_V}$.

Можно заметить, что:

$$\hat{J}_{a_{L,R}} = \bar{\psi}\gamma^{\mu}(1 \mp \gamma^5)\hat{T}_a\psi \tag{6.14}$$

Эти токи будут содержать проекторы на состояния фермионов с определенной хиральностью. В этом случае соответствующим током будет ток фермионов с определенной хиральностью, а такие состояния играют важную роль в анализе слабого взаимодействия, которое различает хиральности фермионов.

Есть еще одно важное свойство нётеровских конструкций. У этих конструкций есть определенные алгебраические свойства.

$$\frac{\delta\alpha}{\delta(\sigma_\mu\psi)} \equiv \pi_a^\mu \tag{6.15}$$

Эту конструкцию называют каноническим импульсом канонически-сопряженной полевой переменной ψ, в том смысле, что эти импульсы и полевые координаты удовлетворяют каноническим коммутационным соотношениям.

$$[\pi_a^0 \psi_a] = -i\delta(\bar{r} - r')\delta_{ab} \tag{6.16}$$

Это одновременное каноническое соотношение.

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Если известны каноническое соотношение для импульсов и координат, и коммутационные соотношения для генераторов, то можно вычислить следующее одновременное коммутационное соотношение:

$$[J_a^0(t\bar{r}'), J_b^0(t\bar{r})] = i\delta(\bar{r}-\bar{r}')f_{abc}J_c^0(t\bar{r}) \tag{6.17}$$

Если проинтегрировать получившееся соотношение по r', то получится следующее коммутационное соотношение:

$$[Q_a^0, J_b^0(t\bar{r}')] = if_{abc}J_c^0(t\bar{r}') \tag{6.18}$$

Это выполняется для произвольной точки пространства-времени.

Полученное соотношение можно обобщить:

$$[\hat{Q}_a, J_l^\mu] = if_{abc}J_c^\mu \tag{6.19}$$

В результате получилось одно из соотношений алгебры токов.

Можно сказать, что такое соотношение для $\mu \neq 0$ тоже должно было получиться интегрированием какой-то аналогичной конструкции. Существует коммутационное соотношение вида:

$$[J_a^0(t\bar{r}'), J_b^\mu(t\bar{r})] = i\delta(\bar{r}-\bar{r}')f_{abc}J_c^\mu(t\bar{r}) + \Delta_{ab}^\mu \tag{6.20}$$

Но в этом случае нельзя быть уверенным в том, что это вся конструкция, так как в это соотношение можно добавить какую-то конструкцию, которая зануляется при интегрировании. Δ_{ab}^μ - это дополнительный член, который называется **Швингеровским членом**. Оно отлично от нуля только при $\bar{r} = \bar{r}'$, то есть оно может быть как-то связано с δ-функцией или с его производными. Обычно его записывают через производную $\delta\mu$ от выражения, содержащего δ-функцию.

Таким образом, то, что получается в результате усреднения соответствующих коммутационных соотношений алгебры токов и алгебры зарядов по реальным физическим состояниям, может служить прямой экспериментальной проверкой симметрии или степени ее нарушения. Если в лагранжиане появятся слагаемые нарушающие исходную симметрию, то соответствующие токи перестанут удовлетворять соотношению непрерывности, а соответствующий заряд перестанет быть интегралом движения и начнет зависеть от времени. Но очень многие коммутационные соотношения сохранятся, потому что при их вычислении использовались

только одновременные коммутаторы полевых переменных, а они в любом случае остаются.

Следует обратить внимание на одно важное различие. Фундаментальные фермионы - это кварки и лептоны, соответствующие лептонные токи непосредственно измеримы, потому что однолептонные состояния можно наблюдать. А однокварковые состояния нельзя наблюдать, поэтому когда для кварковых токов по реальным физическим состояниям усредняют соотношения алгебры токов или алгебры зарядов, на самом деле их усредняют по состояниям связанных кварк-антикварковых систем, то есть по адронным состояниям. Причем все адронные токи должны преобразовываться по тривиальному представлению цветовой группы симметрий.

Связь нетеровских токов с наблюдаемыми величинами

В определенных ситуациях нетеровские токи могут быть измеримы. Нужно отметить следующее: построенные выше нетеровские токи являлись нетеровскими токами свободного лагранжиана, то есть были взяты симметрии свободного лагранжиана. Введение операторов взаимодействий может как-то нарушать эти симметрии, скорее всего симметрия ограничится. И таким образом из общей группы симметрий возникнет подгруппа, которая будет сохраняться и при учете взаимодействия.

Таким образом, можно из нетероских токов свободного лагранжиана собрать те токи, которые остаются сохраняющимися.

Пример 6.2. *Ярким примером является электромагнитный ток.*

$$J^{\mu}_{em} \equiv \sum_f Q_f \bar{\psi}_f \gamma^{\mu} \psi_f \tag{6.21}$$

Это суперпозиция векторных нетеровских токов свободного лагранжиана. Коэффициентами суперпозиции служат соответствующие заряды. При желании его можно тождественно разбить:

$$J^{\mu}_{em} \equiv J^{\mu}_{emq} + J^{\mu}_{eme} \ : \ \delta_{\mu} J^{\mu}_{em} = 0 \tag{6.22}$$

Только такие токи имеет смысл рассматривать как измеряемые величины и при этом сама симметрия накладывает ограничения на возможные результаты.

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Например если рассмотреть матричный элемент электромагнитного тока между двумя однофермионными состояниями, то:

$$\begin{aligned}&\langle \bar{p}'\varepsilon'\lambda'|J^{\mu}_{em}|\bar{p}\varepsilon\lambda\rangle\\&\psi_{\varepsilon\lambda\bar{p}} = u\varepsilon\lambda\bar{p}e^{-ip^{\mu}x_{\mu}} = e^{-iq^{\mu}x_{\mu}}\bar{u}\left\{F_1(q^2)\gamma^{\mu} + iF_2(q^2)\sigma^{\mu\nu}q_{\nu} + F_3(q^2)q^{\mu}\right\}u\end{aligned} \tag{6.23}$$

Матричная конструкция должна нести на себе настоящий лоренцев индекс. Получается конструкция, где F_1, F_2 и F_3 несут информацию о структуре тока. Их называют ***электромагнитными форм-факторами*** *фермиона, по состояниям которого усредняется данный электромагнитный ток. Тот факт, что это сохраняющийся ток, накладывает на форм-фактор некие ограничения.*

На самом деле если усреднить равенство $\delta_{\mu}J^{\mu}_{em} = 0$, то дифференцирование δ_{μ} в интеграле всегда можно перекинуть на экспоненту, и тогда будет выскакивать p^{μ} или p'^{μ}, разность которых дает q^{mu}.

$$\delta^{\mu}J^{\mu}_{em} = 0 \Rightarrow \bar{u}\left\{F_1\gamma^{\mu}q_{\mu} + iF_2\sigma^{\mu\nu}q_{\nu}q_{\nu} + F_3(q^2)\right\}u = 0 \tag{6.24}$$

Это должно выполняться для любого состояния фермионов.

$\sigma^{\mu\nu}$ - это антисимметричная конструкция по отношению к индексам μ,ν, поэтому ее свертка с симметричной по этим индексам конструкцией даст точный ноль.

На любом решении уравнения Дирака должно выполняться:

$$\begin{aligned}&(\gamma^{\mu}p_{\mu} - m) = 0\\&\gamma^{\mu}p'_{\mu} - p_{\mu} = 0\\&F_3(q^2) \equiv 0\end{aligned} \tag{6.25}$$

Получается, электромагнитного форм-фактора F_3 не существует, его равенство нулю является следствием того, что электромагнитный ток является строго сохраняющимся.

Таким образом, симметрии, они же законы сохранения, сразу ограничивают выражение для форм-фактора. Форм-факторы на самом деле являются измеримыми величинами.

Например, если записать электромагнитный ток через форм-фактор и рассмотреть случай одинаковых состояний, то есть если:

$$\varepsilon' = \varepsilon' \ \lambda' = \lambda, \ \bar{p}' = \bar{p} \tag{6.26}$$

то получится не матричный элемент, а среднее значение наблюдаемой величины – тока. Далее если взять нулевую компоненту этого тока и проинтегрировать по объему, то получится заряд соответствующего фермиона, а q при этом обратится в ноль. В результате получится заряд соответствующего фермиона $Q_f = F_1(0)$.

Получается, что электромагнитные форм-факторы разлагаются в ряд по степеням q^2, и коэффициентами разложения являются мультипольные моменты соответствующего фермиона. Например $F_1(0)$-это электрический заряд. Аналогично можно оказать, что магнитный момент соответствующего фермиона будет записан как $\frac{1}{2m}(F_1(0) + F_2(0))$.

Таким образом, форм-факторы - это реально измеряемые величины, которые являются характеристиками фермиона, по состоянию которых была усреднена нулевая компонента электромагнитного тока.

То, что ток - это конструкция с определенными трансформационными свойствами, то, что ток - это конструкция с уже известными алгебраическими свойствами, то, что ток может быть связан наблюдаемыми величинами, делает их очень удобными для построения лагранжиана взаимодействий.

Таким образом, если мы хотим отталкиваться от симметрий, то нужно строить лагранжианы взаимодействия с использованием тех конструкций из нетеровских токов свободного лагранжиана, которые учитывают симметрию соответствующего взаимодействия.

Конструирование лагранжиана электромагнитного взаимодействия

Пример 6.3. *Рассмотрим пример конструирования V, соответствующей части, отвечающей взаимодействию:*

$$L(em) = -eJ^{\mu}_{em}A_{mu} \tag{6.27}$$

Так как электромагнитное поле A_μ является векторным полем, то соответствующий ток должен быть векторным, каким и является векторный электромагнитный ток так как он определен. Кроме того есть определенная симметрия, подгруппа общей группы симметрий, которой отвечает только один генератор, являющийся комбинацией генераторов группы симметрии. Электромагнитный ток сконструирован так, что ему отвечает один оператор, то есть

подгруппа, соответствующая данному оператору общей группы симметрии, которую называют $u(1)_{em}$. Так как она унитарная и одномерная, то с точки зрения этой группы поле A_μ должно преобразовываться как компоненты присоединенного представления, чтобы его свертка с J^μ_{em} могла стать синглетом по данной группе.

Таким образом, симметрия данного лагранжиана взаимодействия диктует закон преобразования поля.

Конструирование лагранжиана слабого взаимодействия

Приведенный выше образец можно использовать для построения прочих лагранжианов.

Пример 6.4. ***Слабое взаимодействие.***

Первой схемой для описания слабого взаимодействия была схема Ферми, которая была построена на языке токов.

Схему называли ***четырехфермионной****, так как брали прямую свертку токов слабого адронного и слабого лептонного тока.*

$$L_\omega = \frac{G}{\sqrt{2}} J^\mu_{\nu,\omega} J_{l,\omega\mu} \tag{6.28}$$

При этом было не ясно, как строить токи. Было два варианта, которые эмпирически подходили. Первый называли $s+t$ вариантом, а второй $v-a$, потому что соответствующий ток строился либо как сумма скалярного и тензерного, либо как разность векторного и аксиального. В итоге, после обнаружения P-симметрии стало ясно, что правильный вариант - это $v-a$. Лептонный ток, эмпирически подстроили, как ток, содержащий только левые хиральные компоненты соответствующих лептонов. С адронным током так сделать было нельзя, так как адронный ток - это сложная суперпозиция кварковых токов, поэтому его строили (например для $\beta-$распада) следующим образом:

$$\bar{\psi}\gamma^\mu (C_v - C_a\gamma_5)\psi \tag{6.29}$$

То есть как разность векторного и аксиального токов с дополнительными эмпирическими коэффициентами, которые подбирали из разных соображений, в частности из эмпирических.

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Таким образом, схема ферми хорошо работает в низкоэнергетической области и ее можно использовать для реальных расчетов, но только если ограничиться диаграммами первого порядка и считать в области низких энергий.

Например $\beta-$распад можно описать на уровне диаграммы ферми, где адронный ток - это нуклон, протон, а вылетают электрон и электронное антинейтрино.

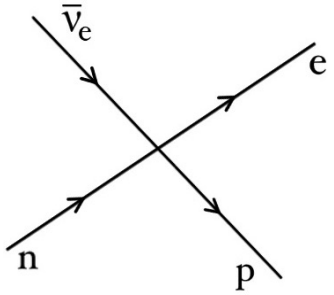


Рис. 6.1. β распад

Но эта теория не подходит, так как во-первых она неперенормируема, а во-вторых она, даже если ограничиться диаграммами первого порядка, дает неправильное поведение соответствующих ширин и сечений, при больших энергиях.

Если действовать по образцу квантовой электродинамики, то нужно ввести векторные и аксиальные поля, с которыми будут взаимодействовать фундаментальные фермионы.

Если действовать по образцу электромагнитного, то необходимо перейти к лагранжиану слабого взаимодействия.

$$L_\omega = -gJ^\mu_\omega A_\mu - g' J^\mu_{\omega nM} B_\mu \tag{6.30}$$

индекс c(charge) - заряженный слабый ток. n - нейтральный слабый ток.

Так как нужно вводить разные варианты взаимодействия, то обычно весь слабый ток разбивают на две части. Индекс c(charge) - заряженный слабый ток. n - нейтральный слабый ток.

На кварклептонном языке $v-a$ вариант постулируют, ссылаясь на эмпирический факт, что в слабом взаимодействии участвуют только левые хиральные компоненты фермионов. Поэтому заряженный слабый лептонный ток можно построить следующим образом:

$$J^\mu_{\omega,c,l} - \sum_f (\bar{\nu}_f \gamma^\mu (1-\gamma^\nu) e_f + hc) \tag{6.31}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Такая конструкция описывает ток, который может взаимодействовать с аксиальными токами из нетеровских токов свободного лагранжиана и только с левыми хиральными компонентами фермионов.

Соответственно заряженный слабый кварковый ток можно построить так:

$$J^{\mu}_{\omega,c,q} = c_d \bar{u}\gamma^{\mu}(1-\gamma^5 d + c_s \bar{u}\gamma^{\mu}(1-\gamma^5)s + ... \tag{6.32}$$

В этом случае всегда нужно использовать кварковые поля, с разными зарядами.

Для нейтрального лептонного тока выражение записывается следующим образом:

$$J_{\omega,n,l} = \sum_f (\nu_f \gamma^{\mu}(1-\gamma^5)\nu_f + \bar{e}_f \gamma^{\mu}(1-\gamma^5)e_f) \tag{6.33}$$

В случае нейтрального кваркового тока можно написать следующее:

$$\bar{u}\gamma^{\mu}(1-\gamma^5)u + \bar{d}\gamma^{\mu}(1-\gamma^5) + \bar{s}\gamma^{\mu}(1-\gamma^5)s + \bar{s}\gamma^{\mu}(1-\gamma^5)d \tag{6.34}$$

Формально, с точки зрения введенных требований, можно написать $\bar{s}\gamma^{\mu}(1-\gamma^5)d$. Так как у ds кварка одинаковый электрический заряд, это тоже нейтральный ток, вырезающий только левые хиральные компоненты фермионов. В отличии от трех первых слагаемых, он изменяет странность.

В действительности, правило $\Delta Q_h = DeltaS$, что разрешенными являются только те слабые процессы с адронами, в которых изменение странности совпадает с изменением заряда адрона, запрещает такие $(\bar{s}\gamma^{\mu}(1-\gamma^5)d)$ слагаемые. Так как заряд кварка не поменялся, а странность изменилась. Получается, что эмпирически нельзя вводить такое правило.

Примером процесса в котором появляется это требование является наблюдение процесса распада K-мезонов.

$$\text{распад } K^0 \longrightarrow \mu^+\mu^- \text{ практически не наблюдается} \tag{6.35}$$

На фенологическом уровне распад нарушает правило, потому что справа и слева заряд адронов равен нулю, то есть $\Delta Q_h = 0$, а странность изменилась.

На языке кварковой модели получается следующее:

Если убрать ток $\bar{s}\gamma^{\mu}(1-\gamma^5)d$, то диаграмма станет запрещенной.

Тем не менее есть заряженные вершины. Таким образом, появляется диаграмма во втором порядке по слабому взаимодействию, которая дает слишком большой вклад в амплитуду такого распада.

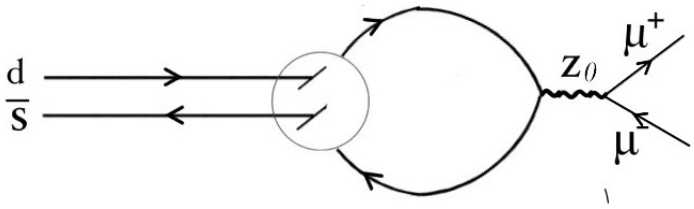


Рис. 6.2. Распад K-мезонов

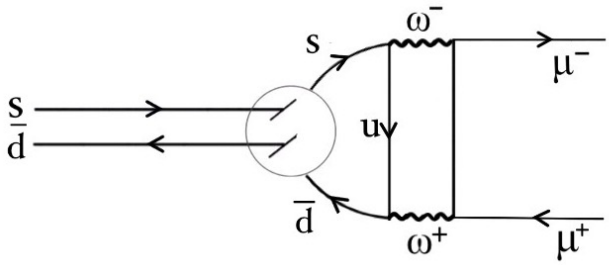


Рис. 6.3. Распад K-мезонов

Так как все токи нормируются на единицу, то коэффициенты d, c, s можно записать как cos и sin некоторого угла, соответствующий угол был эмпирически подобран. Он называется **угол Кабиббо**. Тем не менее, такая структура лагранжиана взаимодействия с такими токами противоречит эксперименту. Эта проблема была решена путем внесения изменений в структуру написанных токов.

Лекция 7. Нетеровские токи свободного лагранжиана и конструирование лагранжианов взаимодействий

Построение лагранжиана слабого взаимодействия

$$J^{\mu}_{\omega,c,l} = \bar{\nu}_e \gamma^{\mu}(1-\gamma^5 e) + ... \tag{7.1}$$

Слабый заряженный лептонный ток для краткости дальше будет записываться так:

$$\nu_e \gamma^{\mu}(1-\gamma^5 e) = 2\bar{\nu}_{e_2}\gamma^{\mu} e_L \tag{7.2}$$

Слабые кварковые токи тоже разделены на заряженные и нейтральные. Например:

$$J^{\mu}_{\omega,c,q} = 2\bar{u}_L \gamma^{\mu}(d_L \cos\theta_c + s_2 \sin\theta_2) + ... \tag{7.3}$$

В случае построения слабого нейтрального кваркового тока из вклада были исключены слабые токи, меняющие странность, чтобы не нарушалось эмпирическое правило. Оно гласит, что в процессах в первом порядке по слабому взаимодействию должно выполняться требование, что изменение заряда адронов в этом процессе должно равняться изменению странности. Переходы sd, которые формально разрешены законом сохранения электрического заряда, нарушают это правило.

Соответственно в нейтральный ток были введены только токи такого вида:

$$J^{\mu}_{\omega,c,q} = 2\bar{u}_c \gamma^{\mu} u_c \tag{7.4}$$

Но такое ограничение структуры лагранжиана все равно не помогает объяснить наблюдаемые эффекты.

Известно, что:

$$K^+ \longrightarrow \mu^+ \nu_\mu, \text{ относительная вероятность} = 63\%$$

$$K^0 \longrightarrow \mu^+ \mu^-, \text{ относительная вероятность} = 0.9 * 10^{-6}\%$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Такое значительное подавление оказалось невозможно объяснить исключением соответствующей диаграммы.

При приписанной к $K^+ \longrightarrow \mu^+\nu_\mu$ структуре получается:

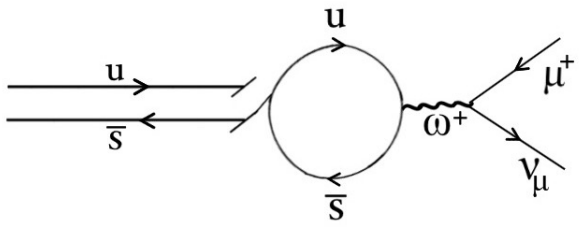


Рис. 7.1. Диаграмма 2

Здесь появляется диаграмма с одной вершиной слабого взаимодействия, а в случае $K^0 \longrightarrow \mu^+\mu^-$ такой диаграммы нет, поскольку такую вершину убрали с изменением странности, и переход ds был убран из лагранжиана.

Таким образом, в первом порядке такая диаграмма не возникает, но для $d\bar{s}$ можно нарисовать следующую диаграмму во втором порядке по слабому взаимодействию для распада $K^0 \longrightarrow \mu^+\mu^-$.

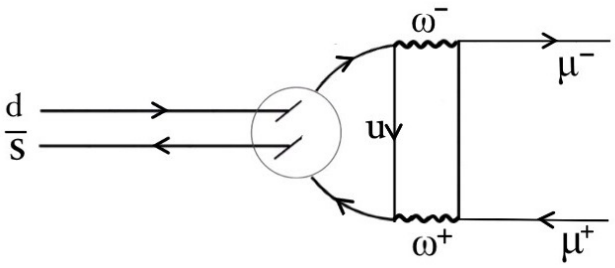


Рис. 7.2. Диаграмма 1

Вероятность должна быть существенно меньше, чем у первого распада, но не настолько, насколько это оказывается эмпирически. Это требует дополнительного объяснения.

Эта проблема появилась при использовании трехкварковой модели, потому что ее решение было в значительной степени связано с переходом к модели с другим количеством кварков.

Если по правилам диаграммной техники в квантовой теории поля вычислить амплитуду первой диаграммы распада, то соответствующая амплитуда будет за-

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

писываться следующим образом:

$$A_1 = g^2 \cos\theta_c \sin\theta_c \int d^4 q f(m_u, q^2) \tag{7.5}$$

Дальше появятся дополнительные константы, содержащие характеристики внешних полей, и возникнет сумма по всем возможным промежуточным состояниям. Так как в диаграмме есть петля, то нужно суммировать по всем возможным промежуточным состояниям, что выльется в появление интеграла $\int d^u q f$ по импульсу петли. В структуру функции f будет входить произведение пропагаторов соответствующих частиц. Поэтому подынтегральная функция будет зависеть от текущего по петле импульса и от масс частиц, линии которых попадают в петлю.

Если сделать это все по правилам интегральной техники, то обнаружится, что интеграл при больших модулях q расходится на верхнем пределе. Это указывает на то, что теория с массивными векторными бозонами, взаимодействующая с такими фермионными токами, является неперенормируемой. Это говорит о том, что выстроенная теория не очень хороша. Для решения этой проблемы будут вводиться специальные скалярные частицы, которые тоже будут взаимодействовать с фермионами, и появятся дополнительные диаграммы с их участием, вклад которых при очень больших q^2 будет сокращать расходимость в этом интеграле. Скалярное поле, о котором идет речь - это **поле Хикса**. Оно появится в стандартной модели.

Нужно обратить внимание на то, что масса этого поля очень большая, "обрезание"интеграла по энергиям происходит очень далеко. Это приводит к тому, что амплитуда оказывается очень большой. Таким образом, даже при учете поля Хикса, и если сделать теорию перенормируемой, это не исправит ситуацию,потому что рассчитываемая амплитуда будет гораздо больше того, что получается в эксперименте. Физики решили, что это "обрезание"должно наступить значительно раньше за счет появления другого вклада.

Решение проблемы было предложено и получило название **механизм ГИМ**. Он выглядит следующим образом. Было предложено ввести четвертый кварк, $c-$кварк.

$$J^{\mu}_{\omega,c,q} = +2\bar{c}_L \gamma^{\mu} (-d_2 \sin\theta_2 + s_2 \cos\theta_2) \tag{7.6}$$

Это означает, что u-кварк в этом слабом заряженном лептонном токе связан с кварковым состоянием, которое стали называть:

$$\tilde{d} = d\cos\theta_c + s\sin\theta_L \tag{7.7}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

$c-$кварк связан с :

$$\tilde{s} = -d\sin\theta_c + s\cos\theta_L \tag{7.8}$$

Таким образом, фактически эта идея реализует идею смешивания состояний. d, s - это состояние ds-кварка с определенной массой, а $\tilde{d}, \tilde{s}$-это состояние этих кварков, в которых диагонализуется гамильтониан слабого взаимодействия. То есть d, s - это состояния с определенной массой, участвующие в сильном взаимодействии, а , - состояния, участвующие в слабом взаимодействии. Это различие отражается в структуре лагранжиана взаимодействия, в который входят эти токи. Но самое главное, получается к диаграмме 1 добавляется точно такая же диаграмма 2.

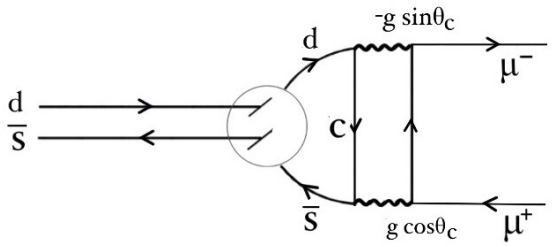


Рис. 7.3. Д1 + Д2

Соответствующая амплитуда A_2 имеет вид:

$$A_2 = -g^2\cos\theta_c\sin\theta_c\int d^4q f(m_c, q^2) \tag{7.9}$$

При сложении в общую амплитуду эти две амплитуды вычитаются друг из друга:

$$A_1 + A_2 = g^2\cos\theta_c\sin\theta_c\int d^4[f(m_u q^2 - m_c a^2)] \tag{7.10}$$

Соответственно в области $q^2 \gg m_c^2$, зависимость функции f от массы кварка нивелируется, и эта разность стремится к нулю при $q^2 \longrightarrow \infty$. В результате расходимость исчезает, то есть происходит "обрезание"на уровне массы $c-$кварка. Дальше можно теоретически вычислить массу c-кварка, который обеспечит нужное подавление этого процесса.

Таким образом, подобрали массу c-кварка:

$$m_c \approx 1,5\text{ГэВ} \tag{7.11}$$

Значение массы впоследствии подтвердилось экспериментально, когда открыли мезоны, которые вначале называли мезонами со скрытым очарованием. Так называют мезоны, у которых собственное значение квантового числа c равно нулю, а при этом внутри них содержится $c-$кварк. В этом случае эти мезоны должны состоять из $c, \bar{c}$ кварков. Впоследствии их стали называть чармониями, поскольку это почти чистый кварконий.

Для случая псевдовекторных мезонов появлялись почти чистые кваркония $s, \bar{s}$, это $\phi-$мезон. Нужно заметить, что чем тяжелее кварк, тем более уверенно можно наблюдать чистые кваркония в соответствующих состояниях.

Сейчас мы имеем 6 ароматов кварков. Необходимо понять, как устроен слабый заряженный кварковый ток, чтобы работал этот механизм и обеспечивал правильные вероятности наблюдаемых процессов.

Работа механизма в стандартной модели выглядит следующим образом:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \tag{7.12}$$

Все верхние кварки будем называть верхними, а нижние - нижними. Будем говорить, что они разбиты на три поколения:

$$\begin{gathered} i = 1,2,3 \\ j = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \end{gathered} \tag{7.13}$$

Можно ввести базисные состояния:

$$\Psi_u = \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}, \Psi_d \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \tag{7.14}$$

Это состояния кварков с определенной массой и с определенным зарядом по отношению к сильному взаимодействию, то есть с определенным цветом.

Например массовую часть лагранжиана можно записать в виде:

$$L_m = -\sum_{j=u,d} \bar{\Psi}_j \hat{M}_j \psi_j \tag{7.15}$$

Массовые матрицы будут диагональны, то есть:

$$\hat{M}_u = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix} \tag{7.16}$$

Массовая матрица нижних кварков будет выглядеть так же.

Состояния кварков, участвующих в слабом взаимодействии, отличаются от этих. То есть:

$$\exists \Psi'_j \neq \Psi_j \tag{7.17}$$

Причем в слабом взаимодействии участвуют только левые компоненты. И есть такое унитарное преобразование:

$$\Psi'_{jL} = \hat{S}_j \Psi_{jL} \tag{7.18}$$

Это унитарное преобразование, связывающее левые хиральные компоненты штрихованных и не штрихованных векторов состояния кварков.

Аналогично существует:

$$\Psi'_{jR} = \hat{T}_j \Psi_{jR} \tag{7.19}$$

В этом случае соответствующий лагранжиан слабого взаимодействия будет строиться из кварковых токов , построенных из состояний Ψ'. В этом случае:

$$J^{\mu}_{\omega,c,q} = 2\bar{\psi}_{u_L}\gamma^{\mu}\psi'_{d_L} + h.c \tag{7.20}$$

Но если в мы хотим, чтобы в лагранжиане в этом выражении были те же поля, что и в том же лагранжиане входят в массовые слагаемые и в лагранжиан сильного взаимодействия, нужно выполнить унитарное преобразование описанное выше. Тогда этот кварковый ток может быть переписан в терминах нештрихованых полей следующим образом:

$$s\bar{\psi}_{u_L}\gamma^{\mu}\hat{S}^{+}_{u}\hat{S}_{d}\psi_{d_L} \tag{7.21}$$

Таким образом, если обозначить $\hat{S}_u^+\hat{S}_d$ за матрицу $\hat{U}$, то в этом случае ток строится как связь верхнего кварка с нижними кварками, которые уже преобразованы с помощью некоторого унитарного преобразования u.

Матрица $\hat{U}$, как и всякая унитарная матрица, может содержать N^2 параметров. Если аналогично схеме Кабиббо ввести поворот, только не в двумерном пространстве, а в пространстве $3,4$ или более поколений, то для N поколений можно ввести:

$$N^2 = \frac{N(N-1)}{2} + (2N-1) \text{ углов поворота} + \frac{(N-1)(N-2)}{2} \tag{7.22}$$

Часть параметров унитарного преобразования не физично, потому что у разного базисного состояния можно произвольным образом выбрать начальную фазу, и от этого физическое содержание теории никак не поменяется.

Есть общее фазовое преобразование, то есть преобразование группы u_1-симметрии, с которой связано наличие общего тока барионного заряда, который должен строго сохраняться в стандартной модели.

$(2N-1)$ -это нефизические начальные фазы. Обычно параметризацию матрицы выбирают так, чтобы все эти фазы были равны нулю.

$\dfrac{(N-1)(N-2)}{2}$ - нетривиальные фазовые параметры.

В случае трех поколений:

$$\begin{aligned} &\text{углов} \longrightarrow 3 \\ &\text{нетривиальных фаз} \longrightarrow 1 \end{aligned} \tag{7.23}$$

То есть в этом случае матрица нижних кварков в структуре слабого заряженного кваркового тока может быть параметризована четырьмя параметрами.

В стандартной модели широкое распространение получила **Кабиббо – Кобаяси – Маскавы** (ККМ).

$$\hat{u} = \begin{pmatrix} c_1 \;\; s_1c_3 \;\; s_1s_3 \\ -s_1c_2 \;\; c_1c_2c_3 - s_2s_3e^{i\delta} \;\; c_1c_2s_3 - s_2c_3s^{i\delta} \\ s_1s_2 \;\; c_1s_2c_3 + c_2s_3e^{i\delta} \;\; c_1s_2s_3 - c_2c_3e^{\delta} \end{pmatrix} \tag{7.24}$$

Символами c_1 обозначены косинусы трех углов смешивания $\theta_1,\ \theta_2,\ \theta_3$, а символами s_i обозначены синусы этих же углов.

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Можно обнаружить, что стоящие на диагонали элементы обязательно содержат слагаемые, составленные из одних косинусов.

Так как все эти углы острые, в такой ситуации косинус заметно больше синуса. Поэтому модуль диагональных элементов заметно больше модуля элементов, стоящих рядом с диагональю. А их модуль значительно больше модуля самых дальних от диагонали элементов. Таким образом, в этой таблице предсказывается, что переходы внутри одного поколения всегда более вероятны, чем переходы через поколение, а они более вероятны, чем переходы через два поколения.

Таким образом, углы смешивания задают амплитуду соответствующего перехода между кварками разных или одинаковых поколений, между верхними и нижними кварками.

Можно посчитать фенологический параметр cp-нарушения в рамках модели с заданной матрицей ККМ, с заданным значением ее параметров.

Это было сделано, и было обнаружено, что:

$$|\varepsilon| \simeq \sin\theta_1 \sin\theta_2 \sin\theta_3 + \sin\theta_1 \sin\delta \tag{7.25}$$

Таким образом, параметр δ непосредственно связан с cp-нарушением. Если взять $\delta = 0$, то в соответствующей модели слабого взаимодействия не будет cp-нарушения.

Таким образом, фенологическое построение лагранжиана слабого взаимодействия почти закончено. Осталось объяснить, почему он выглядит именно так.

Исследование лагранжиана слабого взаимодействия

Необходимо обратить внимание, что операторы токов подчиняются коммутационным соотношениям, то есть обладают определенными алгебраическими свойствами. После того, как через эти операторы явно записать лагранжиан взаимодействия, эти коммутационные соотношения, если правильным образом их усреднять по разным взаимодействиям, могут превратиться в соотношения между экспериментально наблюдаемыми величинами.

Пример 7.1. *Мы примерно представляем, что нуклонный ток, который взаимодействует с лептонным током в β-распаде можно записать следующим образом:*

$$\bar{\psi}_p \gamma^{mu} (C_A - C_V \gamma^5) \psi_n \tag{7.26}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Константы C_A, C_V зависят от структуры нуклона. Если выделить из этого выражения только векторную часть

$$C_V \bar{\psi}_p \gamma^\mu \psi \tag{7.27}$$

обнаруживается, что на самом деле с точки зрения изотопической симметрии это ток от оператора I_+. В пространстве нуклонов это элемент:

$$\hat{I}_+ = \hat{I}_1 + i\hat{I}_2 \tag{7.28}$$

I_1, I_2, I_3 входят в общий набор генераторов изотопической симметрии, а при этом I_3 непосредственно входит в электромагнитный ток. Поэтому свойства этой векторной компоненты нуклонного слабого тока должны быть похожи на свойства электромагнитного нуклонного тока. И коэффициент I_3 в выражении для заряда равен единице. Если сказать, что токи должны быть компонентами одного изотопического триплета токов и иметь одинаковую структуру, то значит, что C_v близко к единице(с точностью до слагаемых, нарушающими изотопическую симметрию.) Такая схема рассуждения была названа ***гипотезой о сохранении векторного тока.***

Глубоконеупругое лептон-нуклонное рассеяние

Экспериментальное исследование взаимодействий эквивалентно экспериментальному исследованию внутренней структуры адронов. Самый естественный способ посмотреть внутреннюю структуру - это просветить чем-нибудь. В качестве таких просвечивающих частиц-тестеров можно использовать переносчики взаимодействия, либо γ-кванты, либо ω^{+-} и z_0.

Для исследования внутренней структуры адронов нужно использовать лептон-адронные процессы, легче всего было работать с лептон-нуклонными. То есть создавать пучки лептонов и направлять их на нуклонную мишень. При этом нужен режим взаимодействия при котором лептон провзаимодействует не со всей сложной структурой сразу, а с отдельным элементом. Поскольку размеры этого отдельного элемента должны быть много меньше размера нуклона, необходимо сделать так, чтобы длинна волны частицы переносчика, которой лептон обменяется с нуклоном, была примерно в 10 раз меньше зарядового радиуса нуклона.

Можно заметить, что характерные переданные энергии должны быть от 1ГэВа, тогда можно рассчитывать на взаимодействия с отдельными частями нуклона.

Так как электромагнитное слабое взаимодействие значительно слабее сильного в области таких энергий, то получается, что лептон запустит внутри нуклона процессы,которые приведут к изменению нуклона. Такие процессы и такой режим взаимодействия получили название **глубоконеупругого рассеяния**.

Физики пришли к выводу что такие процессы:

$$eN \longrightarrow e'X \tag{7.29}$$

оказались наиболее эффективными в режиме переданных импульсов в интервале от одного до десяти ГэВ. Так как массы $\boldsymbol{\omega}$ и z_0 бозонов в примерно 80 и 90ГэВ. Из радиуса действия слабого взаимодействия было оценено, что если существуют эти промежуточные векторные бозоны, то их массы должны быть в районе 100 ГэВ. Если по переданным значениям приблизиться к этому значению то эта масса будет проявляться достаточно существенно во взаимодействиях.

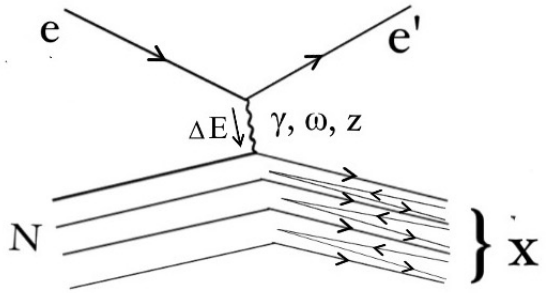


Рис. 7.4. График лептон-нуклонного рассеяния

Все процессы можно разделить на электромагнитные и слабые. При изучении электромагнитных процессов лептон - это заряженный лептон, и вылетевший лептон тоже будет заряженным и иметь такой же аромат.

Слабые процессы могут быть и в случае заряженного лептона. Но если изучать слабый процесс с участием заряженного лептона, то в таком случае придется выделять на фоне сильного электромагнитного вклада, что неудобно.

Слабые процессы обычно с участием нейтрино, например:

$$I_e n \longrightarrow eX \tag{7.30}$$

В таком случае переносчиком был $\omega^{\pm}$, потому что если переносчиком будет z_0, то в конечном состоянии тоже будет нейтрино.

В основном мы работаем в системе покоя нуклона, которую называют **лабораторной системой** для таких процессов, но выкладки удобнее проводить в других системах отсчета. Поэтому удобно иметь запись через инвариантные переменные, потому что такая запись пригодна в любой системе отсчета.

В системе покоя нуклона можно ввести четырехимпульсы исходного нуклона, которые в системе покоя будет иметь вид:

$$\begin{aligned} P^{\mu} &= (M, \bar{0}) \\ k^{\mu} &= (E, \bar{k}) \\ k'\mu &= (E', \bar{k}') \end{aligned} \tag{7.31}$$

Так же можно ввести четырхимпульс всех вылетевших адронов:

$$P^{x}_{\mu} = (P^{0}_{x}, P_{x}) \tag{7.32}$$

Таким образом введены исходные кинематические переменные. Еще одна часто используемая кинематическая переменная:

$$\nu = \frac{P^{\mu} q_{\mu}}{\mu}, \text{ где } q^{\mu} \equiv k^{\mu} - k'^{\mu} \tag{7.33}$$

У этой переменной простой и важный смысл в исходной лабораторной системе.

$$\nu = q_0 = E - E' \tag{7.34}$$

Переменная ν называется переданной энергией. Но важно понимать, что это лоренц-инвариантнная переменная, но в лабораторной системе она имеет такой простой смысл.

Вторая часто используемая кинематическая переменная - это q

$$q^2 \equiv q^{\mu} q_{mu} = (E - E')^2 - (\bar{k} - \bar{k}')^2 = m_l^2 + m_{l'}^2 - 2EE' + 2\bar{k}\bar{k}' \tag{7.35}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Если ввести угол рассеяния θ, то есть угол между направлениями движения влетевшего и вылетевшего лептона, то в общем случае:

$$q^2 \equiv q^\mu q_{mu} = (E-E')^2 - (\bar{k}-\bar{k}')^2 = m_l^2 + m_{l'}^2 - 2EE' + 2\bar{k}\bar{k}' =$$

$$= m_l^2 + m_{l'}^2 - 2EE' + 2\sqrt{E^2 - m_l^2}\sqrt{E'^2 - m_{l'}^2}\cos\theta \simeq m_{ll'}^2 \ll E^2 \simeq \tag{7.36}$$

$$\simeq -2EE'(1-\cos\theta) \simeq -4EE'\sin^2\theta\left(\frac{\theta}{2}\right) < 0$$

При энергиях в районе от 1 до 10 ГэВ, массы лептонов очень маленькие. Поэтому можно пренебречь квадратами массы. На самом деле, если интересоваться тем, как распределены вылетевшие лептоны по E' и θ, то вместо E' и θ всегда можно использовать ν и q^2.

То есть:

$$E', \theta \Longleftrightarrow \nu, q^2 \tag{7.37}$$

Следует обратить внимание на следующее обстоятельство. Экспериментатор может в двух режимах исследовать этот процесс. Вылетевший лептон, при наборе статистики для определения сечения, можно фиксировать либо при конкретном адронном конечном состоянии x, либо не обращая внимания на конечное адронное состояние.

Такой способ измерения называется **инклюзивным**, как бы включено все, что есть, а если считать статистику только для конкретного адронного конечного состояния, такой способ называется **способ выделения одного канала**, а соответствующее сечение называется **эксклюзивным сечением**.

Второй способ технически сложнее и сложнее для просчета, из-за необходимости учета вклада сильного взаимодействия в конкретном канале. Поэтому в подавляющем большинстве экспериментов измерялось инклюзивное сечение. То есть

$$\frac{d\sigma}{dE'd\omega'}$$

В общем случае такого процесса сечение нужно считать следующим образом:

$$d\sigma = \frac{1}{v}\frac{1}{2\mu}\frac{1}{2E}\frac{d^3k'}{(2\pi)^3 2k'_0}\prod_i \frac{d^3\bar{p}'_i}{(2\pi)^3 2p'_0}\frac{1}{2n_\lambda}\sum_{\sigma,\sigma_i,\lambda,\lambda'} - \tag{7.38}$$

$$-|T|^2 - (2\pi\bar{p}\sigma^4(P+k-P'-k'))$$

$n_\lambda = 2$ для электрона и $n_\lambda = 1$ для нейтрино.

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Лекция 8. Глубоконеупругое лептон-нуклонное рассеяние и кварковая модель

Глубоконеупругое лептон-нуклонное рассеяние

Рассматривается следующий процесс:

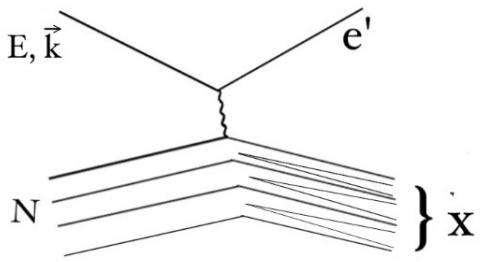


Рис. 8.1. График процесса лептон-нуклонного рассеяния

При этом мы работаем с инклюзивным сечением,то есть фиксируем параметры вылетевшего лептона не обращая внимания на то, какое адронное состояние x рождается.

На первом этапе речь идет о процессах электромагнитного рассеяния:

$$eN \longrightarrow e'X \tag{8.1}$$

Или в случае слабого рассеяния рассматривается:

$$\nu N \longrightarrow e'X \tag{8.2}$$

$$d\sigma = \frac{1}{v}\frac{1}{2\mu}\frac{1}{2E}\frac{\lambda^3\bar{k}'}{(2\pi)^3 2E}\prod_i \frac{d^3\bar{p}'_i}{(2\pi)^3 2p'_{0_i}}\frac{1}{2n_\lambda}\sum_{\sigma,\sigma_i,\lambda,\lambda'} -|T|^2 - (2\pi)^4\bar{p}\delta^4(P+q-P_x) \tag{8.3}$$

Если использовать неполяризованные пучки и неполяризованный детектор, который не различает спиновые состояния, то получим усреднение по начальным спинам и суммирование по конечным. Во всех ситуациях на выходе получается заряженный лептон, поэтому суммирование проводится по двум возможным значениям. Где q - это импульс переданный от лептона к нуклону, а P_x - это суммарный четырехимпульс конечного состояния.

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Если говорить о матричном элементе, отвечающем такой диаграмме, то получится взаимодействие лептонного и нуклонного тока с одной частицей переносчика, в роли которой выступает либо $\omega-$бозон, либо γ- квант, в зависимости от процесса.

В этом случае матричный элемент нужно записать следующим образом:

$$P = g^2_{\omega,el}\langle k'\lambda'|J^\mu_l|k_\lambda\rangle\Delta_\mu(q)\langle X|J^\nu_h|P\sigma\rangle \equiv$$
$$\equiv 4\pi\alpha(q)\langle k'\lambda'|J^\mu_l|k_\lambda\rangle\langle X|J^\nu_h|P\sigma\rangle \tag{8.4}$$

В случае электромагнитного рассеяния:

$$em: \ \alpha(q) = \frac{e^2}{4\pi}\frac{1}{q^2} \tag{8.5}$$

В случае слабого рассеяния, так как J^μ_l, то получится:

$$\omega: \ \alpha(q) = \frac{G_F}{\sqrt{2}4\pi} \tag{8.6}$$

Получается, что в обоих случаях $\alpha(q)$ - это либо простая функция, либо константа.

Дальше матричный элемент может быть посчитан, но в действительности есть еще одна проблема. Она заключается в том, что в лагранжиан слабого взаимодействия лептонный ток входит непосредственно. То есть те частицы, по чьим состояниям с определенным импульсом и поляризацией усредняется оператор тока, экспериментально наблюдаются. Они же входят и в выражение для тока, но с током ситуация несколько иная. На самом деле в лагранжиан слабого взаимодействия, по предположению входит кварковый ток, а структура адрона через кварковые поля записывается очень сложно, поскольку там работает сильное взаимодействие в непертурбативной области.

Таким образом, теоретическое исследование структуры адронного тока, как составного тока из кварковых токов - это очень сложная задача.

Тем не менее, если вычислить $\langle X|J^\nu_h|P\sigma$, то потом обнаруживается, что можно записать следующее:

$$\frac{d\sigma}{dE'd\omega} = \alpha^2(q)\frac{E'}{E}L^\mu H\mu \tag{8.7}$$

E' - это энергия вылетевшего лептона.

$d\omega$ - это элемент телесного угла.

Нас интересует θ, так как по phi картинка будет симметричная.

L^{μ} - лептонный тензор, $H\mu$ - адронный тензор.

Для электромагнитного рассеяния:

$$L^{\mu\nu} = \frac{1}{2}Tr[k^{\alpha}\gamma^{\mu}\gamma_{\alpha}k^{\beta}\gamma_{\beta}] = 2[k^{\mu}k'^{\nu} + k^{\nu}k'^{\mu} - (kk')g^{\mu\nu}] \tag{8.8}$$

Для слабого заряженного процесса:

$$\begin{aligned} L^{\mu\nu} &= \frac{1}{2}Tr[k^{\alpha}\gamma^{\mu}(1-\gamma^5)k^{\beta}\gamma^{\nu}(1-\gamma^5)\gamma_{\beta}] = \\ &= 8[k^{\mu}k'^{\nu} + k^{\nu}k'^{\mu} - (kk')g^{\mu\nu} + i\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}]k_{\alpha}k'_{\beta} \end{aligned} \tag{8.9}$$

Получился полностью антисимметричный тензор четвертого ранга. Его можно вычислить явным образом.

$$H^{\mu\nu} = \frac{1}{4^{\mu}}\sum_{\sigma}\sum_{x}\langle P\sigma|J^{\mu}_{nu}|x\rangle\langle X|J^{\mu}_{nu}|P\sigma\rangle(2\pi)^3\delta^{(4)}(P+q-P_v) \tag{8.10}$$

В первую очередь нужно выяснить, от каких переменных зависит эта тензорная величина. Для лучшего понимания ситуации можно устроить небольшое алгебраическое преобразование этого выражения:

$$\begin{aligned} (2\pi)^4\delta^{(4)}(P+q-P_v) &= \int d^4x e^{i(P_{\mu}+q^{\mu}-P^{\mu}_x)}x^{\mu} = \\ &= e^{iP^{\mu}x_{\mu}}\langle P\sigma|J^{\mu}_h(0)|x\rangle e^{-iP'^{\mu}_x x_{\mu}} \end{aligned} \tag{8.11}$$

Вначале экспоненты можно использовать, чтобы произвести сдвиг координат волновых функций, потом уже в матричном элементе произвести обратный сдвиг. В результате из (8.11) получается:

$$\langle P\sigma|J^{\mu}_h(x)|x\rangle \tag{8.12}$$

Если использовать такое преобразование, то:

$$H^{\mu\nu} = \frac{1}{4M}\sum_{\sigma}\int\frac{d^4x}{2\pi}e^{iq_{\mu}x_{\mu}}\langle P\sigma|J^{\mu}_h(x)|x\sum_{x}|x\rangle\langle x|J^{\mu}_h(x)|P\sigma\rangle \tag{8.13}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Но так как речь идет об инклюзивном сечении, то есть здесь ведется суммирование по полному базису всех возможных адронных конечных состояний, то сумма проекторов на все возможные состояния системы дает единичный оператор. Это позволяет нам, пользуясь тем, что мы не обращаем внимания на конечное адронное состояние, формально убрать из выражения информацию об этом состоянии.

Таким образом, получается выражение, которое тоже нельзя посчитать, так как операторы тока записаны через кварковые поля, а во вкладках стоит нуклонное состояние.

$$H^{\mu,\nu} = \frac{1}{4M}\sum_{\sigma}\int\frac{d^4x}{2\pi}e^{px}\langle P\sigma|J_h^{\mu}(x)J_h^{\nu}(0)|P\sigma\rangle = H^{\mu,\nu}(q,P) \tag{8.14}$$

Самое главное, что после суммирования по всем начальным спинам и интегрирования по dx, и функция $H^{\mu,\nu}$ зависит от двух четырехвекторных величин. Есть еще метрический тензор пространства и соответственно есть конечный набор независимых лоренцевых тензоров второго ранга, который можно построить из J_{ν}^{μ} и векторов p и k.

Эту неизвестную функцию можно разложить на набор слагаемых стандартного вида. При этом коэффициенты при этих слагаемых уже должны быть лоренцевыми скалярами.

Традиционно это делают следующим образом:

$$\begin{gathered} H^{\mu,\nu}(q,P) \equiv -\omega_1 g^{\mu\nu} + \omega_2\frac{P^{\mu}P^{\nu}}{M^2} - \omega_3 i\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}\frac{P_{\beta}}{M^2} + \\ +_4\frac{q^{\mu}q^{\nu}}{M^2} + \omega_5\frac{P^{\mu}q^{\mu}+P^{\nu}q\nu}{M^2} + \omega_6 i\frac{P^{\mu}q^{\nu}-P^{\nu}q\mu}{M^2} \end{gathered} \tag{8.15}$$

Из соображений лоренцевой структуры слева и справа можно заметить, что такую функцию явно можно записать в следующем виде:

$$\begin{gathered} \omega e\omega_i \equiv \omega_i(\nu, q^2) \\ (\nu \equiv \frac{P^{\mu}q_{\nu}}{M},\ q = k - k') \end{gathered} \tag{8.16}$$

На самом деле между этими коэффициентами существуют разные дополнительные соотношения, обусловленные симметриями лагранжиана взаимодействия. Например можно показать, что во всякой P-четной теории ω_3 и ω_6 будут равны нулю.

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

То есть, если эти две величины будут ненулевыми, то в дифференциальном сечении появятся спинимпульсные корреляции, что свидетельствует о P-нарушении. Эти коэффициенты называют **структурные функции нуклона, на котором происходит рассеяние.**

Через структурные функции выражается $\frac{d\sigma}{\delta E' d\omega}$ в лабораторной системе.

Если посчитать $\frac{d\sigma}{d\omega}$ для электромагнитного процесса, то получится:

Остаются $\omega_{1,2}$.

$$\frac{d\sigma^{em}}{dE' d\Omega'} = \frac{\alpha_{em}^2}{4E^2 \sin^2(\frac{\theta}{2})} \left[2\omega_1(\nu, q^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} + \omega_2(\nu q^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] \tag{8.17}$$

В случае слабого рассеяния, структурные функции, приводящие к $P-$нарушению остаются, но учет симметрии лагранжиана позволяет оставить только три независимые функции.

$$\frac{d\sigma^{em}}{dE' d\Omega} = \frac{G_F}{2\pi} \frac{E'}{E} \left[2\omega_1(\nu, q^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} + \omega_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \mp \frac{E + E'}{M} \omega_3 \sin^2(\frac{\theta}{2}) \right] \tag{8.18}$$

Дифференциальные сечения экспериментально измеримы. Если в широком диапазоне энергии и угла рассеяния померить спектрально-угловое распределение вылетевших лептонов (дифференциальные сечения), то можно подобрать необходимое поведение структурных функций, потому что все остальное в этом выражении уже рассчитано. Таким образом, получается, что структурные функции экспериментально измеримы.

Модель независимых партонов

Это модель, в которой нуклон устроен как шарик, заполненный "бегающими"точечными частицами. Теоретикам оказалось легче работать в импульсном пространстве, то есть рассматривать распределение партонов внутри нуклона не по координате, а по импульсу. Поэтому они решили использовать систему отсчета, которая называется **система бесконечного импульса**. Это такая система отсчета, в которой:

$$\bar{P} \longrightarrow \infty \tag{8.19}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Говорится, что в этой системе распределение партонов по импульсам сводится к распределению по доле переносимого импульса. То есть считаем, что в этой системе импульс любого партона можно с хорошей точностью, пренебрегая маленькой перпендикулярной составляющей, записать так:

$$\bar{P} \simeq \xi_i \bar{P} \tag{8.20}$$

Пусть $f(\xi)$ - функция этого распределения.

В этом случае адронный тензор можно вычислить как сумму всех независимых партонов.

$$H^{\mu\nu} = \int_0^1 d\xi f(\xi) Q^{\mu\nu}(\xi) \qquad 0 \leqslant \xi \leqslant 1 \tag{8.21}$$

Кварки - это спинорные частицы, поэтому можно ввести такое предположение. Ели считать партоны спинорными частицами, то $Q^{\mu\nu}$ можно вычислить.

$$Q^{\mu\nu} = \frac{1}{4\xi M} \sum_{\sigma\sigma'} \frac{d\bar{p}'}{2\pi\bar{p}2p'_0} \langle \xi P\sigma | J_q^\mu | p'\sigma' \rangle \langle p'\sigma' | J_q^\nu | \xi p\sigma \rangle (2\pi)^3 \delta^4(\xi P + q - q') \tag{8.22}$$

Интегрирование при этом снимается за счет трехмерной части δ-функции.

Таким образом:

$$Q^{\mu\nu} = \frac{1}{4\xi M} \sum_{\sigma\sigma'} \frac{1}{2p'_0} \delta(p'_0 -_0 - q_0) \bar{u}\gamma^\mu u' \bar{u}'\gamma^\nu u \tag{8.23}$$

$$\frac{1}{2p'_0} \delta(p'_0 -_0 - q_0) = \theta(p'_0) \delta(p'^2_0 - (\xi P_0 + q_0)^2) \tag{8.24}$$

Если под знак δ-функции внести $-p'^2 + (\xi\bar{P} + q)^2$, то фактически это значит, что мы внесли ноль. Но δ-функция превратится в такое же выражение только для четырехмерных импульсов.

Получится:

$$\theta(p'_0)\delta(p'^2_0 - (\xi P_0 + q)^2) = \theta(p'_0)\delta(2M\nu + q^2) \tag{8.25}$$

Таким образом, в аргументе структурных функций, где стоят ν и q^2, они не будут независимыми. Таким образом, структурные функции не являются функциями независимых ν и q^2. То есть в рамках такой модели все структурные функции можно выразить, как функции независимой переменной:

$$x = \frac{-q^2}{2M\nu} \tag{8.26}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Эта переменная называется **скейлинговой** переменой.

Как показали эксперименты, в режиме глубоко-неупругого рассеяния, структурные функции могут быть записаны через такую переменную.

Вычислим следующее:

$$Q^{\mu\nu}(\xi) = \delta(\xi - x)\left[-\frac{1}{2M}g^{\mu\nu} + \frac{\xi}{\nu}\frac{p^\mu p^\nu}{M^2}\right] = -\frac{1}{2M}f(x)g^{\mu\nu} + \frac{\xi}{\nu}f(x)\frac{P^\mu P^\nu}{M^2} \tag{8.27}$$

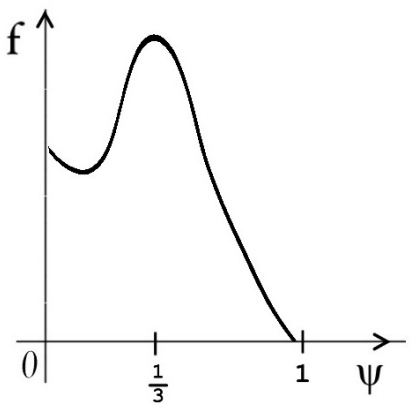


Рис. 8.2. График функции партонного распределения

Если:

$$\begin{aligned} &M\omega_1(\nu q^2) \longrightarrow \frac{1}{2}f(x) \equiv F_1(x) \\ &\text{при } |q^2| \to \infty, \nu \to \infty, -\frac{q^2}{2m\nu} = x \end{aligned} \tag{8.28}$$

Предел в этом случае называют $F_1(x)$, скейлинговой структурной функцией.

$$\nu\omega_2(\nu q^2) \longrightarrow xf(x) \equiv F_2(x) \tag{8.29}$$

Скейлинговая функция $F_2(x)$

Таким образом, функцию распределения партонов по доле переносимого импульса можно извлекать из эксперимента.

Из формул следует:

$$F_2(x) = 2xF_1(x) \tag{8.30}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Это соотношение называется **соотношением Каллана-Гросса**. Оно возникло из-за предположения, что партоны - спинорные частицы.

Лекция 9. Исследование кварковой структуры адронов в глубоконеупругом рассеянии

Структурные функции нуклонов

$$\textbf{em:}\ \frac{d\sigma}{d\omega dE'} = \frac{\alpha^2}{4E^2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}\left\{2\omega_1\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + \omega_2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right\} \tag{9.1}$$

$$\omega:\ \frac{d\sigma^{(\nu,\bar{\nu})}}{d\omega dE'} = \frac{G_F^2 E'^2}{2\pi^2}\left\{2\omega_1\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) + \omega_2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \mp \frac{E+E'}{M}\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\omega_3\right\} \tag{9.2}$$

В отношении процессов глубоконеупругого лептон-нуклонного рассеяния можно выразить спектральноугловые распределения рассеянных лептонов через структурные функции нуклона.

$\omega_1,\ \ \omega_2\ \ \omega_3$ - это функции лоренц-инвариантных кинематических переменных. В случае электромагнитного рассеяния участвуют две структурные функции, а в случае слабого рассеяния - три.

Сами структурные функции можно вычислить в модели независимых партонов. В этой модели существует скейлинговый режим, когда

$$100\text{МэВ}\ \ll \nu,\ |q| \ll 80\text{ГэВ}$$

В этом режиме структурные функции выражаются через функции только скейлинговой переменной X и при этом они выражены через функции партонных распределений по доле переносимого импульса.

$$x \equiv \frac{-q^2}{2M\nu} \tag{9.3}$$

$$\begin{aligned} M\omega_1 &\longrightarrow F_1(x) = \frac{1}{2}f(x) \\ \nu\omega_2 &\longrightarrow F_2(x) = xf(x) \end{aligned} \tag{9.4}$$

$f(x)$- это функция распределения по доле переданного импульса партонов, обладающих электрическим зарядом. В данном случае $f(x)$- это функция распределения квадрата электрического заряда по доле переносимого партонами импульса.

Для электромагнитного рассеяния:

$$f_p(x) = \frac{4}{9}[u_p(x) + \bar{u}_p(x)] + \frac{1}{9}[d_p(x) + \bar{d}_p(x) + s_p(x) + \bar{s}_p(x)] \tag{9.5}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Для нейтрона:

$$f_n(x) = \frac{4}{9}[u_n(x) + \bar{u}_n(x)] + \frac{1}{9}[d_n(x) + \bar{d}_n(x) + s_n(x) + \bar{s}_n(x)] \tag{9.6}$$

Протон и нейтрон - это два изотопических партнера. В физике адронов изотопическая симметрия довольно точная. u- кварк и d-кварк - тоже изотопические партнеры, а s -кварк - изотопический синглет. На этом основании можно с высокой точностью утверждать, что распределение u- кварков в нейроне практически такое же как распределение d-кварков в протоне.

$$\begin{aligned} u_n(x) &\simeq d_p(x) \\ d_n(x) &\simeq u_p(x) \\ s_n(x) &\simeq s_p(x) \end{aligned} \tag{9.7}$$

Аналогичные выражения можно написать и для антикварков.

Это сразу увеличивает степень неопределенности того, как могут записываться (9.5) и (9.6).

В распределение каждого аромата кварков могут давать вклад валентные кварки данного нуклона и морские кварки, то есть те, которые появляются из-за отличия вакуума вблизи незаэкранированных цветовых зарядов и вакуума в области, где как таковых зарядов нет. Соответственно можно написать:

$$\begin{aligned} u_p &= u_{vol_p} + u_{sea_p} \\ d_p &= d_{vol_p} + d_{sea_p} \\ s_p &= s_{sea_p} \end{aligned} \tag{9.8}$$

Таким образом, можно сказать, что в рамках унитарной симметрии вероятность рождения кварк-антикварковой системы любого из ароматов УДС должна быть примерно одинакова.

С меньшей точностью можно сказать, что

$$u_{sea} \simeq d_{sea} \simeq s_{sea} \simeq \quad \text{для} \quad \bar{q} \tag{9.9}$$

Таким образом, можно написать следующее:

$$\begin{aligned} f_p(x) &= \frac{4}{9}u_{vol_p} + \frac{1}{9}d_{vol_p}\frac{4}{3}s_{sea_p} \\ f_n(x) &= \frac{4}{9}d_{vol_p} + \frac{1}{9}u_{vol_p}\frac{4}{3}s_{sea_p} \end{aligned} \tag{9.10}$$

Учитывая обстоятельство, что в протоне u-кварков два, а d-кварк один, можно заметить, что:

$$d_{vol_p} \simeq \frac{1}{2} u_{vol_p} \tag{9.11}$$

Тогда, если выразить все через d_{vol_p}, то в протонном распределении получается:

$$f_p(x) = \frac{1}{2} u_{vol_p} + \frac{4}{3} s_{sea_p} \tag{9.12}$$

В нейтроне функции распределения квадрата электрического заряда по доле переданного импульса связаны распределением ароматов следующим образом:

$$f_n(x) = \frac{1}{3} u_{vol_p} + \frac{4}{3} s_{sea_p} \tag{9.13}$$

Структурная скейлинговая функция :

$$\begin{aligned} F_1^{ep} &= \frac{1}{4} 2u_{vol_p} + \frac{2}{3} s_p \\ F_1^{en} &= \frac{1}{6} 2u_{vol_p} + \frac{2}{3} s_p \end{aligned} \tag{9.14}$$

Получились экспериментально измеримые функции. Экспериментально можно проверить F_1 для ep-рассеяния и для глубоконеупругого en-рассеяния в скейлнговом режиме.

Из модели независимых партонов было сделано очень много предсказаний. Например вычисление каких-либо экспериментально определимых отношений.

$$R_1^{pn} \equiv \frac{F_1^{ep}(x)}{F_1^{en}(x)} = \frac{3u_{vol_p} + 8s_p}{2u_{vol_p} + 8s_p} \tag{9.15}$$

При этом ожидается, что морские кварки вносят существенный вклад при маленьких значениях переданного импульса.

Если взять функцию (9.15) в области очень маленьких x, то получится:

$$\begin{aligned} &R_1^{pn} \simeq 1 \\ &\text{при } x \sim 1: \ R_1^{pn} \simeq \frac{3}{2} \end{aligned} \tag{9.16}$$

Таким образом, опираясь на базу рассуждений, можно предсказать как будет вести себя функция R_1^{pn}.

Такого рода отношений и предсказаний анализа возможного хода кривых всевозможных отношений можно придумать довольно много.

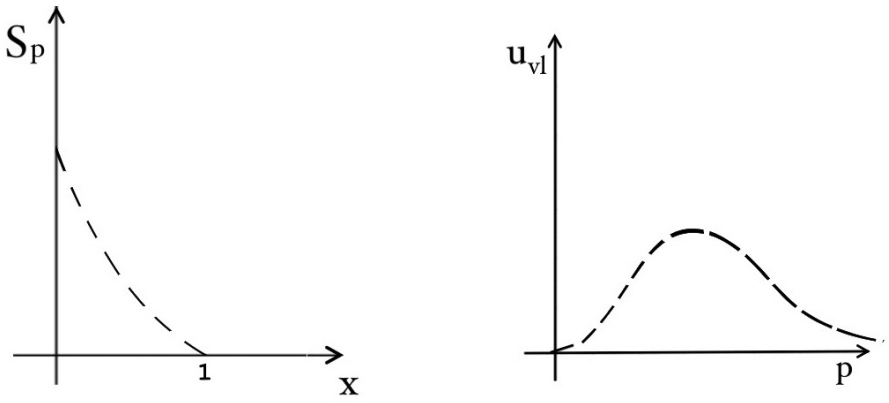


Рис. 9.1. Графики распределений

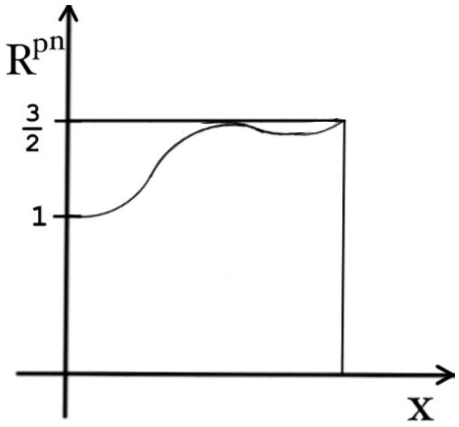


Рис. 9.2. График поведения R_1^{pn}

Правило сумм

Второй класс предсказаний - это **правило сумм**. Можно сконструировать интегралы от скейлинговых структурных функций, которые в рамках нашей модели можно будет вычислить.

Пример 9.1. *Рассмотрим:*

$$F_2^{ep} = xf_p(x) = x\left\{\frac{4}{9}(u_p + \bar{u}_p) + \frac{1}{9}(d_p + \bar{d}_p + s_p + \bar{s}_p)\right\} \tag{9.17}$$

Пользуясь соображением изотопической симметрии, которая обладает очень высокой точностью, просто поменяем местами u *и* d*, чтобы сохранить протонное распределение в структурной функции нейтронного рассеяния. Тогда получим:*

$$F_2^{en} = x\left\{\frac{4}{9}(d_p + \bar{d}_p) + \frac{1}{9}(u_p + \bar{u}_p + s_p + \bar{s}_p)\right\} \tag{9.18}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Далее нужно посмотреть, чему равняется такой интеграл $\int_0^1 dx\left\{F_2^{ep}+F_2^{en}\right\}$. Его численное значение можно оценить на эксперименте, поскольку из эксперимента можно извлечь функции, а потом численно посчитать.

С точки зрения независимых партонов получится следующее:

$$\int_0^1 dx\left\{F_2^{ep}+F_2^{en}\right\}=\int_0^1 dxx\left\{\frac{5}{9}[u_p+\bar{u}_p+d_p+\bar{d}_p]+\frac{2}{9}(s_p+\bar{s}_p)\right\} \tag{9.19}$$

Дальше можно вывести естественное предположение. Так морские составляющие каждого кваркового распределения существенно отличны от нуля только при маленьких x, но под знаком интеграла перед ними стоит маленький x, который подавит их вклад. Поэтому с приемлемой точностью можно ожидать, что из всей суммы (9.19) можно оставить вклады только валентных кварков. Валентные вклады есть только у u и d, а у них одинаковый множитель. Таким образом получится:

$$\begin{aligned}\int_0^1 dx\left\{F_2^{ep}+F_2^{en}\right\}&=\int_0^1 dxx\left\{\frac{5}{9}[u_p+\bar{u}_p+d_p+\bar{d}_p]+\frac{2}{9}(s_p+\bar{s}_p)\right\}\simeq\\&\simeq\frac{5}{9}\int_0^1 dxx[u_{val_p}(x)+d_{val_p}(x)+\sum q_{sea}(x)]=\frac{5}{9}\beta\end{aligned} \tag{9.20}$$

Где β - это доля импульса протона, переносимая электрически заряженными партонами.

У всех остальных слагаемых коэффициент не $\frac{5}{9}$, а $\frac{2}{9}$. То есть вынеся общий множитель $\frac{5}{9}$, была внесена погрешность на $\frac{1}{3}(s_p+\bar{s}_p)$. Но так как их вклад очень мал, интеграл исказится совсем немного.

С другой стороны, если предположить, что заряженные партоны переносят весь импульс нуклона, то тогда этот интеграл должен равняться сумме всех вкладов всех функций распределения, то есть единице. На самом деле экспериментальное значение этого интеграла $0,22\pm0.01$. С неплохой точностью обнаруживается, что $\beta=\frac{1}{2}$.

Таким образом, обнаруживается, что только половина импульса нуклона переносится заряженными партонами. Полученное равенство

$$\int_0^1 dx\left\{F_2^{ep}+F_2^{en}\right\}=\frac{5}{9}\beta$$

называется **импульсным правилом сумм**.

Нейтрино-нуклонные процессы

Такие результаты были получены не только для электромагнитного рассеяния. Рассмотрим примеры, относящиеся к слабому рассеянию, то есть к нейтрино-нуклонным процессам.

$$\nu(\bar{\nu})N \longrightarrow l(l^+)x \tag{9.21}$$

В структурных функциях таких процессов есть три структурных функций, ω_1, ω_2, ω_3.

В скейлинговом режиме:

$$\begin{aligned} M\omega_1(\nu,q^2) &\longrightarrow F_1(x) \\ \nu\omega_2(\nu,q^2) &\longrightarrow F_2(x) \\ M\omega_1(\nu,q^2) &\longrightarrow F_3(x) \end{aligned} \tag{9.22}$$

Когда рассматривают взаимодействия переносчиков слабого взаимодействия с фермионами, то в этом случае тот же кварковый заряженный слабый ток содержит $1-\gamma^5$ проекторы на левые хиральные состояния. Это приводит к тому, что частица-переносчик ω-бозон может взаимодействовать только с левыми хиральными компонентами кварков и соответственно только с правыми хиральными компонентами антикварков.

То есть ω-бозон видит распределение левых хиральных компонент кварков и правых хиральных компонент антикварков.

Ток имеет структуру:

$$\bar{u}\gamma^\mu(1-\gamma_5)[d\cos\theta_c + s\sin\theta_c] \tag{9.23}$$

Если переходить к хиральным компонентам, то $1-\gamma_5$ - это удвоенный проектор на левые хиральные состояния. Поэтому (9.23) можно переписать в следующем виде:

$$2\bar{u}\gamma^\mu[d\cos\theta_c + s\sin\theta_c] \tag{9.24}$$

Все остальные множители уже были "вытащены"в сечении. Таким образом, ω-бозон будет видеть левые d-кварки, и в соответствующем выражении, которое нужно будет внести в структурную функцию появится $\cos\theta_L$.

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Если рассмотреть

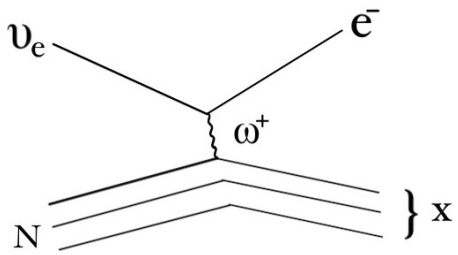


Рис. 9.3. Электронное нейтрино с вылетевшим электроном

то частицей-тестером будет ω^+. В нуклоне она взаимодействует с d_l и s_l, потому что поглощая ω^+, d_l и s_l превращаются в u-кварки. Так же ω^+ может взаимодействовать с $\bar{u}_R$.

Таким образом, при получении формул связи скейлинковых структурных функций с функциями партонных распределений, формулы будут очень похожи на формулы для электромагнитного рассеяния, но нужно будет по-разному вписать левохиральные и правохиральные партоны.

Они выражаются следующим образом:

$$\begin{aligned} M\omega_1(\nu,q^2) &\longrightarrow F_1(x) = \frac{1}{2}[f_R(x) - f_L(x)] \\ \nu\omega_2(\nu,q^2) &\longrightarrow F_2(x) = x[f_R + f_L] \\ M\omega_1(\nu,q^2) &\longrightarrow F_3(x) = f_R - f_L \end{aligned} \tag{9.25}$$

Эти формулы получаются именно из-за того, что мы считаем партоны фермионами. Если добавить внутрь нуклонов заряженные скалярные партоны, участвующие в слабом взаимодействии, то их функция распределения добавилась бы к $f_R + f_L$, чтобы разрушилось соотношение Каллана-Гросса.

Здесь выполняется равенство:

$$F_2(x) = 2xF_1(x) \tag{9.26}$$

Если рассмотреть рассеяние нейтрино на протоне, то получится:

$$\nu_p : \begin{cases} f_{R_p}(x) = 2\bar{u}_p(x) \\ f_{L_p}(x) = 2[d_p(x)\cos^2\theta_c + s_p(x)\sin^2\theta_c] \end{cases} \tag{9.27}$$

Это значит, что например:

$$F_3^{\nu p}(x) = 2[\bar{u}_p - d_p \cos^2\theta_c - s_p \sin^2\theta_c] \tag{9.28}$$

Если взять $F_3^{\nu n}(x)$, то с учетом изотопической симметрии получится:

$$F_3^{\nu p}(x) = 2[\bar{d}_p - u_p \cos^2\theta_c - s_p \sin^2\theta_c] \tag{9.29}$$

Если записать их сумму:

$$F_3^{\nu p}(x) + F_3^{\nu p}(x) = -2\cos^2\theta_c[u_p + d_p - \bar{u}_p - \bar{d}_p] + 2\sin^2\theta_c[\bar{u}_p + \bar{d}_p - 2\bar{s}_p] \tag{9.30}$$

Каждому из распределений антикварков $\bar{d}_p$ и $\bar{u}_p$ приписываются $\sin^2\theta_c + \cos^2\theta_c$, потом разделяются слагаемые с $\sin\theta_c$ и $\cos\theta$.

В реальности вклад слагаемого $\bar{u}_p + \bar{d}_p - 2\bar{s}_p$ очень маленький. Поэтому, если посчитать интеграл:

$$\begin{aligned}\int_0^1 dx[F_3^{\nu p}(x) + F_3^{\nu p}(x)] \simeq -2\cos^2\theta_c 3\int_0^1 dx[\frac{1}{3}u_p(x) + \frac{1}{3}d_p(x) - \\ -\frac{1}{3}\bar{u}_p(x) - \frac{1}{3}\bar{d}_p(x)] = -6\cos^2\theta_c B_p\end{aligned} \tag{9.31}$$

то барионный заряд протона равен единице.

В итоге приходим к следующему выражению для экспериментально определимой величины:

$$\int_0^1 dx[F_3^{\nu p}(x) + F_3^{\nu p}(x)] \simeq -6\cos^2\theta_c \tag{9.32}$$

Это выражение называется **правилом сумм Гросса–Ллевеллина Смита**. То, что оно подтверждается означает, что внутри нуклона нет партонов, участвующих в слабом взаимодействии и не имеющих барионного заряда.

Согласование модели партонов и принципа конфайнмента. Режим ассимптотической свободы

При изучении теории, описывающей сильные взаимодействия кварков, **квантовой хоромодинамике**, обнаружится, что эффективное взаимодействие двух

кварков внутри адрона очень оригинально зависит от расстояния между кварками. Эта оригинальность связана с влиянием вакуумных поправок.

Вспомним случай квантовой электродинамики, в ней частицей-переносчиком электромагнитного взаимодействия является фотон. Соответственно каждый заряд все время испускает и поглощает виртуальные фотоны, но сами фотоны не имеют электрического заряда. Поэтому наличие облака виртуальных фотонов (конденсата фотонов), которое есть вокруг каждого электрического заряда, находящегося в реальном вакууме, никак не влияет на видимое распределение зарядов. Но помимо конденсата фотонов вблизи заряда из вакуума рождается конденсат пар частиц и античастиц, а эти пары заряжены и чувствуют поле исходного заряда.

То есть если взять электрон, находящийся в вакууме, то получится:

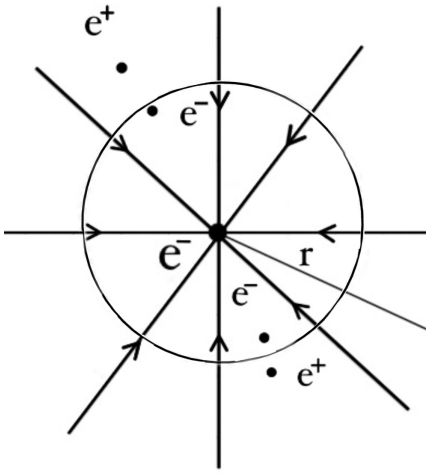


Рис. 9.4. Поляризация электрического поля в вакууме

Если вспомнить теорему Гаусса и на расстоянии r окружить заряд сферой, то эта сфера обязательно рассечет какие-то электрон-позитронные пары в поляризованном вакууме. Это будет означать, что всякий щуп, который измеряет электрическое поле, обнаружит на этой сфере поле заряда отличающегося от заряда одиночного электрона без вакуума. Будет поправка δe. То есть:

$$Q_{\text{набл}} = Q_0 + \Delta Q_{\text{вак}}(r) \tag{9.33}$$

Чем ближе мы подходим, тем меньше сфера и тем меньше ΔQ, то есть тем меньше экранировочный эффект. То есть вакуум, за счет появления пар, как бы частично экранирует этот заряд.

В квантовой электродинамике, если считать $Q_{\text{вак}}(r)$, возникает типичная для квантовых релятивистских теорий проблема, $Q_{\text{вак}}$ представляется расходящимся интегралом. Типичная риторика теории перенормировок в этом случае сводится к тому, что Q_0 полагают таким значением, чтобы оно в точности сократило основную расходящуюся часть интеграла в выражении для $Q_{\text{вак}}$. А то, что после этого останется, будет наблюдающим зарядом. В следствии такой процедуры получаются очень точные предсказания квантовой электродинамики.

Как факт, мы видим, за счет экранировочного эффекта обнаруживается, что чем ближе сходятся заряженные частицы, тем лучше они чувствуют свое поле, тем больше заряд друг у друга они видят и тем сильнее их электромагнитное взаимодействие.

То есть наблюдаемое электромагнитное взаимодействие должно увеличиваться при уменьшении расстояния между частицами, а уменьшение расстояния между частицами, с точки зрения ускорительных экспериментов, соответствует увеличению энергии. Это означает, что при увеличении переданных импульсов, переданных энергий, эффективная константа связи должна расти. Переданный импульс - это $h\lambda$, где λ - длина волны частицы переносчика, она и будет задавать масштаб расстояний.

В квантовой хромодинамике происходит следующее:

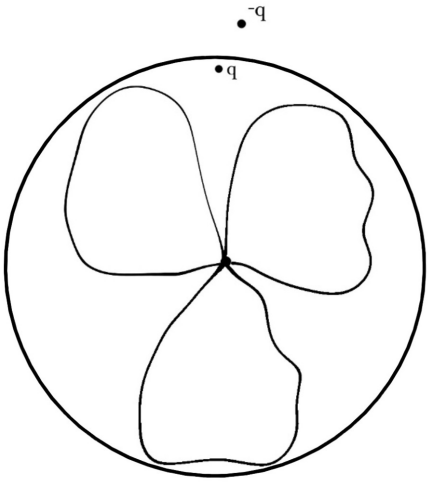


Рис. 9.5. Поляризация в КХД

При помещении какого-то цветового заряда тоже будет эффект от поляризации рождающихся кварк-антикварковых пар. Эта поляризация тоже будет вести

к экранировочному эффекту. Но в этом случае будет работать второй эффект. Этот заряд будет все время испускать виртуальные глюоны, которые тоже несут цветовой заряд. Доминирующий цвет виртуального заряда глюона будет соответствовать цвету исходного заряда. В результате получится, что каждый цветовой заряд как бы окружен таким "шариком в котором "бегают"виртуальные глюоны. А с точки зрения внешнего измерителя, это приводит к распределению цветного заряда по этому шарику.

Таким образом, чем меньше радиус сферы, тем меньшая часть заряда попадает внутрь. Чем ближе друг к другу расположены цветовые заряды, тем меньшую часть своего заряда они видят, то есть тем слабее они взаимодействуют.

В этой ситуации то, что переносчик является носителем заряда приводит к антиэкранировочному эффекту.

Получается, что кварки, находясь на маленьких расстояниях друг от друга, внутри нуклона взаимодействуют очень слабо, но они начинают взаимодействовать очень сильно, если расстояние между ними становится больше 10^{-13}см, то есть больше обратного радиуса деконфайнмента.

Адронные струи

Если в адрон-адронных взаимодействиях сталкивать протон и антипротон, предварительно закачав туда большую энергию, они раскалываются на цветные обломки. Эти обломки, будучи цветными не могут далеко улететь, так как дальше произойдет фаза адронизации. При этом нужно заметить, что если цветной обломок полетел, а потом родилось несколько адронов, то в силу закона сохранения импульса они все будут в направлении импульса первоначального обломка.

Таким образом, если они раскололись на 4-5 осколков, а потом за счет адронизации вылетело 50 адронов, то они все будут собраны в 4-5 струй, летящих примерно в направлении импульса первоначального осколка. В результате имеется предсказание которое называется **струйный характер разлета адронов при множественном рождении**.

Кварк-акнтикварковых струй всегда четное количество. нечетное количество струй было связано с появлением глюонной струи.

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Симметрии адронных токов

У адронных токов есть различные симметрии, выражающиеся в том, что можно вычислить их коммутаторы. Если есть группа симметрии, и мы строим нетеровские токи, то для этих токов получается определенная алгебра, то есть получаются определенные коммутационные соотношения. На самом деле, если пользоваться симметрией, то результаты, похожие на недавно полученные в рамках партонной модели, можно получить более строго, непосредственно из свойств операторов токов.

Пример 9.2.

$$\nu N:$$

$$H_{00}^{\nu N} = \frac{1}{4M}\sum_{\sigma}\int\frac{d^4x}{2\pi}e^{iqx}\langle P_\sigma|\hat{J}^\dagger_{h_0}(x)J_{h_0}(0)|P_\sigma\rangle$$

$$H_{00}^{\bar{\nu} N} = \frac{1}{4M}\sum_{\sigma}\int\frac{d^4x}{2\pi}e^{iqx}\langle P_\sigma|\hat{J}_{h_0}(x)\hat{J}^\dagger_{h_0}(x)|P_\sigma\rangle \tag{9.34}$$

Дальше второе выражение можно преобразовать. Само по себе среднее трансляционно инвариантно, то есть сдвиг на x не должен ничего менять, так как оно зависит от разности аргументов токов. Поэтому:

$$\frac{1}{4M}\sum_{\sigma}\int\frac{d^4x}{2\pi}e^{iqx}\langle P_\sigma|\hat{J}_{h_0}(x)\hat{J}^\dagger_{h_0}(0)|P_\sigma\rangle = \langle P_\sigma|\hat{J}_{h_0}(0)\hat{J}^\dagger_{h_0}(-x)|P_\sigma\rangle =$$
$$= |x \longrightarrow -x| = \frac{1}{4M}\sum_{\sigma}\int\frac{d^4x}{2\pi}e^{-iqx}\langle P_\sigma|\hat{J}_{h_0}(0)\hat{J}^\dagger_{h_0}(x)|P_\sigma\rangle \tag{9.35}$$

При этом обязательно из адрона покоящегося нуклона что-то будет рождаться только в том случае, если $q_0 > 0$. Поэтому адронный тензор, как функция q_0 должен быть ненулевым только при $q_0 > 0$.

Если написать функцию:

$$H(Pq) = \frac{1}{4M}\sum_{\sigma}\int\frac{d^4x}{2\pi}e^{iqx}\langle P_\sigma|[\hat{J}^\dagger_{h_0}(x)\hat{J}_{h_0}(0)]|P_\sigma\rangle$$

$$\text{при } q^0 > 0: \ H(Pq) = H_{00}^{\nu N}H(P,q)$$
$$\text{при } q^0 < 0: \ H(Pq) = -H_{00}^{\bar{\nu} N}H(P,-q) \tag{9.36}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

То есть если брать интеграл от $H(Pq)$, то в действительности интеграл по отрицательной части потом можно заменой q на $-q$ переделать в $H_{00}^{\bar{\nu}N}$, а интеграл по положительной части в $H_{00}^{\nu N}$

Таким образом:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dq^0 H(P,q) = \int_0^{\infty} dq^0 [H_{00}^{\nu N} - H_{00}^{\bar{\nu}N}] \tag{9.37}$$

Для разности $[H_{00}^{\nu N} - H_{00}^{\bar{\nu}N}]$ можно получить выражение как интеграл от

$$\hat{J}_{h_0}^{\dagger}(x)\hat{J}_{h_0}(0)$$

Получается ситуация, когда мы можем вычислять.

Тогда:

$$\begin{aligned}[\hat{J}_{h_0}^{\dagger}(0,\bar{r})\hat{J}_{h_0}(0,0)] = \delta(\bar{r})\left\{(\hat{J}_{A0}^{3}(0) - \hat{J}_{V0}^{3}(0))(4\cos^2\theta_c + 2\sin^2\theta_c) + \right. \\ + 2\sqrt{3}\sin^2\theta_c(\hat{J}_{A0}^{8} - \hat{J}_{V0}^{8}) + 4\cos^2\theta_c\sin^2\theta_c(\hat{J}_{A0}^{6}(0) - \hat{J}_{V0}^{6})\end{aligned} \tag{9.38}$$

Если посчитать среднее значение этого коммутатора по состоянию $P\sigma$, то наблюдаемая, отвечающая шестому генератору группы $SU(3)$, для любой бесцветной комбинации ее среднее значение равно нулю.

$$\int_0^{\infty} dq^0 [H_{00}^{\nu N} - H_{00}^{\bar{\nu}N}] = -\frac{P_0}{M}\left\{2 < I_3 > (2\cos^2\theta_c + \sin^2\theta_c) + 3 < Y > \sin^2\theta_c\right\} \tag{9.39}$$

(00)компоненты адронного тензора как и все прочие могут быть записаны через структурные функции. Это выражение не удобно для экспериментального исследование. Была предложена идея переписать это соотношение в системе бесконечного импульса.

$$|\bar{P}| \longrightarrow \infty \quad \bar{P}\bar{q} \equiv 0: \ \nu = \frac{P_\mu q^\mu}{M} = \frac{|\bar{P}|}{M} q^0 \tag{9.40}$$

В этом случае:

$$H_{00} = \left(\frac{|P_0|}{M}\right)\omega_2 \tag{9.41}$$

$$\int_0^{\infty} [\omega^{(\nu N)_2 - \omega_2^{\bar{\nu}N}}] = 2 < I_3 > (2\cos^2\theta_c + \sin^2\theta_c) + 3 < Y > \sin^2\theta_c \tag{9.42}$$

*Эта формула называется **правилом сумм Адлера**. Оно получено не для скейлинговой структурной функции.*

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Лекция 10. Спонтанное нарушение глобальных и локальных симметрий

Калибровочный принцип

Пример калибровочного принципа можно показать, применив теорию одного скалярного поля. В более реалистичных теориях, при реализации калибровочного принципа, должны присутствовать фермионы, частицы материи, и векторные частицы (частицы переносчики взаимодействий). Рассматривая теория одного скалярного комплексного поля:

$$L = \frac{1}{2}\partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - \frac{m^2}{2}|\phi|^2$$

ϕ — комплексное поле, которое можно разделить на мнимую и вещественную часть.

$$\phi = \pi + i\sigma$$

У этой теории есть симметрия, так как следующее преобразование не зависит от пространственно-временных переменных.

$$\phi \to \phi' = \phi \times e^{-i\alpha} \tag{10.1}$$

$$(\partial_\mu \alpha = \sigma)$$

С точки зрения теории групп получается глобальная $U(1)$ симметрия. С этой симметрией связан закон сохранения заряда, который носит локальный характер. Таким образом, предлагается расширить симметрию до локальной.

$$U_1: \ \alpha = \alpha(x)$$

α — является пространственно-временной переменной.

Чтобы восстановить инвариантность лагранжиана, необходимо в теорию добавить дополнительные поля (компенсаторные).

$$\partial_\mu \to D_\mu \equiv \partial_\mu - igA_\mu$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

$$L_A = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$$
$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

$F_{\mu\nu}$ — тензор напряженности для векторного поля. Требуется, чтобы одновременно с преобразованием (10.1) было бы справедливо преобразование (10.2).

$$A_\mu \to A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu \alpha \tag{10.2}$$

Это преобразование похоже на калибровочное преобразование в электродинамике. Если определить поле таким образом, то калибровочный лагранжиан, который является лагранжианом, взаимодействующих между собой скалярного и векторного поля, инвариантен относительно преобразования (10.2).

$$L_{\omega l} = \frac{1}{2}D_\mu\phi^* D^\mu\phi - \frac{m^2}{2}|\phi|^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

Возникает математический трюк с локализацией симметрии, который при этом преобразует свободный лагранжиан скалярного поля в лагранжиан с взаимодействием. Также была доказана теорема, которая связывает между собой калибровочную инвариантность теории взаимодействия с векторными полями переносчиками, и перенормируемость теории.

Рассмотренная в данном примере, группа $U(1)$ является Абелевой группой, у которой все генераторы между собой коммутируют. С помощью теории Янга-Миллса, можно построить такую конструкцию, как калибровочная теория с использованием не абелевых групп симметрии. Добавляется калибровочная группа G, определяющая набор преобразований свободных материальных полей. Соответственно, эта калибровочная группа имеет размерность.

$$G_{cal} : dim(G_{cal}) = N$$

G — калибровочная константа, которая задает интенсивность всех взаимодействий.

$$\alpha_1 ... \alpha_N \to \alpha_1(x) ... \alpha_N(x)$$

Необходимо ввести ровно N калибровочных полей в лагранжиан. Возникают следующие отличия:

$$D_\mu = \partial_\mu - igA^a_\mu \hat{T}_a$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

$\hat{T}_a$ — генератор соответствующей группы.

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g f_{abc} \times A^b_\mu A^c_\nu$$

$$L_A = -\frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F^{a\mu\nu}$$

Таким образом, появляется самодействие калибровочных полей. Следовательно, построение калибровочной теории задается тремя вещами:

- Выбор калибровочной группы.
- Размещение материальных полей в неприводимом представлении этой калибровочной группы.
- Выбор калибровочной константы связи.

Могут возникнуть ограничения. В этой конструкции не предусмотрены массовые слагаемые для векторных полей переносчиков. Прямолинейное введение массы у полей переносчиков разрушает не только калибровочную симметрию, но и перенормируемость теории. Если необходимо построить теорию слабого взаимодействия, в которой будет нарушаться зеркальная симметрия, то надо использовать не только векторные, но и аксиальные токи.

В квантовой хромодинамики в качестве калибровочной группы выбрана группа $SU(3)$.

Спонтанное нарушение симметрии

Возникновение спонтанной намагниченности ферромагнетики является примером спонтанного нарушения симметрии. Если нагреть ферромагнетик выше температуры Кюри, то он теряет ферромагнитное свойство, так как тепловые флуктуации разрушают магнитную связь между атомами. Дальше система охлаждается и магнитное взаимодействие начинает доминировать над тепловыми флуктуациями. Таким образом, образуются группы магнитных доменов, в которых возникает спонтанная намагниченность.

Одним из простых примеров является эволюция шарика на оси симметричной поверхности. Уравнение движения шарика будет обладать аксиальной симметрией.

Начальные данные тоже обладают аксиальной симметрией. При симметричной динамике могут происходить нарушения симметрии, если симметричное состояние

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

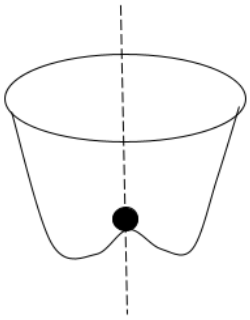


Рис. 10.1. Эволюция шарика на оси симметричной поверхности

окажется энергетически невыгодным. Записывается лагранжиан одного единственно скалярного поля без калибровочных добавок:

$$L = \frac{1}{2}\partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - V(\phi)$$

$$V(\phi) = -\frac{\mu^2}{2}|\phi|^2 + \frac{\lambda}{4}|\phi|^4$$

$$|\phi|_{min} = \frac{\mu}{\sqrt{\lambda}} \equiv v$$

$$\phi_{min} = ve^{-i\alpha}$$

Вакуум надо идентифицировать в состоянии, в котором энергия квантового поля минимальна. Должен выпасть конденсат поля ϕ с ненулевым вакуумным среднем. Тогда, вакуум будем ассоциироваться с состоянием полевой системы с минимальной возможной энергией. Частицами будут квантовые возбуждения поля над этим вакуумным состоянием. $\phi_{vac} = iv$

Для исследования реальной динамики полевой системы вводится новое поле:

$$\psi = \phi - \phi_{vac} = \pi + i(\sigma - v)$$

$$\sigma - v = \eta$$

$$L = \frac{1}{2}\partial_\mu \pi \partial^\mu \pi + \frac{1}{2}\partial_\mu \eta \partial^\mu \eta - \frac{\mu^2}{2}\left[\pi^2 + v^2 + 2v\eta + \eta^2\right] +$$

$$+\frac{\lambda}{4}\left[4v^3\eta + 2v^2\pi^2 + 6v^2\eta^2 + ...\right]$$

$$L_{mass} = 0 \times \pi^2 + \mu^2\eta^2$$

Таким образом, это привело к появлению безмассовых бозонов.

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Спонтанное нарушение симметрии в калибровочных теориях

$$L_{cal} = \frac{1}{2}D_\mu\phi^* D^\mu\phi - V(\phi) - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

Берется тот же самый член самодействия, который обеспечивает нарушение симметрии. Происходит замена полей:

$$\phi = \pi + iv \to \psi = \pi + i\eta$$

Масса поля A будет определяться калибровочной константой и величиной вакуумного среднего скалярного поля.

$$m_A = \frac{gv}{2}$$

В результате получится лагранжиан, содержащий массивное векторное поле и 2 скалярных поля. В этом лагранжиане не все использованные полевые переменные независимы. До спонтанного нарушения симметрии исходный лагранжиан содержа 4 независимые полевые переменные: 2 вещественные компоненты скалярного поля и 2 независимые компоненты безмассового векторного поля. Но как только сообщается масса векторному полу, то условие поперечности из уравнения выпадает. Таким образом, получаются 3 независимых компоненты векторного поля. Это означает, что получившиеся 5 полевых переменных не являются независимыми.

Существует унитарная калибровка, в которой спонтанно нарушенный лагранжиан, входят только независимые полевые переменные.

$$\pi, \eta \to \xi, \eta$$

$$\phi = (v + \eta)e^{-i\frac{\xi}{v}}$$

$$A^\mu \to \tilde{A}^\mu = A^\mu - \frac{1}{gv}\partial^\mu\xi$$

$$L_{cal} = \frac{1}{2}\partial_m u\eta\partial^\mu\eta - \mu^2\eta^2 - \frac{1}{4}\tilde{F}_{\mu\nu}\tilde{F}^{\mu\nu} - \left(\frac{gv}{2}\right)^2\tilde{A}^\mu\tilde{A}_\mu +$$
$$+\frac{g^2}{2}\tilde{A}_\mu\tilde{A}^\mu\eta(2v+\eta) - \lambda v^2\eta^3 - \frac{\lambda}{4}\eta^4$$

Получается нормальная встроенная теория одного нормального массивного скалярного и нормального массивного векторного поля. При нарушении локальной

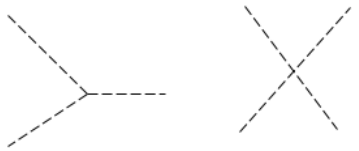


Рис. 10.2. Нормальная встроенная теория

симметрии голдстоуновские бозоны не появились. Таким образом, поле ψ, которое выпало из лагранжиана, называют не состоявшимся голдстоуновским бозоном.

Фермионы в калибровочных теориях

Генерацию масс у векторных полей за счет поедания голдстоуновских бозонов называют механизмом Хиггса. Выжившее скалярное поле (η), которое обеспечило спонтанное нарушение симметрии, называют полем Хиггса. В общем случае возможно спонтанное нарушение симметрии, когда есть исходная калибровочная группа. За счет спонтанного нарушения симметрии, обеспеченное скалярными полями, присутствующими в теории, калибровочная группа понижается до G'_{cal}.

$$G_{cal} \to G'_{cal}$$

Размерность группы записывается следующим образом:

$$dim(G'_{cal}) = N' < N$$

Тогда можно заметить, что в результате спонтанного нарушения симметрии появится меньше голдстоуновских бозонов. Соответственно, часть частиц переносчиков приобретет массу $N - N'$ калибровочных полей, а оставшиеся N' останутся без массы. Оставшиеся безмассовыми частицы переносчики не должны взаимодействовать с вакуумным конденсатом поля. Масса появляется за счет взаимодействия с конденсатом. Фотоны и глюоны должны быть безмассовыми, что означает, они не должны взаимодействовать с конденсатом поля Хиггса. А поле Хиггса не должно участвовать в электромагнитном сильном взаимодействии. Было доказано, что если генерируется масса у векторных полей с помощью спонтанного нарушения симметрии, то не нарушается перенормируемость.

Если в теорию добавить фермионы, то свободный лагранжиан безмассовых фермионов записывается следующим образом:

$$L_F^{(0)} = \frac{i}{2}\left[\overline{\psi}\partial_\mu\gamma^\mu\psi - \partial_\mu\overline{\psi}\gamma_\mu\psi\right]$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

$$\partial_\mu \to D_\mu = \partial_m u - igA^a_\mu \hat{T}_a$$

В результате получится теория с фермионами, которые взаимодействуют с полями переносчиками.

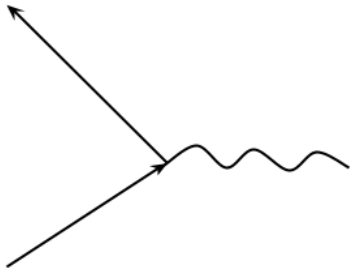


Рис. 10.3. Теория безмассовых фермион

Чтоб они приобрели массу, необходимо ввести взаимодействие с конденсатом ϕ. Проще всего ввести юкавовские взаимодействия.

$$-f\overline{\psi}\phi\psi \to m_\psi = fv$$

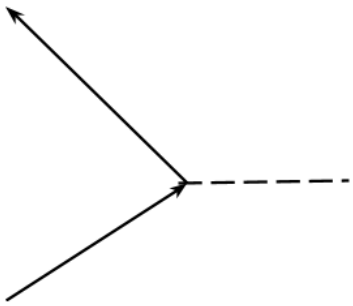


Рис. 10.4. Юкавовское взаимодействие

Лекция 11. Модель Салама-Вайнберга-Глэшоу

Электрослабое взаимодействие

Эффективная константа связи зависит от энергетики и расстояния. Константы сильного электромагнитного слабого взаимодействия при росте энергии взаимодействующих частиц имеют тенденцию к сближению. Когда происходит спонтанное нарушение симметрии, симметрия исходной модели понижается. Соответственно, переносчики взаимодействия могут приобрести разные свойства. Это приведет к тому, что взаимодействия начнут различаться по своим свойствам. Возникла идея объединить взаимодействия, которая заключается в предположении, что существует общая симметрия для всех взаимодействий, которая разделяется на компоненты, различающиеся по своим свойствам из-за фазы перехода вакуума, связанных со спонтанным нарушением симметрии. Выстраивая теорию в рамках идеи спонтанного нарушения симметрии, не только сохраняется перенормируемость, но и можно поставить задачу объединения взаимодействий.

Стандартная модель состоит из 2 секторов: сектор сильного взаимодействия и сектор электрослабого взаимодействия, которое одновременно описывает электромагнитное слабое взаимодействие, которое становится различным благодаря спонтанному нарушению симметрии.

Моделью электрослабого взаимодействия является модель Салама - Вайнберга - Глэшоу. Чтобы построить квантовую калибровочную спонтанно нарушенную теорию, необходимо выбрать группу калибровочной симметрии, разместить фундаментальные фермионы моделей в неприводимом представлении этой калибровочной группы, ввести скалярный сектор и ввести юкавовское взаимодействие скалярных частиц с фермионами, чтобы фермионы приобрели массу. По этой схеме строится перенормируемая квантовая калибровочная спонтанно нарушенная теория поля. Соответственно, выбирается G как калибровочная группа симметрии. Если рассматривается модель, в которой должно быть электрослабое, то размерность группы должна быть равна 4.

$$dim(G) = 4$$

По традиции в первую очередь рассматривается группы унитарных преобразований. Если пренебречь смешиванием поколений, то в каждом поколении в слабом

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

заряженном токе связан верхний и нижний кварк. в калибровочную группу G входит слабый изоспин:

$$G = SU(2)_I$$

Эта группа имеет размерность 3 и, соответственно, первые 3 генераторы в калибровочной группе отождествляют с компонентами изоспина.

$$\hat{T}_{1,2,3} \equiv \hat{I}_i, \quad i = 1,2,3$$

Четвертый генератор группы необходимо связать с какой-то характеристикой, которая коммутирует с операторами изоспина. Таким свойством обладает оператор гиперзаряда. Есть соотношение Гильмана-Нишиджимы, которое связывает третью компоненту изоспина и позволяет сконструировать оператор электрического заряда. Электрический заряд должен быть генератором той симметрии, которая выживет после спонтанного нарушения симметрии. Таким образом, электрический заряд должен быть линейной комбинацией этих исходных генераторов.

$$\hat{T}_4 = \frac{\hat{Y}}{2}$$

Оператор электрического заряда записывается как сумма двух генераторов:

$$\hat{Q} = \hat{I}_3 + \frac{\hat{Y}}{2} \equiv \hat{T}_3 + \hat{T}_4$$

Таким образом, группа симметрии записывается следующим образом:

$$G = SU(2)_I \times U(1)_Y$$

Фермионы должны быть заданы следующим образом. Левые компоненты фермионов должны иметь слабый изоспин, а правые компоненты фермионов не должны встраиваться в такую токовую структуру. Поэтому они должны быть изотопическими синглетами. Изотопические дублеты для первого поколения (левые компоненты):

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

$$\begin{pmatrix} U^c \\ d^c \end{pmatrix}_L$$

Праве компоненты: e_R, U_R^c, d_R^c. Соответственно, калибровочный инвариантный лагранжиан кварковой векторной части записывается следующим образом:

$$L_{q\wedge} = \frac{i}{2}\sum_f (\overline{\psi}_f \gamma^\mu D_\mu \psi_f - D_\mu^* \overline{\psi}_f \gamma^\mu \psi_f) - \frac{1}{4} G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^i F^{i\mu\nu}$$

$$D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu^i \hat{I}_i - ig' \frac{\hat{Y}}{2} B_\mu$$

B_μ — калибровочное поле $U(1)$.

$$G_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$$

$$F_{\mu\nu}^i = \partial_\mu A_\nu^i - \partial_\nu A_\mu^i + g\varepsilon^{ijk} A_\mu^j A_\nu^k$$

Нужен скалярный сектор для обеспечения спонтанного нарушения симметрии.

$$SU(2)_I \otimes U(1)_Y \to U(1)em$$

Должно возникнуть электромагнитное поле, кванты которого останутся безмассовыми, и поля переносчики слабого взаимодействия, которые приобретут массу. Чтобы 3 векторных поля приобрели массу, необходимо иметь 3 скалярные компоненты, которые станут несостоявшимися голдстоуновскими бозонами. Также нужно, чтобы та компоненты, которая выпадет в виде скалярного конденсата в вакуум, была электрически нейтральна, чтоб фотоны с ними не взаимодействовали. Выбирается Φ как изотопический дублет:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^* \\ \phi^0 \end{pmatrix}$$

$$\Phi^c = \hat{C}\phi = \begin{pmatrix} \phi^0 \\ -\phi^- \end{pmatrix}$$

$$L_H = \frac{1}{2}(D^\mu \phi)^+ D_\mu \phi + \frac{\mu^2}{2}\phi^+\phi - \frac{\lambda}{4}(\phi^+\phi)^2$$

$$L_{HF} = f^{(e)} \overline{e}_L \Phi e_R + f^{(n)} \overline{g}_L \Phi U_R + f^{(d)} \overline{g}_L \overline{\Phi} d_R$$

Таким образом, можно получить полный лагранжиан модели. Дальше выбирается вакуумное значение поля:

$$\overline{\Phi}_{vac} = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$$

$$v = \frac{\hat{\mu}}{\sqrt{\lambda}}$$

Следовательно, фотоны остаются безмассовыми. Поэтому возникает электромагнитное взаимодействие с нужной структурой. Чтобы исключить голдстоуновские бозоны, необходимо перейти к унитарной калибровке, в которой из лагранжиана выпадает зависимые полевые переменные.

$$\Phi = e^{-i\xi^i \hat{I}_i \frac{1}{v}} \begin{pmatrix} g \\ v+\eta \end{pmatrix}$$

$$B_\mu \to \tilde{B}_\mu = B_\mu$$

$$A^i_\mu \to \tilde{A}^i_\mu = A^i_\mu - \frac{1}{gv}\partial_\mu \eta^i$$

При такой подстановке получается лагранжиан стандартной модели. Выживает только единственно скалярное поле η.

$$\tilde{L}_H = \frac{1}{2}(D_\mu \phi')^{-1} D^\mu \phi' - \mu^2 \eta - \lambda v \eta^3 - \frac{\lambda}{4}\eta^4$$

$$\tilde{L}_{HF} = (v+\eta)\left\{ f^e \overline{e}_L e_R + f^d \overline{d}_L d_R + f^U \overline{U}_L U_R + h.c. \right\}$$

$$m_e = f^{(e)} v$$

$$m_d = f^{(d)} v$$

$$m_U = f^{(U)} v$$

Одна и та же константа, задающая массу соответствующего фермиона, является константой ее взаимодействия с полем Хиггса. $\tilde{L}_A$: возникают следующие квадратичные слагаемые:

$$\frac{v^2}{g}\left\{ g^2 \tilde{A}^1_\mu \tilde{A}^{1\mu} + g^2 \tilde{A}^2_\mu \tilde{A}^{2\mu} + \left(g\tilde{A}^3_\mu + g'\tilde{B}_\mu\right)^2 \right\}$$

В базисе, введенных ранее полевых переменных, массовая матрица частично не диагональна. Чтобы обнаружить какие будут квант векторных полей с определенной массой, надо перейти к новым полевым переменным, в которых эта матрица

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

будет диагональной.

$$\omega_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}\left\{\tilde{A}_\mu^{(1)} \pm i\tilde{A}_\mu^{(2)}\right\}$$

$$m_\omega = \frac{gv}{2}$$

Диагонализация массовой матрицы для оставшихся векторов полей осуществляется с помощью поворота Вайнберга. Вводятся 2 поля:

$$Z_\mu = \cos\theta_\omega \times \tilde{A}_\mu^{(3)} + \sin\theta_\omega \tilde{B}_\mu$$

$$A_\mu = -\sin\theta_\mu \tilde{A}_\mu^{(3)} + \cos\theta_\omega \tilde{B}_\mu$$

$$m_Z = \frac{\sqrt{g^2+g'^2}v}{2} = \frac{m\omega}{\cos\theta_L}$$

$$\sin^2\theta_\omega = \frac{g'^2}{g^2+g'^2}$$

Таким образом, обеспечивается нужное нарушение симметрии. Появляются 4 частицы переносчика: 1 остается с нулевой массой, а 3 приобретают массу (2 одинаковых, сопряженных друг к другу и 1 чуть потяжелее). Дальше необходимо определить константы. Низко-энергетическое слабое взаимодействие через заряженные токи — G_F.

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8m_\omega^2} = \frac{1}{2v^L} \to v = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{2}}G_F} \simeq 250\text{ГэВ}$$

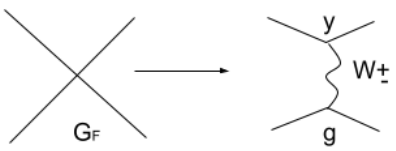


Рис. 11.1. Низко-энергетическое слабое взаимодействие

Восстанавливается исходная симметрия вакуума и электромагнитные слабые взаимодействия должны объединяться в единое электрослабое.

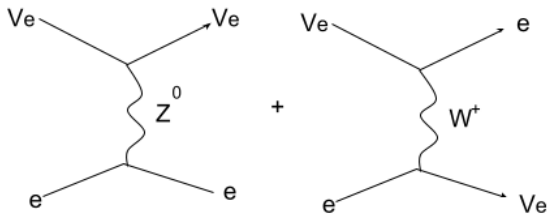


Рис. 11.2. ω и Z бозоны

ω и Z бозоны

$$L_{em} = -g\sin\theta_\omega J^\mu_{em} A_\mu$$

$$g\sin\theta_\omega = e$$

Если определить угол Вайнберга, то можно посчитать все остальные характеристики модели.

$$\sin^2\theta_\omega \simeq 0.215 \pm 0.003$$

$$m_\omega = 82\text{ГэВ}$$

$$m_Z = 90\text{ГэВ}$$

В 1983 году открыли $Z^0, \omega^\pm$ с с предсказанными свойствами, и произошло рождение стандартной модели. Была проверена масса и структура токов, которые с ними взаимодействуют.

Пример 11.1. *Рассматривается рождение ω^-. Протон состоит из u,u,d и*

Рис. 11.3. Рождение ω^-

$\overline{u},\overline{u},\overline{d}$. ω^- может родиться из-за взаимодействия d и $\overline{u}$. Вводится ось x, которая направлена вдоль электрического тока. Спин d кварка будет против оси x, а $\overline{u}$ будет направлен по импульсу. Проекция суммарного спина на оси x будет равна -1.

Распад ω^-:

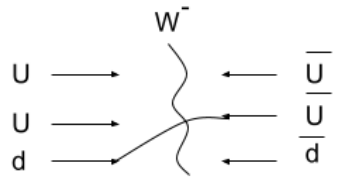


Рис. 11.4. Рождение ω^-

$$\omega^- = e^- V_e$$

$$S_{ex} + S_{\nu_e x} = -1$$

Рожденные антинитрины будут вылетать против оси x

Второе и третье поколения фундаментальных частиц. Смешивание поколений

Необходимо ввести юкавовское взаимодействие с учетом смешивания. Задается недиагональная матрица — f_{AB}. Записывается юкавовское слагаемое:

$$f_{AB}\overline{\Psi}_{L_A}\Phi\Psi_{R_B}, \quad f = q, l, u, d$$

Юкавовская константа превращается в массу всех фермионов и параметры смешивания. Всего должно быть 13 независимых констант, которые станут параметрами конечного лагранжиана и содержать в себе конструкцию смешивания фермионных полей.

Лекция 12. Квантовая хромодинамика

Перенормировки в квантовой электродинамике

В данном случае калибровочная группа — $G = SU(3)_c$. Фундаментальные фермионы, участвующие в сильном взаимодействии кварки, размещены в неприводимых представлениях размерности цветовых триплетов. Размерность группы $SU(3)_c$ — 8, поэтому имеются 8 глюонов $G^{a\mu}$. Представление, у которого размерность совпадает с размерностью группы, называется присоединенным. Соответственно, симметрия не нарушена. Векторные поля остаются безмассовыми. Фермионы обретают массу за счет спонтанного нарушения симметрии.

$$\partial_\mu \to D_\mu = \partial_\mu - ig_s G^{a\mu} \hat{T}_\mu$$

В этом случае есть самодействие глюонов, которое возникает в тензоре напряженности:

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + \frac{1}{g_s} f^{abc} A^\mu_b A^\nu_c$$

Глюоны сами несут световой заряд и сами взаимодействуют, что обеспечивает существенную нелинейность уравнения. Взаимодействие фермионов описывается глюонным обменом. Интенсивность взаимодействия характеризуется константой, которая появляется в матричном элементе. Появляется произведение двух вершинных факторов (g_s) на пропагатор глюона.

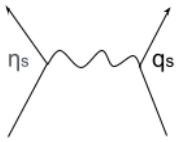


Рис. 12.1. Взаимодействие фермионов

$$\alpha_s^{(0)} = \frac{g_s^2}{4\pi}$$

Частица переносчик может распасться на пару фермионов и антифермионов, которые образуют фермионную петлю. При суммировании по всем возможным

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

состояниям возникает интеграл по импульсу петли, который оказывается расходящимся. Это является примером вакуумных расходимостей, которые возникают из-за того, что учитывается роль вакуума

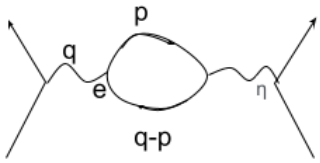


Рис. 12.2. Фермионная петля

В квантовой электродинамике получается следующее выражение:

$$\alpha_{em}^{(0)} \to \alpha_{em}^{(1)} = \frac{e^2}{4\pi}\left[1 - \frac{e^2 Q_f^2}{4\pi} \times I(q^2)\right]$$

$$I(q^2) = \frac{1}{3}\int\limits_{m_f^2}^{\infty} \frac{d(p^2)}{p^2} - 2\int\limits_0^1 dx x(1-x)\ln\left[1 - \frac{q^2}{m_f^2}x(1-x)\right]$$

Идея теории перенормировок состоит в том, чтобы предложить регуляризацию расходящегося выражения и выделить оттуда сингулярный член. Записывается регуляризованное выражение:

$$I_\alpha(q^2) = \frac{1}{3}\ln\left(\frac{\lambda^2}{m_\lambda^2}\right) - 2\ln\left(\frac{-q^2}{m_f^2}\right) \times \int\limits_0^1 dx\ x(1-x) = \frac{1}{3}\ln\left(\frac{\lambda^2}{-q^2}\right)$$

Это выражение содержит параметр регуляризации (параметр обрезания).

$$\alpha_{em} = \frac{\alpha^{(0)}}{1 + \frac{\alpha_0^{(0)} Q_f^2}{3\pi}\ln\left(\frac{\lambda^2}{-q^2}\right)}$$

Это выражение зависит от способа регуляризации расходящегося интеграла.

$$\frac{1}{\alpha_{em}(-q^2)} = \frac{1}{\alpha^{(0)}} + \frac{Q_f^2}{3\pi}\ln\left(\frac{\lambda^2}{-q^2}\right)$$

$$\frac{1}{\alpha_{em}(\mu^2)} = \frac{1}{\alpha^{(0)}} + \frac{Q_f^2}{3\pi}\ln\left(\frac{\lambda^2}{\mu^2}\right), \quad -q = \mu$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Если найти разность этих уравнений, получится:

$$\frac{1}{\alpha_{em}(-q^2)} = \frac{1}{\alpha_{em}(\mu^2)} + \frac{Q_f^2}{3\pi}\ln\left(\frac{\mu^2}{-q^2}\right)$$

Таким образом, уравнение эволюции записывается в следующим виде:

$$\alpha_{em}(-q^2) = \frac{\alpha_{em}(\mu^2)}{1 + \frac{Q_f^2}{3\pi}\alpha_{em}(\mu^2)\ln\left(\frac{\mu^2}{-q^2}\right)}$$

Если ест несколько фермионов, то происходит следующая замена:

$$\frac{Q_f^2}{3\pi} \to \sum_f \frac{Q_f^2}{3\pi} \equiv \frac{b_{em}}{4\pi}$$

$$b_{em} = -\frac{4}{3}\sum_f Q_f^2 = -\frac{4}{3}n_g\left(1 + 3\frac{4}{9} + 3\frac{1}{9}\right) = -\frac{32}{9}n_g < 0$$

n_g — число поколений.

$$\alpha_{em}(-q^2) = \frac{\alpha_{em}(\mu^2)}{1 + \frac{b_{em}}{4\pi}\alpha_{em}(\mu^2)\ln\left(\frac{-q^2}{\mu^2}\right)}$$

Наблюдается рост эффективного заряда при увеличении q^2. Внесенный заряд

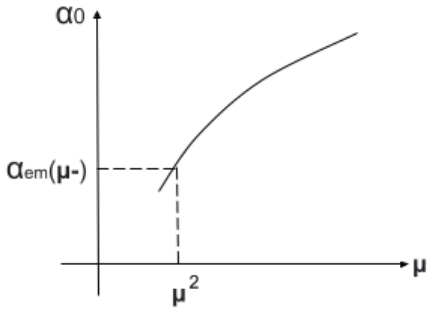


Рис. 12.3. Рост эффективного заряда

заставляет все заряженные пары частиц и античастиц поляризоваться так, что одна частица ближе к исходному заряду, а другая дальше. Поляризация вакуума уменьшает наблюдаемый заряд на больших расстояниях.

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Антиэкранировочный эффект. Конфайнмент и асимптотическая свобода

Антиэкранировочный эффект связан тем, что глюоны несут на себе световой заряд. В b_s ест вклад от глюонных петель.

$$b_s = 11 - \frac{4}{3} n_g$$

$$\alpha_s(-q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + \frac{b_s}{4\pi} \ln\left(\frac{-q^2}{\mu^2}\right) \alpha_s(\mu^2)}$$

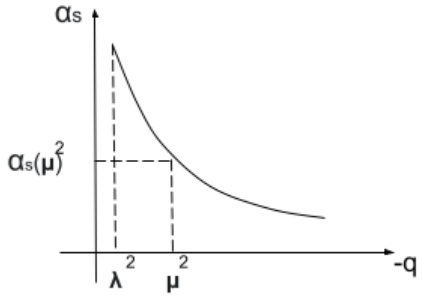


Рис. 12.4. Убывание α_s

$$\ln\left(\frac{\lambda_{QCD}}{\mu}\right) = -\frac{2\pi}{b_s \alpha_s(\mu^2)}$$

$$\lambda_{QCD} = \mu e^{-\frac{2\pi}{b_s \alpha_s(\mu^2)}}$$

Конфайнмент связан с вакуумным эффектом. Режим асимптотической свободы объясняет успехи моделей независимых протонов. При адронных столкновениях с достаточно большими переданными импульсами их можно рассматривать как взаимодействие кварковых систем, описанные по теории возмущения. Наиболее надежными считаются значения $alpha_s$, полученные из данных по распаду тяжелых кваркониев.

Распады тяжелых кваркониев

Вводятся $c\bar{c}$ и $b\bar{b}$ для распада тяжелых кваркониев $q\bar{q}$. Масса $c\bar{c}$ кварка 1.5 ГэВ. Энергия взаимодействия намного меньше, чем масса покоя. Это привод к задаче нерелятивистской частицы в центральном симметричном поле. Поэтому состояние

кваркониев можно классифицировать как состояние атома водорода. Но сильное взаимодействие зависит от спинов.

$$m_{min}: \quad l = 0, \quad S = 1: \quad {}^3S_1$$
$$P = (-1)^{l+1} = -1$$
$$C = -1$$

Эти характеристики определяют моды распада. Если рассматривается наилегчайший из частиц, содержащих 2 таких кварка, то распад пойдет только через аннигиляцию кварка-антикварка.

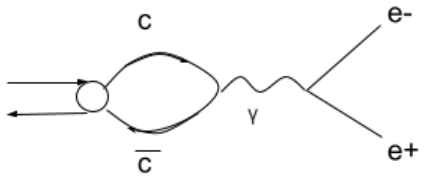


Рис. 12.5. Аннигиляцию кварка-антикварка

Дальше необходимо найти ширину распада:

$$\Gamma_{em} = \frac{16\pi Q_q^2 \alpha_{em}^2 \left(\frac{M}{2}\right)}{M^2} \times |\psi(0)|^2$$

Если происходит аннигиляция в 3 глюоны, то получаются адроны.

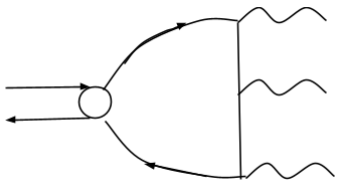


Рис. 12.6. Аннигиляция в 3 глюоны

$$\Gamma_s = \frac{160(\pi^2 - 9)\alpha_s^3 \left(\frac{M}{2}\right)}{81M^2} \times |\psi(0)|^2$$
$$\frac{\Gamma_s}{\Gamma_f} = \frac{10(\pi^2 - 9)}{81\pi} \frac{\alpha_s^3 \left(\frac{M}{2}\right)}{\alpha_{em}^2 \left(\frac{M}{2}\right)}$$

Поведение не абелевых калибровочных теорий при определенных условиях может выдавать теории с экранировочным и антиэкранировочным эффектом.

Пертурбативная квантовая хромодинамика

Пертурбативная квантовая хромодинамика дает возможность проводить анализ по теории возмущений эффектов, связанных с сильным взаимодействием в области больших переданных импульсов. Из пертурбативной квантовой хромодинамики выводится логарифмические нарушения скейлинга. Так как эффективность взаимодействия зависит от переданного импульса, то возникающие поправки тоже будут зависеть от переданного импульса. Это приведет к эволюции кварковых распределений. Скейлинг состоит в том, что структурные функции, через которые записываются кварковые распределения, зависят только от скейлинговой переменной x, которая отождествлялась в результате модели независимых протонов. Распределения записываются следующим образом:

$$q(x) \to q(x, Q^2)$$

$$G(x) \to G(x, Q^2)$$

Записываются уравнения, которые возникают для эволюции кварковых распределений:

$$Q^2 \frac{dq(x, Q^2)}{d(Q^2)} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int\limits_x^1 \frac{dy}{x} \left[P_{qq}\left(\frac{x}{y}\right) q(x, Q^2) + P_{qG}\left(\frac{x}{y}\right) G(x, Q^2) \right]$$

$$Q^2 \frac{dG(x, Q^2)}{dQ^2} = \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int\limits_x^1 \frac{dy}{y} \times \left[P_{Gq}\left(\frac{x}{y}\right) q(x, Q^2) + P_{GG}\left(\frac{x}{y}\right) G(x, Q^2) \right]$$

P_{ij} — функция расщепления.

$$M_A^n = \int\limits_0^1 dx\, x^{n-1} f_A(x)$$

Если воспользоваться выше написанными уравнениями, то можно получить уравнение для эволюции моментов распределений — уравнение Альтарелли – Паризи.

$$Q^2 \frac{dM_m^{(m)}}{d(Q^2)} = -\frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi} \gamma_n^{AB} M_B^{(m)}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

Свойства этого уравнения задаются значениями матрицы аномальных размерностей — γ_n^{AB}. Таким образом, получается независимое выражение:

$$Q^2 \frac{dM}{dQ^2} = -\frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi}\gamma M$$

$$d(\ln\ M) = -\gamma \frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi} d(\ln(Q^2))$$

$$M_q^{(n)}(Q^2) = \overline{M}_q^{(n)} + C\left[\ln(Q^2)\right]^{-\beta}$$

ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА
teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ

ФИЗИЧЕСКИЙ
ФАКУЛЬТЕТ
МГУ ИМЕНИ
М.В. ЛОМОНОСОВА

teach-in
ЛЕКЦИИ УЧЕНЫХ МГУ