Геологический факультет МГУ
Кафедра динамической геологии
Лаборатория тектонофизики и геотектоники

Тектонофизика

Курс лекций вед. научн. сотр., канд. геол.-минер. наук
Н.С. Фроловой.

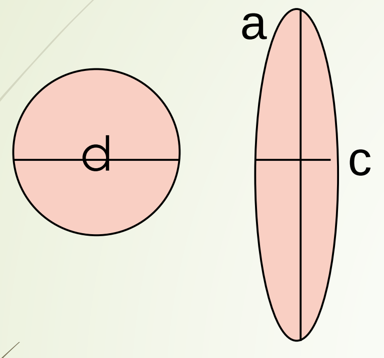
Лекция 2

Лекция 2

Деформация укорочения-удлинения (продолжение)

Деформация простого сдвига

Для решения задач, связанных с деформацией удлинения-укорочения, потребуются некоторые формулы

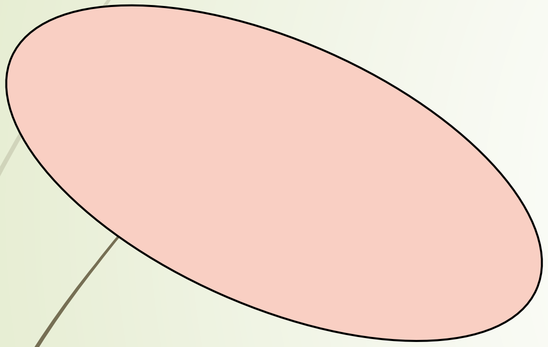


Коэффициент удлинения k_1 определяется как отношение длинного радиуса эллипса деформации к длине диаметра первоначального круга: $k = a/d$ (1). Коэффициент укорочения k_3 определяется как отношение короткого радиуса эллипса деформации к длине диаметра первоначального круга $k_3 = c/d$. При отсутствии нижнего индекса будем под k подразумевать коэффициент удлинения.

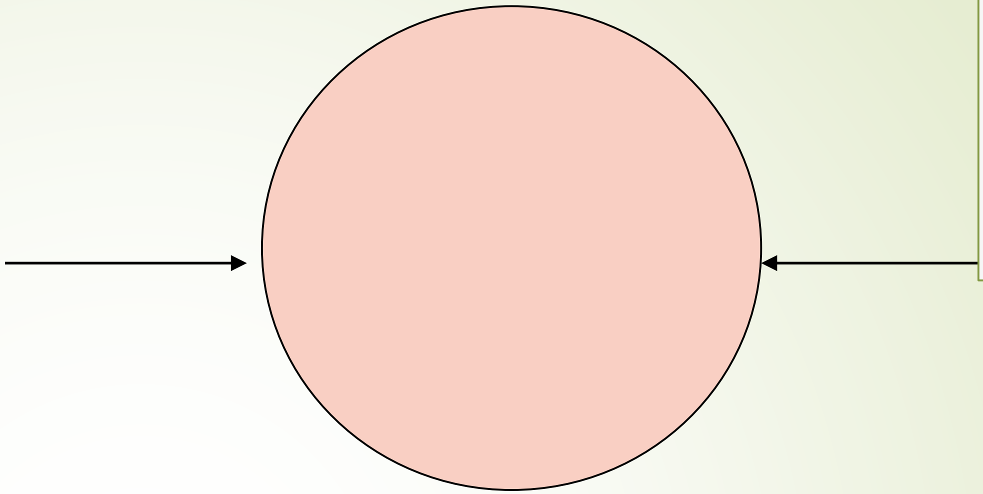
Если мы имеем эллипс деформации (например, деформированное включение, которое раньше было круглым), то легко определить первоначальный диаметр круга и коэффициент деформации. Для этого надо иметь ввиду, что площадь круга равна площади эллипса (мы рассматриваем случай, когда объем тел при деформации не меняется).
$1/4\pi d^2 = 1/4\pi ac$, отсюда $d = \sqrt{ac}$
Подставив в выражение $k = a/d$ предыдущую формулу, получим $k = \sqrt{a/c}$ (2).

Задача 5

Деформированный оолит в известняках имеет форму эллипса с длинной осью а=2,7 см и короткой осью с=1,8 см. Найти k

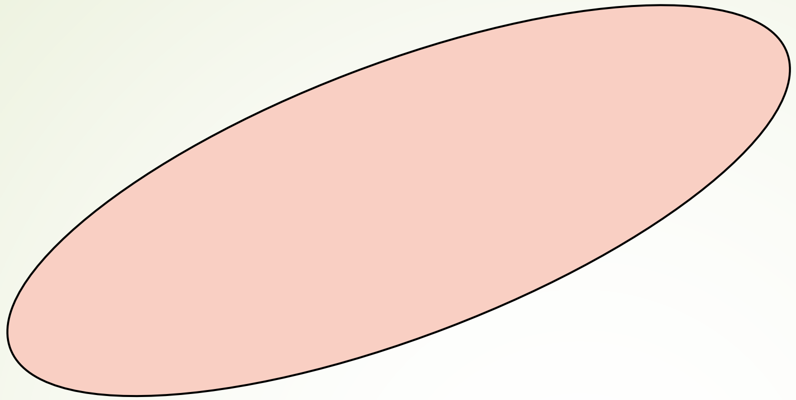


Задача 6



- Дано: круг, испытывающий прогрессивную деформацию укорочения-удлинения.
- Покажите секторы, в которых радиусы этого круга всегда будут испытывать лишь удлинение. Проиллюстрируйте это графически

Задача 7



Дан эллипс прогрессивной деформации удлинения-укорочения.

Показать секторы, в которых радиусы в ходе деформации удлинились и секторы, в которых радиусы в ходе деформации укоротились.

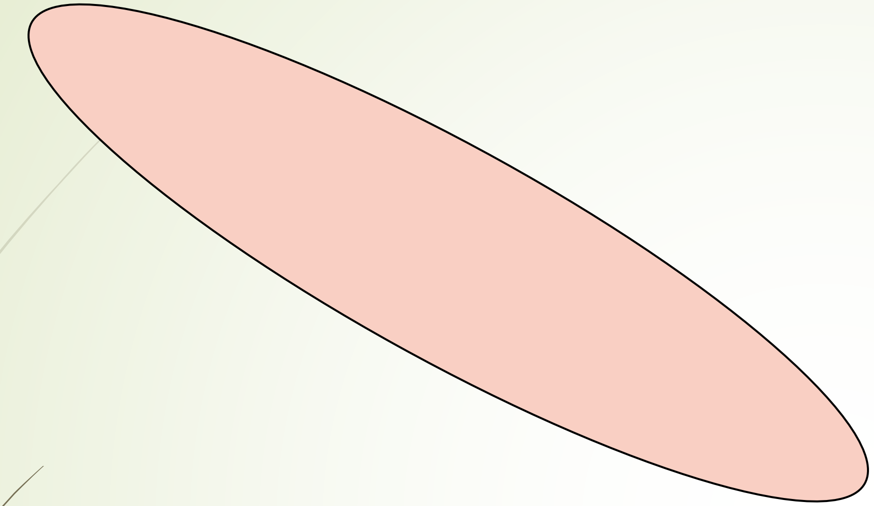
Деформация включений с вязкостью, отличающейся от вязкости матрикса

Ранее говорилось о деформации округлых включений, которые ничем не отличаются от окружающей среды, т.е. имеют такую же вязкость. Но в природе вязкость включений обычно отличается от вязкости среды, или матрикса. Абсолютного значения вязкости каких-либо объемов пород во время деформации мы знать не можем, поэтому говорят обычно об относительной вязкости η_i/η_m, где η_i – вязкость включения, а η_m– вязкость матрикса. Как известно, удлинение тел при деформации зависит от их вязкости. Если включение помещено в матрикс с другой вязкостью, то имеет место следующее соотношение:

$$\ln k_m / \ln k_i = \eta_i / \eta_m \quad (8),$$

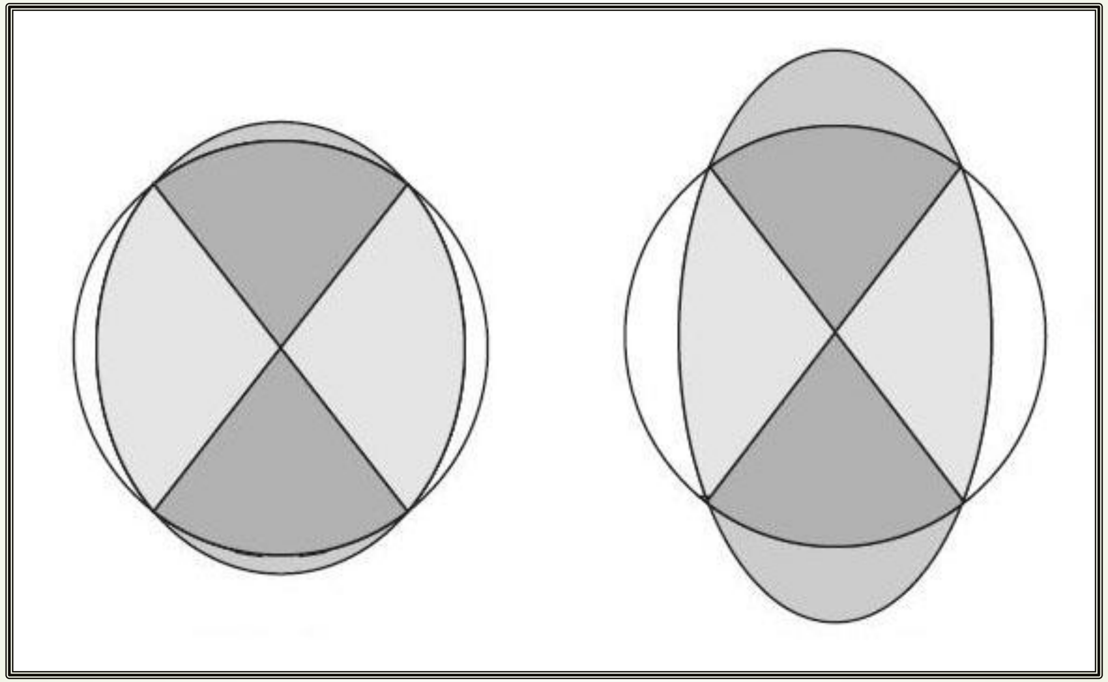
где $\ln k$ – это так называемое логарифмическое удлинение

Задача 8



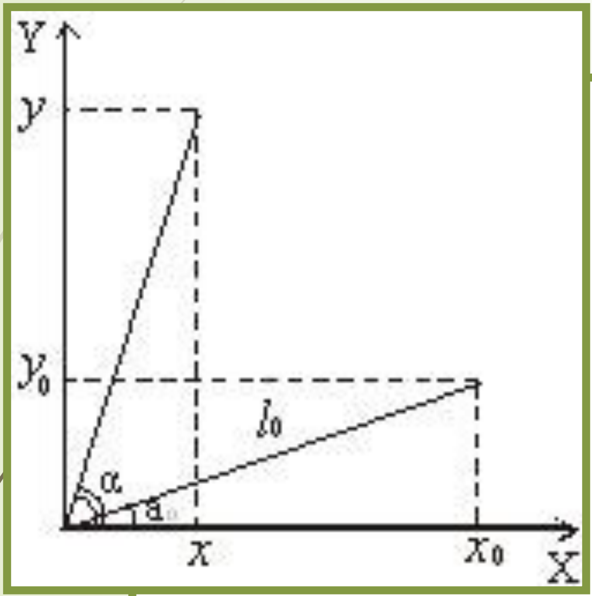
- Дано: эллипс деформации включения, вязкость которого в три раза меньше вязкости матрикса. Оси эллипса   a=10 см, c=2,5 см
- Построить эллипс деформации матрикса в том же масштабе.

При деформации укорочения-удлинения изменяются углы и длины отрезков



Вывод формул, позволяющих находить длины и углы отрезков, испытавших деформацию укорочения-удлинения.

На рисунке показан отрезок длиной l_0, располагающийся под углом α_0 к оси укорочения. Объем испытал плоскую деформацию, с коэффициентом деформации k.



Из рисунка видно, что $tg\,\alpha = \frac{y}{x}$; но $y = ky_0$, а $x = \frac{x_0}{k}$.

Следовательно, $tg\,\alpha = \frac{ky_0 k}{x_0}$. Учитывая, что $\frac{y_0}{x_0} = tg\,\alpha_0$, получим $tg\,\alpha = k^2 tg\,\alpha_0$ (3).

Эту же формулу, переписав ее в следующем виде: $k = \sqrt{\frac{tg\,\alpha}{tg\,\alpha_0}}$ (4), можно использовать для решения обратных задач.

Теперь найдем новую длину отрезка l.

$l = \frac{y}{\sin\alpha}$, но $y = ky_0$, в свою очередь, $y_0 = l_0 \sin\alpha_0$.

После подстановки получаем $l = kl_0 \frac{\sin\alpha_0}{\sin\alpha}$ (5).

В случае, если нам неизвестно k, можно вместо него в формулу (5) подставить его значение из формулы (4). Выразим также $tg\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$, $tg\,\alpha_0 = \frac{\sin\alpha_0}{\cos\alpha_0}$. Тогда $k = \sqrt{\frac{\sin\alpha\,\cos\alpha_0}{\cos\alpha\,\sin\alpha_0}}$. Подставляя полученное выражение в формулу (5), получим

$l = l_0\sqrt{\frac{\sin\alpha\,\cos\alpha_0\,\sin^2\alpha_0}{\cos\alpha\,\sin\alpha_0\,\sin^2\alpha}} = l_0\sqrt{\frac{\sin\alpha_0\,\cos\alpha_0}{\sin\alpha\,\cos\alpha}}$. Учитывая, что $\sin\alpha_0\cos\alpha_0 = 1/2\sin 2\alpha_0$,

а $\sin\alpha\,\cos\alpha = 1/2\sin 2\alpha$, получим следующее выражение: $l = l_0\sqrt{\frac{\sin 2\alpha_0}{\sin 2\alpha}}$ (6).

Задача 9

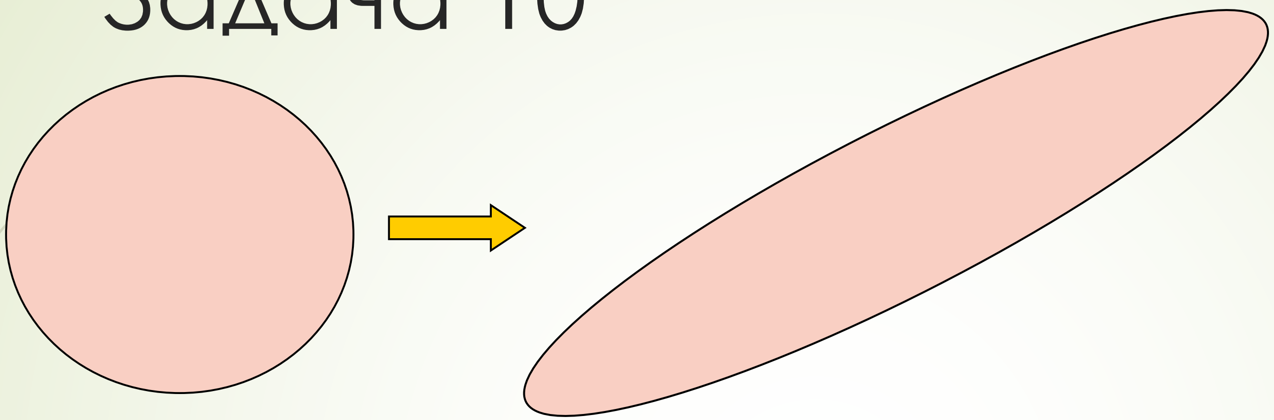
- Фрагмент слоя, наклоненный под углом 45° к горизонту, и имеющий длину 4 м, испытал деформацию укорочения-удлинения с горизонтальной осью сжатия. к=2.
- Найти его длину и угол наклона после деформации

Решение: *воспользуемся формулой (3),а затем формулой (5)*

Решите эту задачу также графически

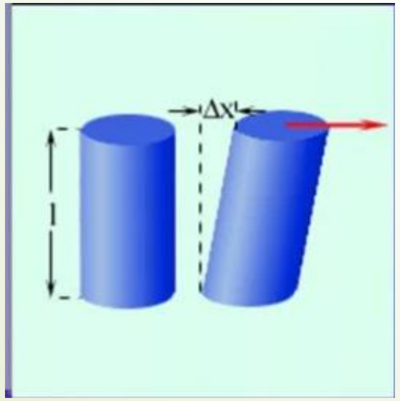
(в масштабе 1:100)

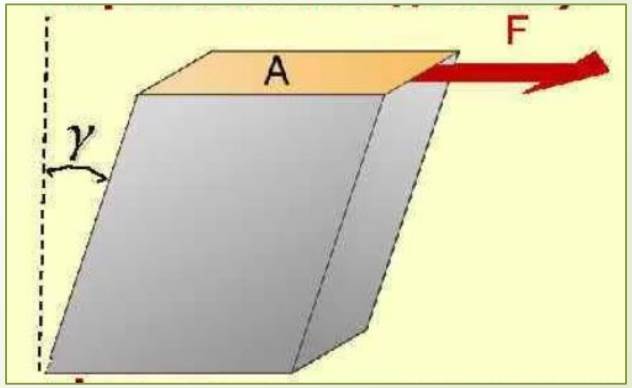
Задача 10



- <u>Дано:</u> круг, который в результате деформации укорочения-удлинения с *k*=2,5 превратился в эллипс.
- <u>Найти:</u> радиус, который в результате деформации не изменил длину. Под каким углом он первоначально располагался? Оставалась ли его длина все время неизменной?

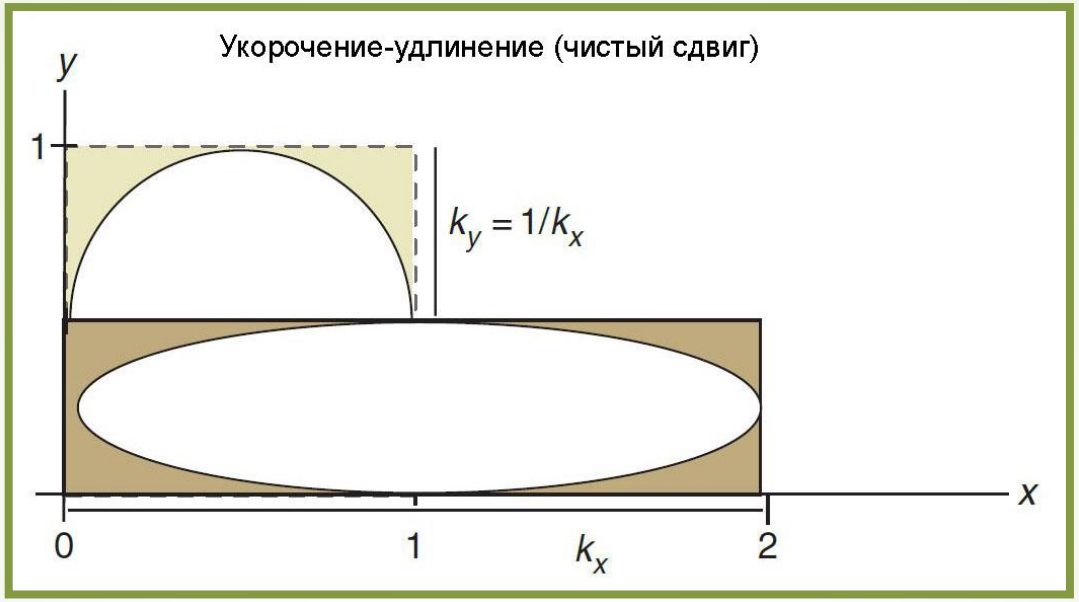
Деформация простого сдвига





Повторим

Деформация чистого сдвига

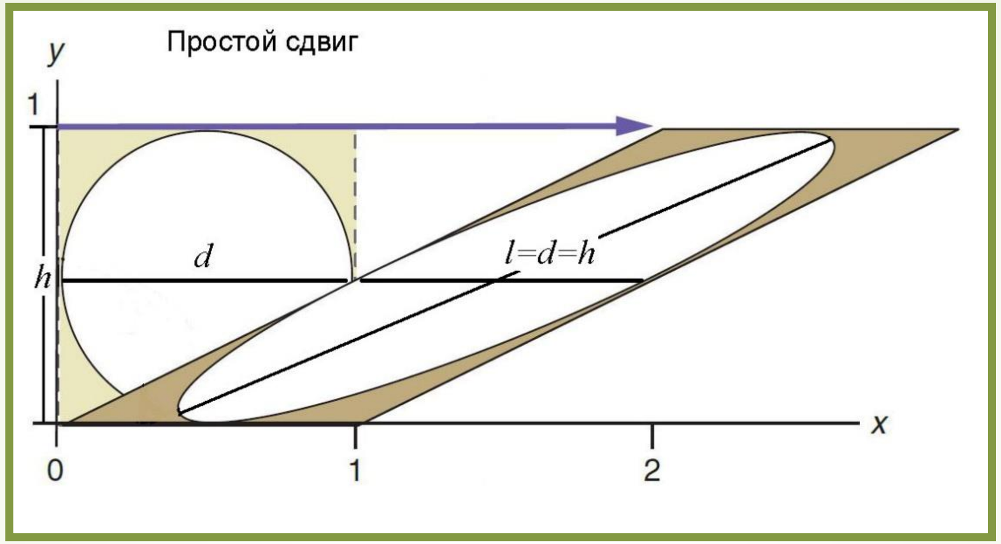


(Рис.из Fossen, 2010)

Квадрат превращается в прямоугольник

Удлинение: *процентная мера* $\varepsilon = l - l_0 / l_0$ (обычно приводится в процентах)
кратная мера $k = l / l_0$ (в литературе также часто обозначается как λ),
(*k* – это максимальное удлинение, совпадающее по ориентировке с длинной осью эллипса деформации).
Часто употребляются: *логарифмическое удлинение* $\ln k$ и *квадратичное удлинение* $k^2 = R = a/c$

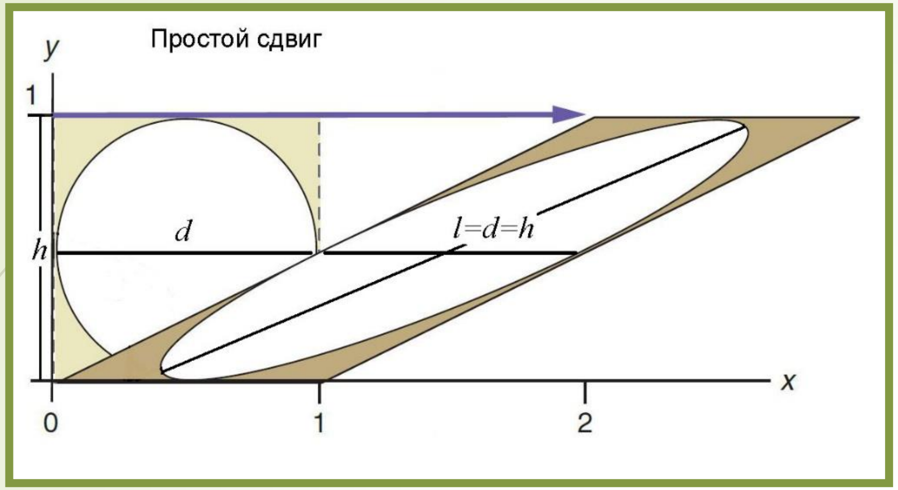
Деформация простого сдвига



(Рис. из Fossen, 2010)

Квадрат превращается в параллелограмм.

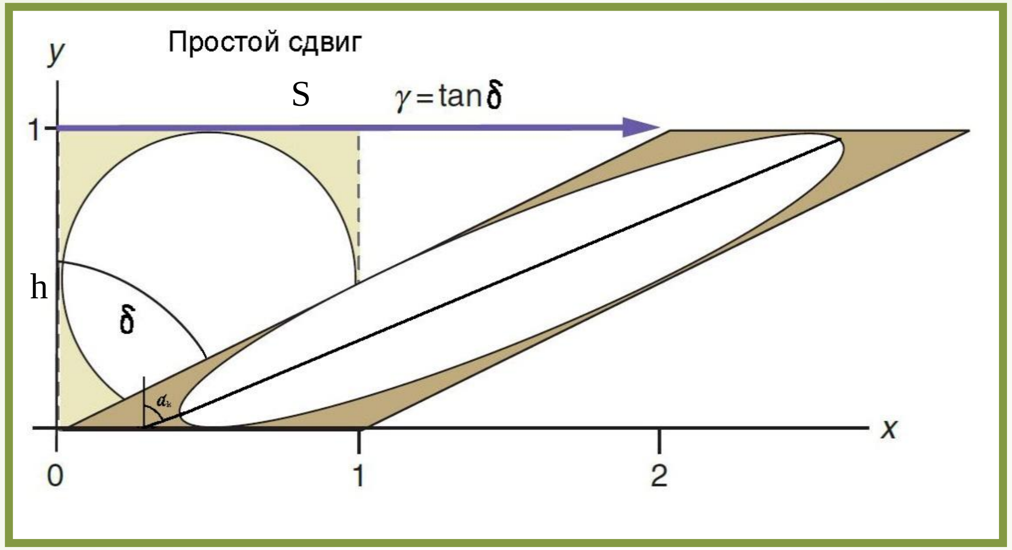
Основание этого параллелограмма и его высота остаются равными сторонам первичного квадрата. Длинная ось эллипса деформации не совпадает с длинной диагональю параллелограмма.



По определению, все точки тела, испытывающего деформацию простого сдвига, движутся параллельно одной прямой, или направлению сдвига, и проходят путь, прямо пропорциональный расстоянию от этой прямой.

Из определения простого сдвига следует, что в теле, испытывающем деформацию такого сдвига, существуют инвариантные линии.
Это все линии, параллельные направлению сдвига. Их длина в процессе деформации не меняется, а **все точки, лежащие на этих линиях, в процессе деформации проходят один и тот же путь**. Из этого можно сделать также вывод, что максимальный диаметр эллипса деформации, параллельный направлению сдвига, равен диаметру первоначальной окружности и высоте параллелограмма.

Как численно охарактеризовать деформацию простого сдвига



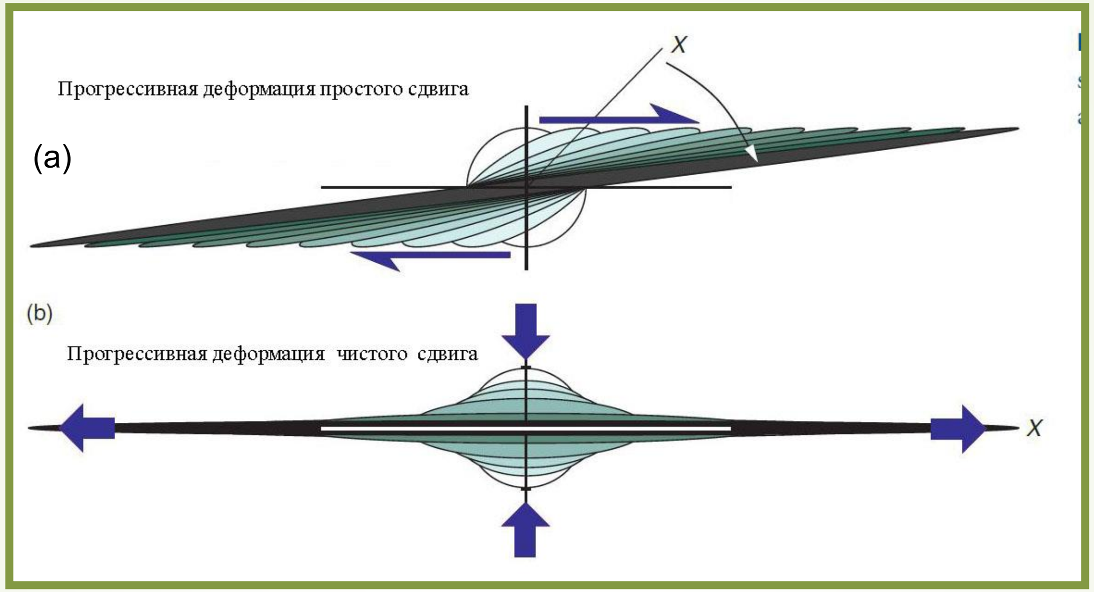
1. *Угол сдвига* δ (мера деформации прямого угла). Угол отсчитывается от перпендикуляра к направлению сдвига. Другими словами, это разница между первоначальным прямым углом и острым углом параллелограмма, после деформации.

2. *Величина сдвига* $\gamma = S/h = tg\delta$

3. *Коэффициент деформации* $k = a/d$

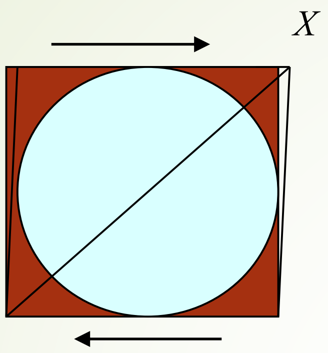
4. *Угол наклона длинной оси эллипса деформации* α_k Угол отсчитывается от перпендикуляра к направлению сдвига.

Эволюция стрейна при прогрессивной деформации простого и чистого сдвига



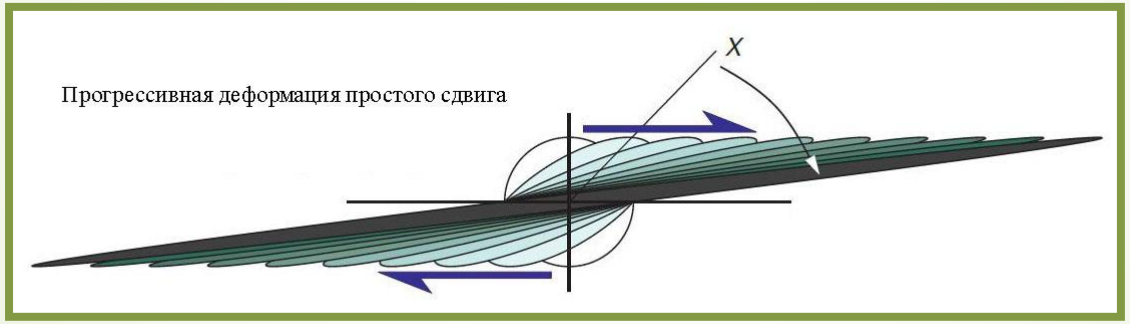
(Fossen, 2010)

Деформация простого сдвига, в отличие от чистого, является *несоосной*.
Здесь оси напряжений не совпадают по ориентировке с осями прогрессивной деформации.
Оси напряжений в процессе деформации не меняют своей ориентировки,
а оси деформации (здесь – оси эллипса деформации) все время поворачиваются.



Ось эллипса **малых приращений** деформации простого сдвига (X) ориентирована под углом 45^o к направлению сдвига *(а это, как будет показано ниже, есть ориентировка оси напряжений).*

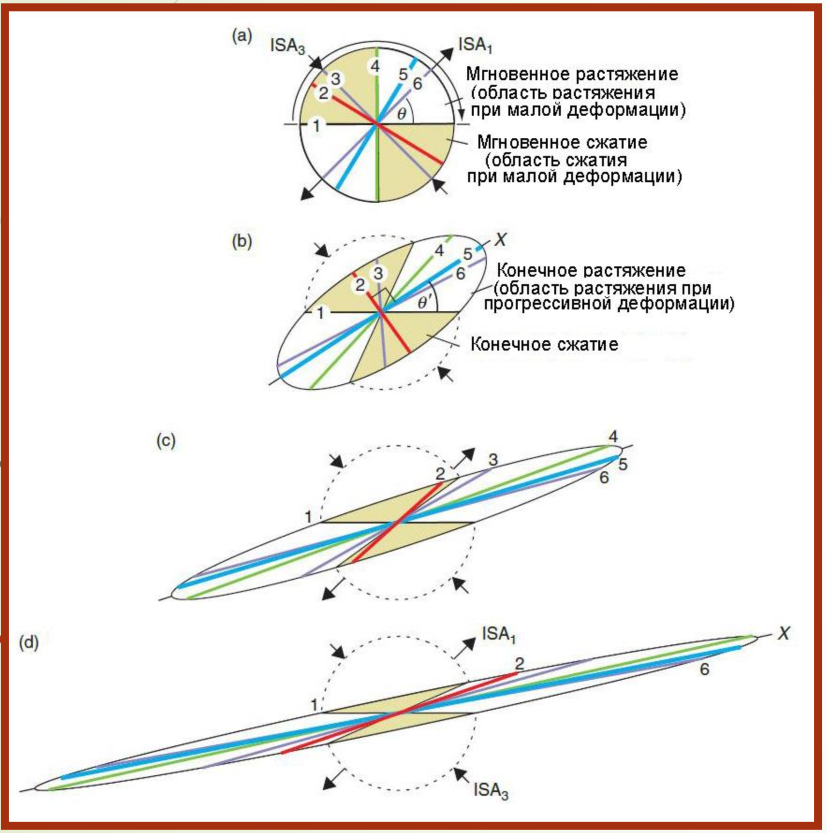
При конечной (большой) деформации ось эллипса деформаций поворачивается и в пределе стремится к плоскости сдвига



(Рис. из Fossen, 2010)

Деформация простого сдвига, которой подвергается круг и три пары ортогональных отрезков (1-6)

Стрелки* позволяют увидеть вращение отрезков
(*это постоянная ориентировка осей напряжений)

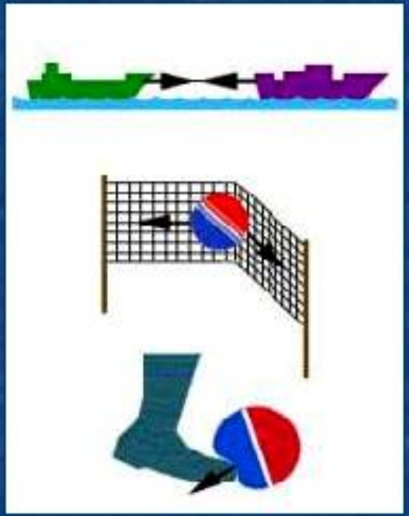


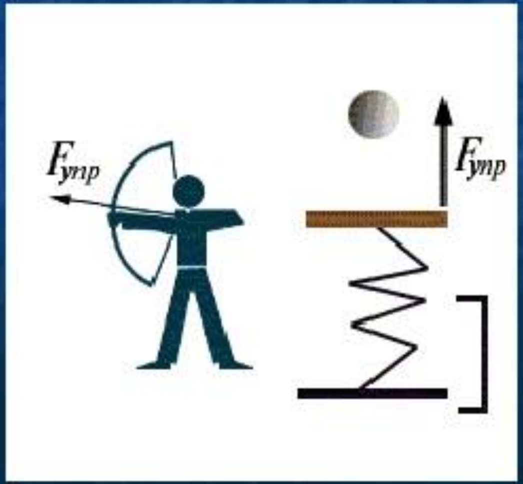
(Fossen, 2010)

В отличие от чистого сдвига, в котором длинная и короткая оси эллипса деформации все время представляют собой одни и те же материальные волокна и лишь меняют свою длину, при простом сдвиге это разные волокна. Иными словами, контур эллипса, представляющий собой геометрическое место материальных точек первоначального круга, в процессе деформации уподобляется гусенице трактора.

При простом сдвиге происходит сочетание собственно деформации и «внешнего» вращения.

При чистом сдвиге происходит лишь «внутреннее» вращение.





Интернет-ресурс