Характеристики микрообъектов

Темы лекции

1. Характеристики микрообъектов.
2. Законы сохранения
   и фундаментальные симметрии.
   Квантовые числа.
3. Свободные и связанные микрочастицы.
4. Пространственная инверсия.
   Квантовое число «*чётность*».
5. Тождественность частиц. Квантовая статистика.
   Фермионы и *бозоны*.

Приложение
Магнитный момент частицы

Под микрообъектом будем понимать элементарную частицу или систему связанных частиц (таких как атом или ядро атома).
Ограничимся пока следующим определением:
«*Элементарной частицей называют такие частицы, которые не удается расщепить на составные части*».
Будем избегать употребления слова «*элементарная*». Примеры частиц – электрон e, протон p, нейтрон n, кварк q, нейтрино ν, фотон γ, глюон g.
Каждая частица обладает набором характеристик: массой m, электрическим зарядом Q, собственным угловым моментом (спином) s, средним временем жизни τ и некоторыми другими.
Как устроена частица и почему наделена этими характеристиками, мы либо ничего не знаем, либо знаем очень мало.

Все индивидуальные характеристики частицы спрячем в некотором множителе φ, который назовём ***внутренней*** (***собственной***) ***волновой функцией частицы***.

Если частица не имеет видимых размеров и, возможно, внутреннего строения, то мы воспринимаем её как материальную точку. При этом в φ «спрятаны» такие неизменные характеристики частицы как её масса m, электрический заряд q, спин $\vec{s}$, а также проекция s_z этого спина на выделенную ось (ось z) и некоторые другие.

Если частица в момент времени t имеет координаты $\vec{r}$, то её волновая функция может быть записана в виде

$$\Phi = \varphi \cdot \Psi(\vec{r}, t),$$

где $\Psi(\vec{r}, t)$ – волновая функция, описывающая движение частицы как бесструктурного точечного объекта в пространстве по некоторой траектории (или орбите).

Для свободной частицы с энергией E (импульсом $\vec{p}$) это плоская монохроматическая волна

$$\Psi(\vec{r}, t) = Ae^{\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\vec{r} - Et)}.$$

В дальнейшем будем полагать $A = 1$.

Будем говорить о стационарном состоянии – состоянии с фиксированной (неизменной) энергией. Это состояние с определенной частотой колебаний ω, так как $E = \hbar\omega$.

Т. е. это состояние монохроматической волны. Простейший пример – свободная частица:

$$\Psi(\vec{r},t) = e^{\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\vec{r}-Et)} = e^{\frac{i}{\hbar}\vec{p}\vec{r}} \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}Et} = \psi(\vec{r}) \cdot \phi(t).$$

Аналогично, волновую функцию стационарного состояния A частиц (например, атома, атомного ядра) можно представить в виде:

$$\Psi(\vec{r},t) = \psi(\vec{r}) \cdot e^{-\frac{i}{\hbar}Et},$$

где $\vec{r} = \vec{r}_1, \vec{r}_2, \vec{r}_3, \dots, \vec{r}_A.$

Подставим волновую функцию стационарного состояния

$$\Psi(\vec{r},t)=\psi(\vec{r})\cdot e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$$

в уравнение Шредингера

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}=\widehat{H}\Psi.$$

Временнòй (экспоненциальный) множитель сократится и получаем:

$$\boxed{\widehat{H}\psi(\vec{r})=E\psi(\vec{r})}$$

Это уравнение носит название «*стационарного уравнения Шредингера*».

Из этого уравнения видно, что свойства микрообъекта в стационарном состоянии (её энергия и пространственная волновая функция) определяются гамильтонианом $\widehat{H}$ – оператором полной энергии.

Гамильтониан $\hat{H}$ стационарной микросистемы не зависит от времени.

Для одной частицы он имеет вид

$$\hat{H} = \hat{T} + U(\vec{r}),$$

где $\hat{T}$ – оператор кинетической энергии частицы, а $U(\vec{r})$ – её потенциальная энергия.

Для системы частиц с фиксированной энергией (например, атомного ядра) *стационарное уравнение Шредингера* имеет вид:

$$\boxed{\hat{H}\psi(\vec{r}_1,\vec{r}_2,\dots,\vec{r}_A) = E\psi(\vec{r}_1,\vec{r}_2,\dots,\vec{r}_A),}$$

Причём гамильтониан системы нерелятивистских частиц (например, ядра) может быть записан в виде

$$\hat{H} = \sum_{\alpha=1}^{A} \hat{T}_\alpha + \sum_{\alpha}^{A} \sum_{\alpha<\beta}^{A} V_{\alpha\beta}$$

где индексы α и β нумеруют частицы (например, нуклоны), а $V_{\alpha\beta}$ – энергия взаимодействия частиц α и β.

Какими характеристиками описывается пространственно-временнòе состояние микрообъекта (отдельной микрочастицы или системы частиц)?

Это зависит от симметрий, которыми наделён микрообъект.

***Определение*:**

Если состояние системы не меняется в результате какого-либо преобразования, то говорят, что система симметрична (инвариантна) относительно данного преобразования, а само такое преобразование называется *преобразованием* (или *операцией*) *симметрии*.

Хорошо известны следующие
три пространственно-временные симметрии
и вытекающие из них законы сохранения:
Инвариантность законов природы
(*гамильтониана системы* $\hat{H}$) *относительно:*

1. **Сдвига во времени (*однородность времени*) приводит к *закону сохранения энергии*.**

2. **Пространственных сдвигов (*однородность пространства*) приводит к *закону сохранения импульса*.**

3. **Пространственных поворотов (*изотропность пространства*) приводит к *закону сохранения углового момента*.**

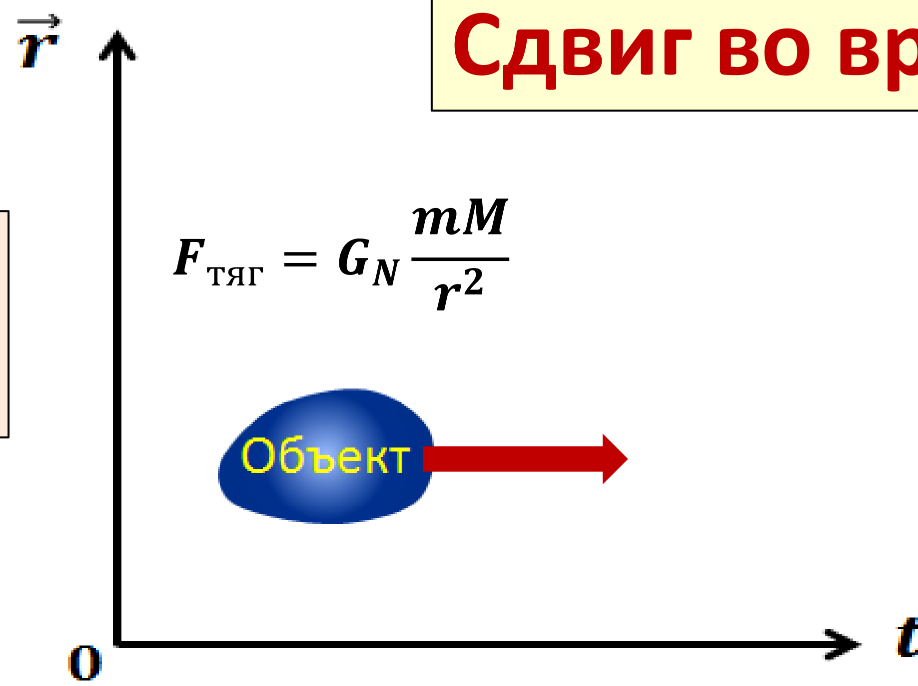
Сохраняющимся величинам в микромире отвечают квантовые числа.

Какие физические величины, помимо энергии, сохраняются в состояниях микрообъектов?
Этот набор определяется *симметрией* объекта (*симметрией* его гамильтониана).
А именно, – неизменность (инвариантность) гамильтониана $\hat{H}$ относительно определённого преобразования (*операции симметрии*) приводит к сохранению некоторой физической величины, а значит и к соответствующему *квантовому числу*.

Таким образом, нахождение сохраняющейся физической величины (*квантового числа*) сводится к нахождению таких преобразований (*операций симметрии*), при которых система (гамильтониан $\hat{H}$) не меняется

Анимация на Лекции

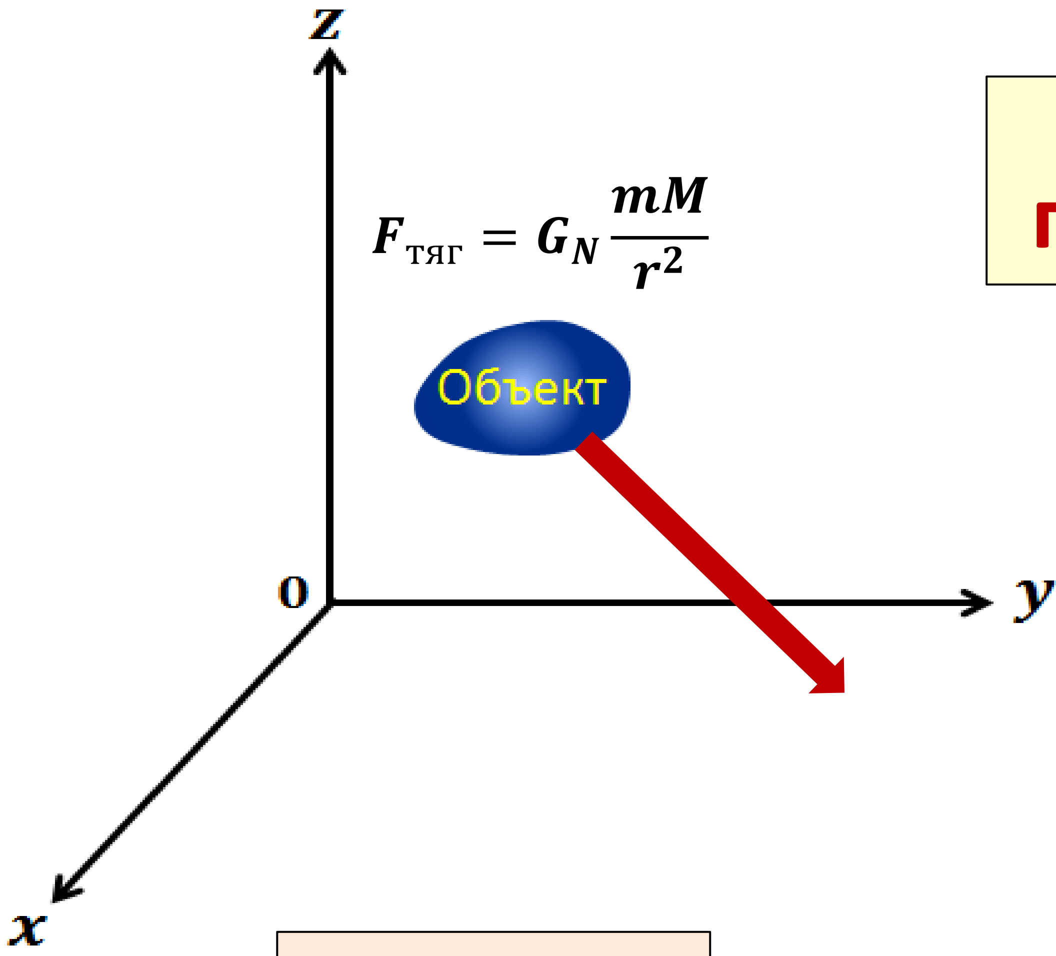
Сдвиг во времени



$$F_{\text{тяг}} = G_N \frac{mM}{r^2}$$

Однородность времени

Закон сохранения энергии



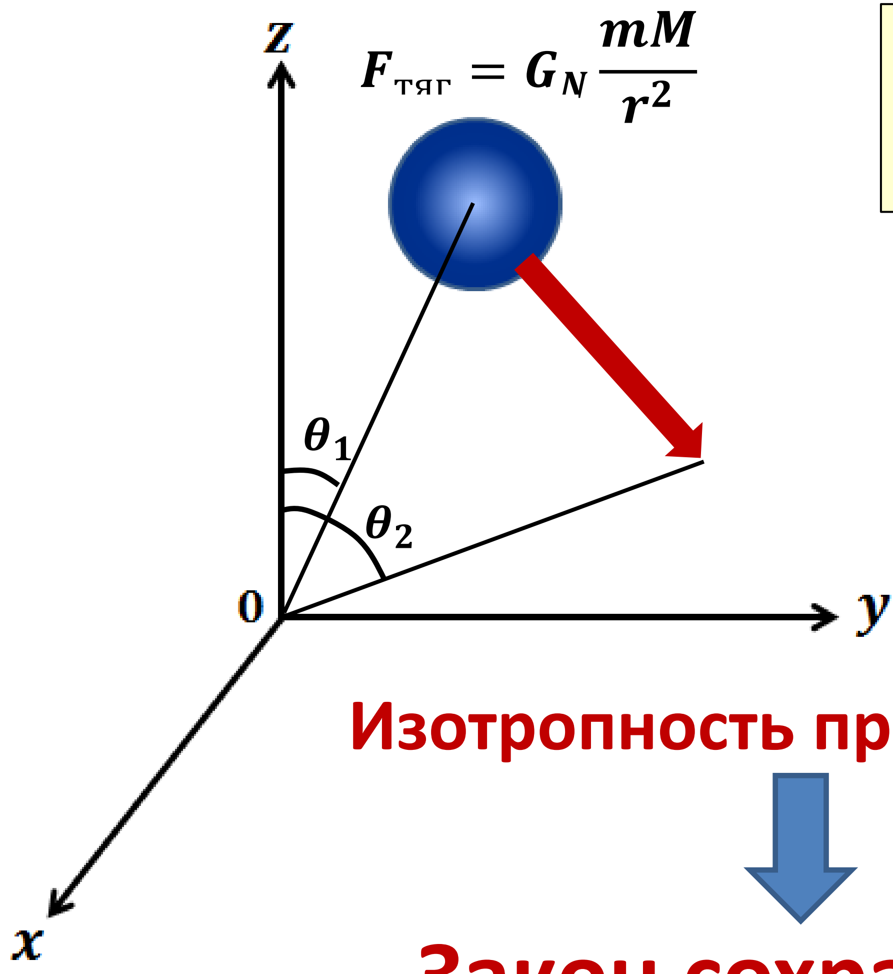
Сдвиг в пространстве

Однородность пространства

⇓

Закон сохранения импульса

Анимация на Лекции



Поворот в пространстве

Анимация на Лекции

Изотропность пространства

⇓

Закон сохранения углового момента

В 1918 г. Эмми Нётер (Германия) сформулировала теорему о соответствии каждого закона сохранения своему виду симметрии (теорему Нётер)

Amalie Emmy Noether

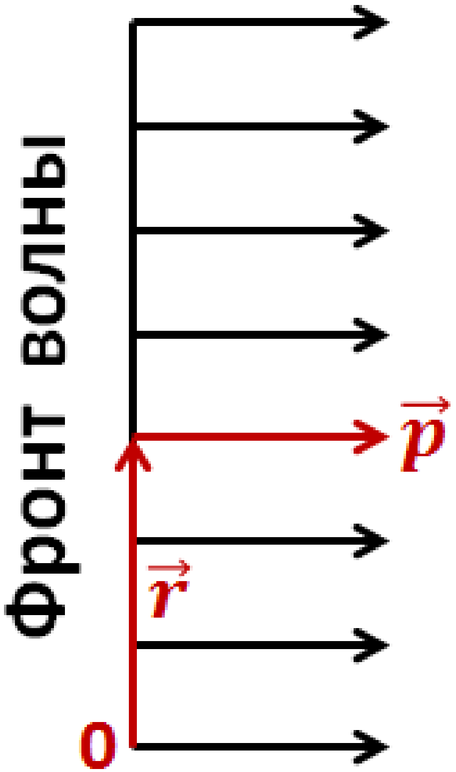
(1882 - 1935)

В 1928 - 1929 гг. читала лекции в МГУ

Свободный стабильный микрообъект характеризуется определённой энергией E , импульсом $\vec{p}$ и внутренним угловым моментом (спином) s , включая проекцию этого спина s_z на произвольное направление (например, ось z). Но такой объект не обладает определенным угловым моментом l , связанным с пространственным перемещением (*орбитальным угловым моментом*) и, соответственно, не обладает и определенным полным угловым моментом $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$.

Пояснение к утверждению:

Свободный микрообъект (плоская монохроматическая волна) не обладает определенным угловым моментом l, связанным с пространственным перемещением (орбитальным угловым моментом)



$$\vec{l} = [\vec{r} \times \vec{p}]$$

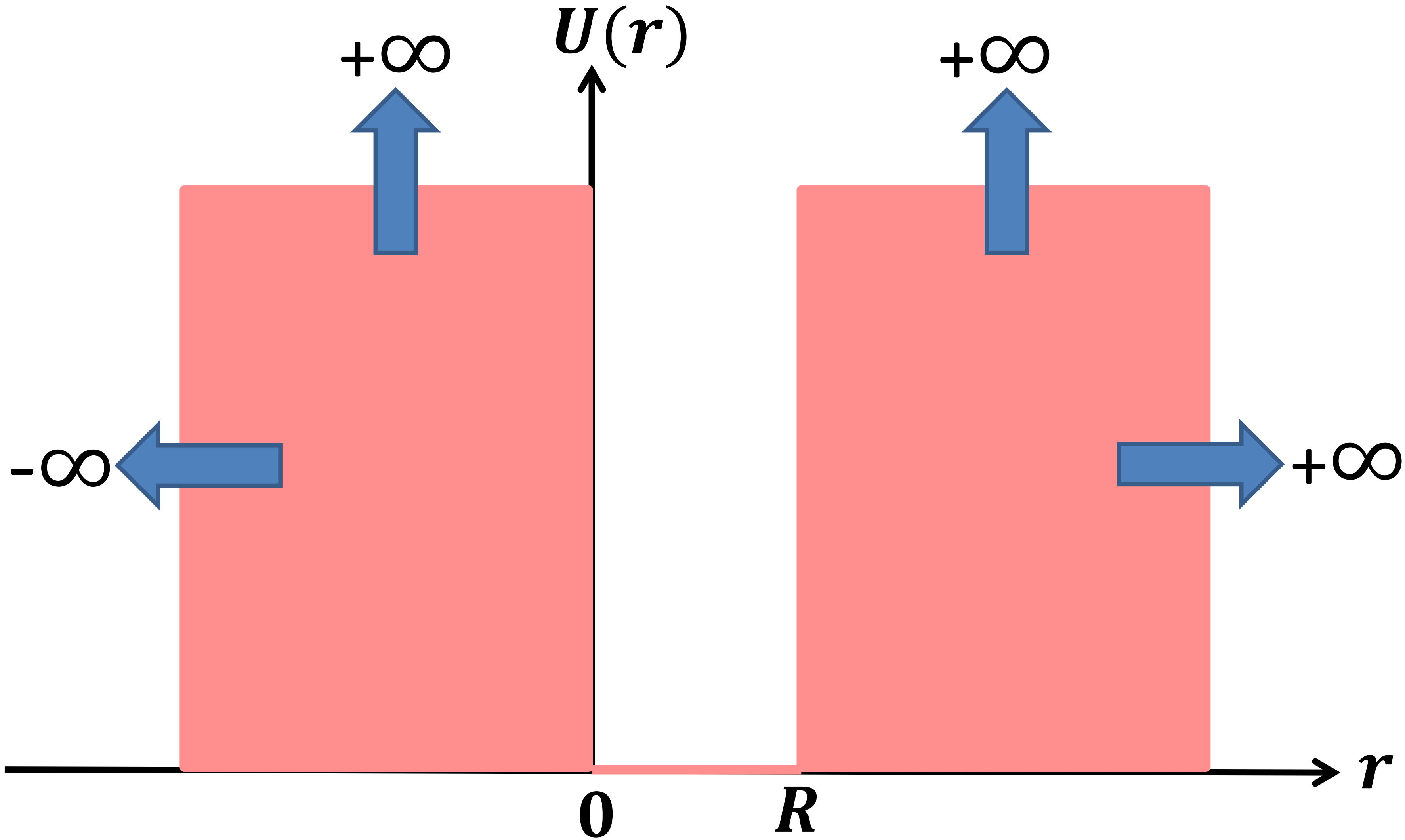
Орбитальный момент l плоской монохроматической волны «пробегает» все возможные значения:

$$l = 0, 1, 2, \ldots, \infty.$$

Определённым орбитальным
и полным угловыми моментами
обладают микрочастицы
в связанном состоянии,
т. е. частицы,
пространственное движение которых
ограничено сферически симметричной
потенциальной ямой,
в которой они находятся.
Примеры: ***электроны атома***
в кулоновской потенциальной яме,
созданной положительно заряженным ядром,
или нуклоны ядра в потенциальной яме,
***созданной межнуклонными ядерными силами*.**

Пример 1: **Сферически симметричная прямоугольная потенциальная яма бесконечной глубины (непроницаемая сфера):**

$$U(r) = \begin{cases} 0, & 0 < r < R \\ \infty, & 0 \geq r \geq R \end{cases}$$



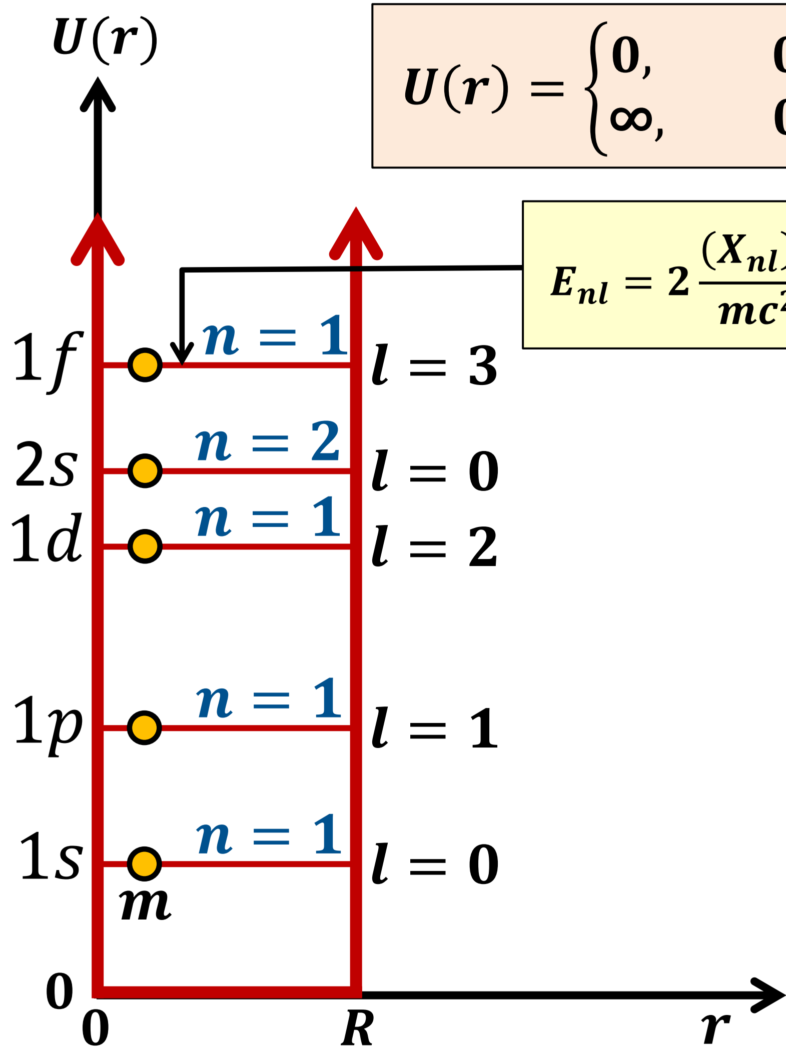
Пример 1 (продолжение):

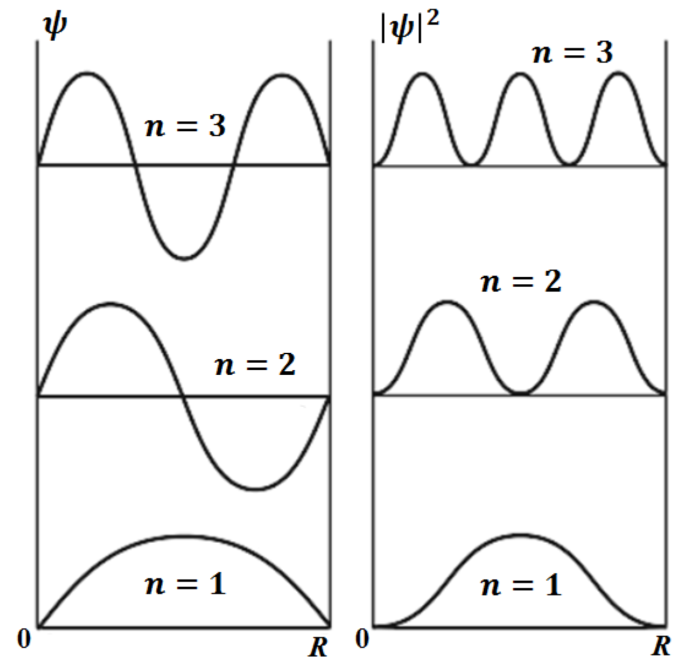
Сферически симметричная прямоугольная потенциальная яма бесконечной глубины (непроницаемая сфера)

$$U(r) = \begin{cases} 0, & 0 < r < R \\ \infty, & 0 \geq r \geq R \end{cases}$$

$$E_{nl} = 2\frac{(X_{nl})^2}{mc^2}\left(\frac{\hbar c}{R}\right)^2$$

	nl	X_{nl}
$l=0$	$1s$	$3,142$
$l=1$	$1p$	$4,493$
$l=2$	$1d$	$5,763$
$l=0$	$2s$	$6,283$
$l=3$	$1f$	$6,988$
$l=1$	$2p$	$7,725$





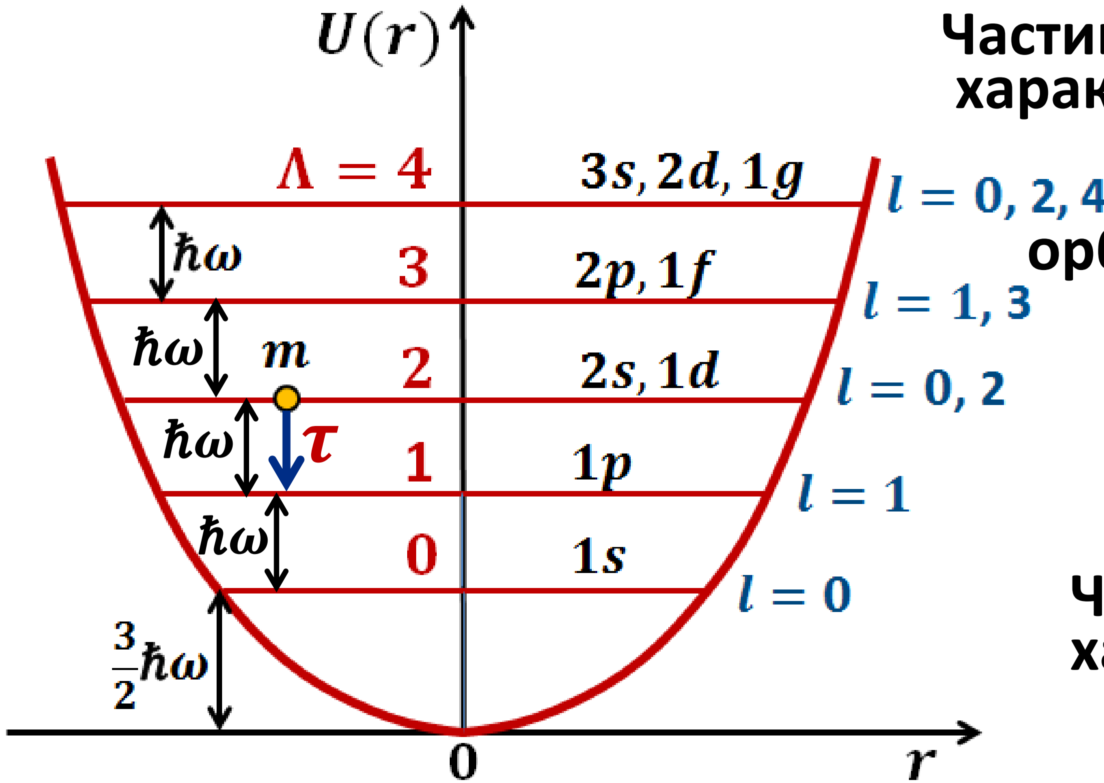
Пример 2: Сферически симметричная параболическая потенциальная яма (гармонический осциллятор)

$$U(r) = \frac{m\omega^2 r^2}{2}$$

$$\boxed{E_{nl} = \hbar\omega\left(2n + l + \frac{3}{2}\right)}$$

$n, l = 0, 1, 2, \ldots$

$\Lambda = 2n + l$



Частица в потенциальной яме характеризуется дискретным набором энергий, определённым орбитальным моментом l, а при наличии у неё спина, – также и полным угловым моментом $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$.

Частица на уровне также характеризуется средним временем жизни τ (временем перехода на низколежащий уровень).

Симметрия к пространственной инверсии. Квантовое число «Чётность» (Parity)

Инвариантность микрообъекта
(его гамильтониана $\hat{H}$)
к пространственному отражению
– инверсии $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$
(замены знака всех координат)
приводит к закону сохранения чётности
и ещё одному квантовому числу – *чётности*.

Симметрией к пространственной инверсии обладают гамильтонианы атома и атомного ядра.

Они не меняются при замене $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$

Гамильтониан атома:

$$\hat{\boldsymbol{H}}_{\text{атом}} = \underbrace{\sum_{i=1}^{Z} \hat{\boldsymbol{T}}_i}_{\substack{\text{Оператор}\\ \text{кинетической}\\ \text{энергии}\\ \text{электронов}}} - \underbrace{\sum_{i=1}^{Z} \frac{Ze^2}{|\vec{r}_i|}}_{\substack{\text{Энергия}\\ \text{кулоновского}\\ \text{притяжения}\\ \text{электронов}\\ \text{ядром}}} + \underbrace{\sum_{i}^{Z}\sum_{i<j}^{Z} \frac{e^2}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|}}_{\substack{\text{Энергия}\\ \text{взаимного}\\ \text{кулоновского}\\ \text{отталкивания}\\ \text{электронов}}}$$

$$\boxed{\hat{T}_i = \frac{\left(\hat{\vec{p}}_i\right)^2}{2m_e}}$$

Гамильтониан атомного ядра:

$$\hat{\boldsymbol{H}}_{\text{ядро}} = \underbrace{\sum_{\alpha=1}^{A} \hat{\boldsymbol{T}}_\alpha}_{\substack{\text{Оператор}\\ \text{кинетической}\\ \text{энергии нуклонов}}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{Z}\sum_{i<k}^{Z} \frac{Ze^2}{|\vec{r}_i - \vec{r}_k|}}_{\substack{\text{Энергия}\\ \text{кулоновского}\\ \text{отталкивания}\\ \text{протонов}}} + \underbrace{\sum_{\alpha}^{A}\sum_{\alpha<\beta}^{A} V\left(|\vec{r}_\alpha - \vec{r}_\beta|\right)}_{\substack{\text{Энергия ядерного}\\ \text{взаимодействия}\\ \text{нуклонов}}}$$

$$\boxed{\hat{T}_\alpha = \left(\hat{\vec{p}}_\alpha\right)^2 / 2m_N}$$

Выражения для оператора импульса:

$$\hat{p}_x = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x},\ \hat{p}_y = -i\hbar\frac{\partial}{\partial y},\ \hat{p}_z = -i\hbar\frac{\partial}{\partial z};$$

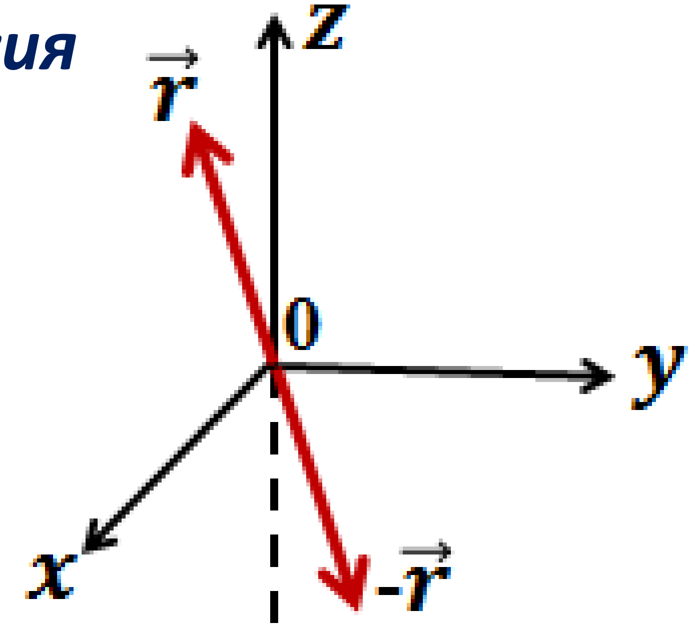
$$\hat{\vec{p}}^2 = -\hbar^2\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right).$$

Гамильтонианы атома и атомного ядра не меняются при замене $\vec{r} \to -\vec{r}$

Действие оператора пространственной инверсии $\hat{P}$ на волновую функцию системы $\psi(\vec{r})$, где $\vec{r} = \vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_A$, сводится к следующему:

$$\hat{P}\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r}).$$

Пространственная инверсия связывает диаметрально противоположные точки системы



Как найти квантовое число «*чётность*»?

Величина $|\psi(\vec{r})|^2$ это плотность вероятности найти систему в точке $\vec{r}$
и все наблюдаемые физические свойства системы определяются этой величиной.
Поэтому инвариантность (нечувствительность) системы к преобразованию $\vec{r} \to -\vec{r}$ сводится к условию

$$|\psi(\vec{r})|^2 = |\psi(-\vec{r})|^2.$$

Отсюда получаем два варианта:

$\psi(-\vec{r}) = \psi(\vec{r})$ – чётные функции (состояния) и

$\psi(-\vec{r}) = -\psi(\vec{r})$ – нечётные функции (состояния).

Или, объединяя оба варианта,

$$\boxed{\hat{P}\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r}) = p\psi(\vec{r}) = \begin{cases} \psi(\vec{r}), & p = +1, \\ -\psi(\vec{r}), & p = -1. \end{cases}}$$

$p = \pm 1$ и есть квантовое число «чётность»

Уравнения на собственные значения любой физической величины в квантовой механике

Уравнение на собственные значения чётности:

$$\boxed{\hat{P}\psi(\vec{r}) = p\psi(\vec{r})}$$

Уравнение на собственные значения энергии:

$$\boxed{\hat{H}\psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r})}$$

Уравнение на собственные значения любого квантового оператора:

$$\boxed{\hat{A}\psi(\vec{r}) = a\psi(\vec{r})}$$

Орбитальная, внутренняя и полная чётность

Волновая функция $\psi(\vec{r})$ описывает положение точечной (бесструктурной) частицы или системы точечных частиц в пространстве. Это положение определяется состоянием, в котором находится частица, например, той квантовой орбитой, которую она занимает. Рассмотренная выше чётность p характеризует реакцию функции $\psi(\vec{r})$ на операцию инверсии $\vec{r} \to -\vec{r}$ и поэтому называется *орбитальной чётностью*.

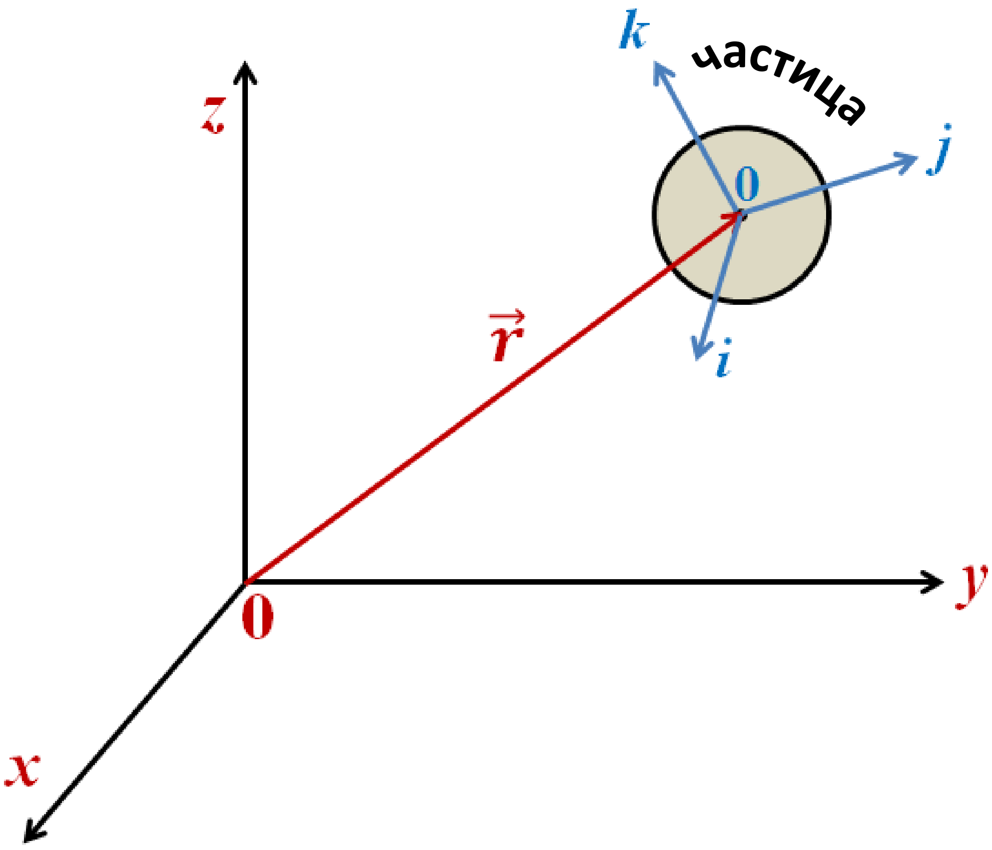
Но, частица обладает и внутренними характеристиками (степенями свободы), такими, например, как внутренние (собственные) координаты $\vec{\rho}$, не связанные с её координатами в пространстве $\vec{r}$, в котором она перемещается как целое. Внутреннее состояние частицы задаётся отдельной волновой функцией $\varphi(\vec{\rho})$ и полная волновая функция частицы Ψ есть произведение $\varphi(\vec{\rho})$ и $\psi(\vec{r})$:

$$\Psi = \varphi(\vec{\rho}) \cdot \psi(\vec{r}).$$

При операции замены знака всех координат (включая внутренние) инверсию испытывает как $\psi(\vec{r})$, так и $\varphi(\vec{\rho})$:

$$\hat{P}\Psi = \hat{P}\varphi(\vec{\rho}) \cdot \hat{P}\psi(\vec{r}).$$

Внешние $\vec{r}(x, y, z)$ и внутренние $\vec{\rho}(i, j, k)$ координаты частицы:

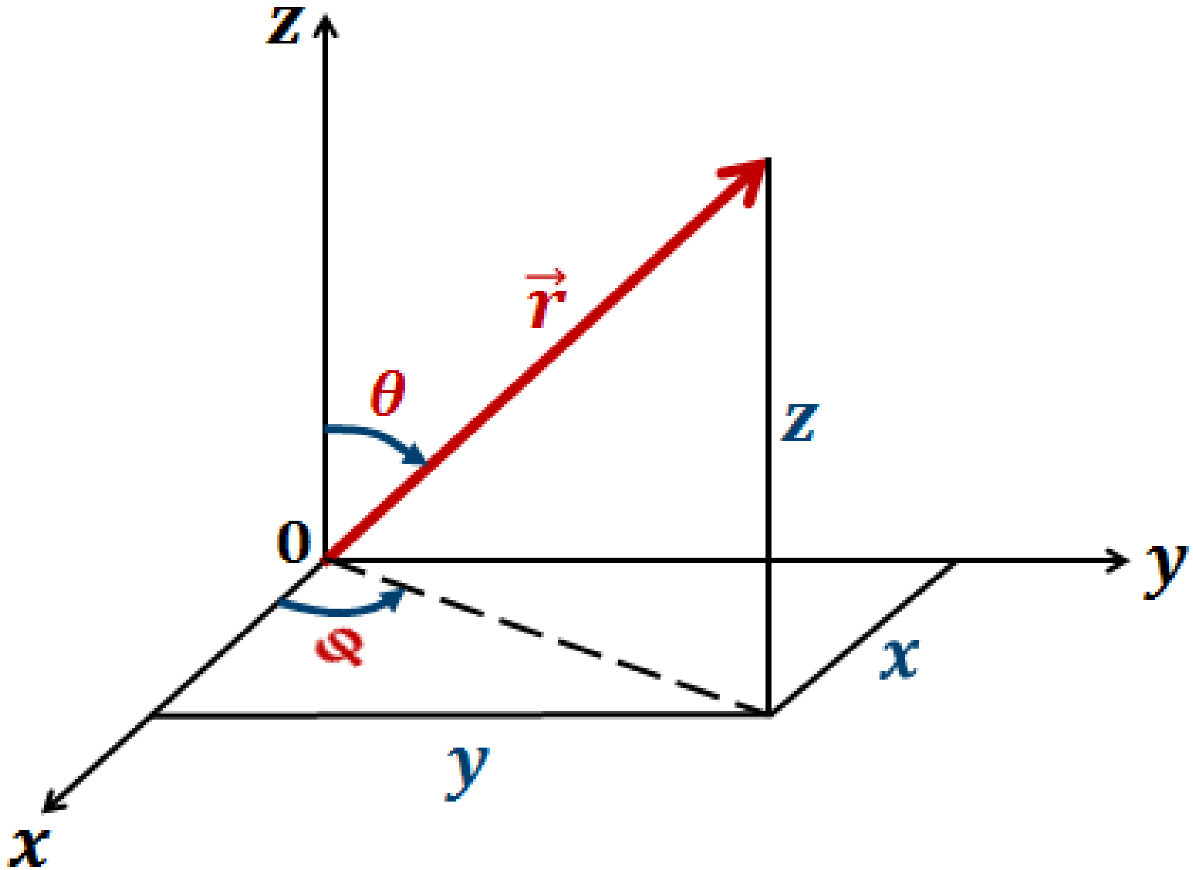


Таким образом,
наряду с орбитальной чётностью p частицы,
определяемой соотношением $\hat{P}\psi(\vec{r}) = p\psi(\vec{r})$,
имеет место и внутренняя чётность π,
определяемая соотношением $\hat{P}\varphi = \pi\varphi$,
и полная чётность P :

$$\boxed{P = \pi \cdot p}$$

Внутренняя чётность π частицы фиксирована
и зависит от её типа.
Для протона и нейтрона она $+1$, для фотона она -1.
Орбитальная чётность p частицы
зависит от её орбитального момента l.
Состояние с определённым l
описывается сферической функцией $Y_{lm}(\theta, \varphi)$,
где $m = \pm l, \pm(l-1), \pm(l-2), \dots, 0$ –
это проекция орбитального момента
на выделенное направление, а углы θ и φ –
это углы сферической системы координат.

Прямоугольная и сферическая системы координат:



При инверсии $\vec{r} \to -\vec{r}$
сферические координаты
преобразуются следующим образом:

$$r \to r,$$

$$\theta \to \pi - \theta,$$

$$\varphi \to \pi + \varphi$$

и имеет место соотношение

$$\hat{P} Y_{lm} = (-1)^l Y_{lm}.$$

Следовательно
орбитальная чётность частицы

$$p = (-1)^l,$$

и полная чётность частицы

$$P = \pi \cdot p = \pi \cdot (-1)^l.$$

Чётность системы частиц

Волновая функция $\Phi(1, 2, \dots, A)$ системы A частиц может быть представлена в виде произведения волновых функций отдельных частиц $\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_A$,

т.е. $\Phi(1, 2, \dots, A) = \Psi_1 \cdot \Psi_2 \cdot \dots \cdot \Psi_A$.

Так как $\Psi_\alpha = \varphi_\alpha \cdot \psi(\vec{r}_\alpha)$,

для чётности системы частиц получаем

$$\hat{P}\Phi(1, 2, \dots, A) =$$
$$= \underbrace{\pi_1 \cdot \pi_2 \cdot \dots \cdot \pi_A \cdot (-1)^{l_1} \cdot (-1)^{l_2} \dots (-1)^{l_A}} \cdot \Phi(1, 2, \dots, A)$$

и полная чётность системы:

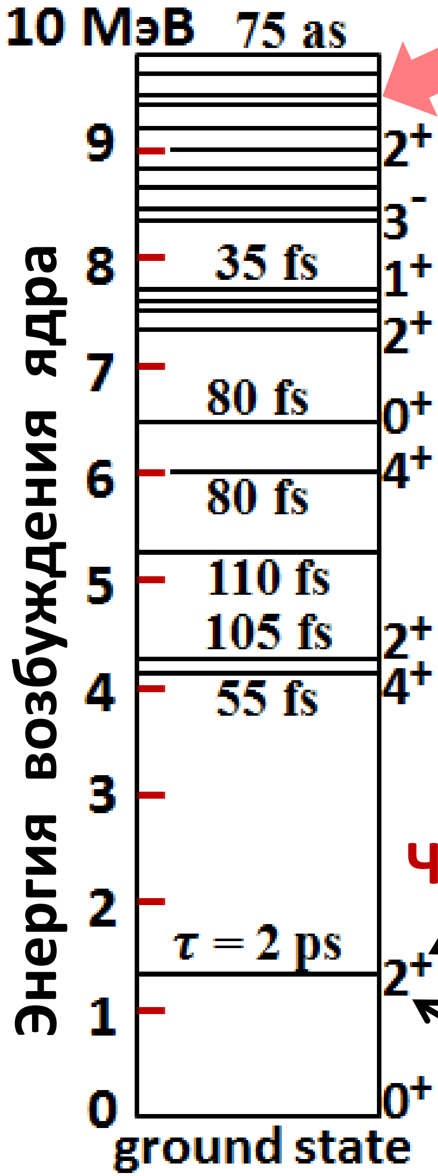
$$\boxed{P = \pi_1 \cdot \pi_2 \cdot \dots \cdot \pi_A \cdot (-1)^{\sum_{\alpha=1}^{A} l_\alpha}}$$

Для двух частиц: $P_{12} = \pi_1 \cdot \pi_2 (-1)^{l_1 + l_2}$.
В системе центра инерции
$l_1 + l_2 = L$ – *орбитальный момент относительного движения двух частиц*.

Полная чётность сохраняется
в электромагнитных взаимодействиях (атом) и
ядерных (сильных) взаимодействиях (ядро атома).
Поэтому энергетические уровни атома (ядра)
имеют определенную чётность P.
С учетом того, что они имеют
и определенный угловой момент J, уровни атома
(ядра) отмечают сдвоенным значком J^P,
где $P = +$ или $-$, например, $2^+, 3/2^-$.

На следующем слайде в качестве примера приведена схема энергетических уровней ядра магния ${}^{24}_{12}\mathrm{Mg}$, состоящего из 12 протонов и 12 нейтронов

Уровни ядра $^{24}_{12}Mg$

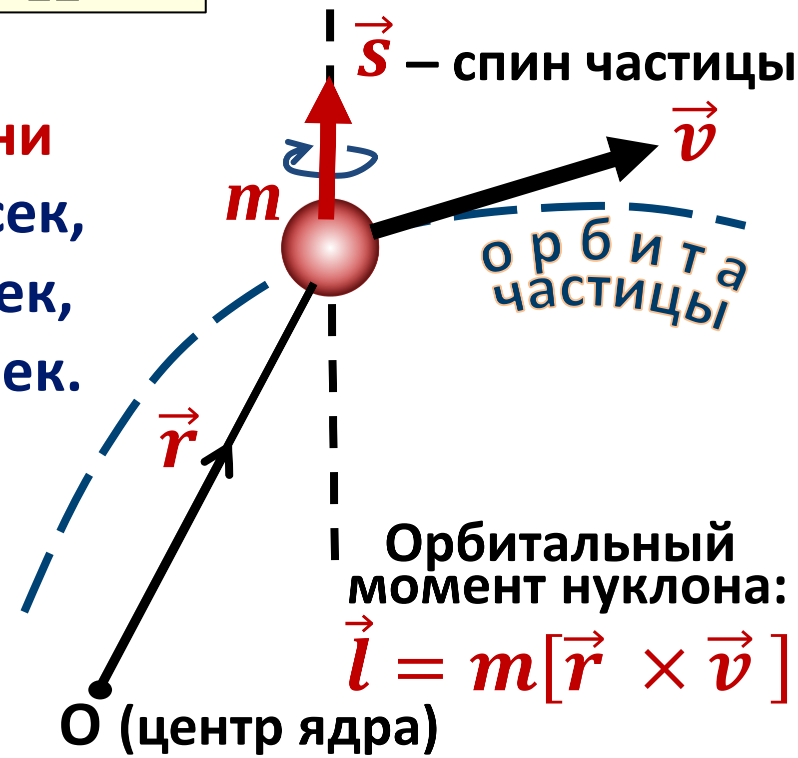


τ – время жизни

$1 \text{ ps} = 10^{-12}$ сек,

$1 \text{ fs} = 10^{-15}$ сек,

$1 \text{ as} = 10^{-18}$ сек.



Орбитальный момент нуклона:

$$\vec{l} = m[\vec{r} \times \vec{v}\,]$$

Спин ядра:

$$\vec{J} = \sum_{\alpha=1}^{A} (\vec{l}_\alpha + \vec{s}_\alpha)$$

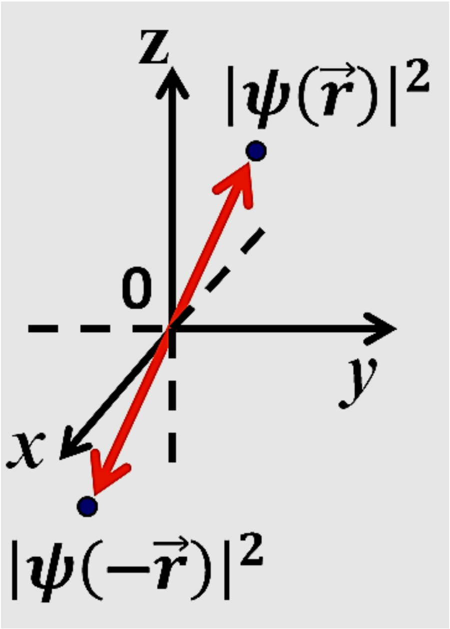
Суммирование по всем нуклонам

Ядро неподвижно!

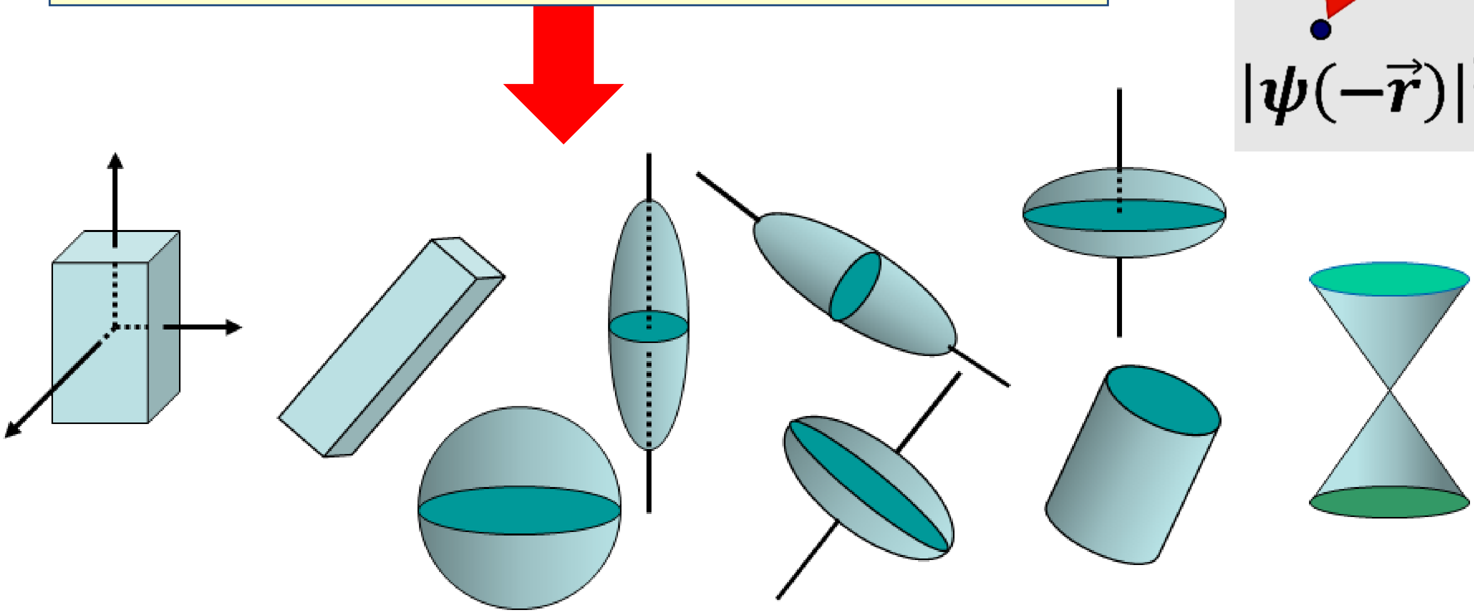
Физический смысл чётности

Это понятие характеризует свойства квантовых систем, но его можно проиллюстрировать, рассматривая классические объекты.
Квантовые системы с определённой чётностью инвариантны (не меняют своих свойств) при пространственной инверсии, т. е. «не чувствуют» этой инверсии.
Пространственная инверсия эквивалентна последовательному отражению системы от трёх взаимно перпендикулярных плоскостей.
Классическое тело, совмещающееся с самим собой при таком преобразовании, обладает **центром симметрии**.
Поэтому
квантовый объект с определённой чётностью имеет в качестве классического аналога тело с центром симметрии.
То, что ядро (его волновая функция) имеет определённую чётность, означает существование у ядра центра симметрии.

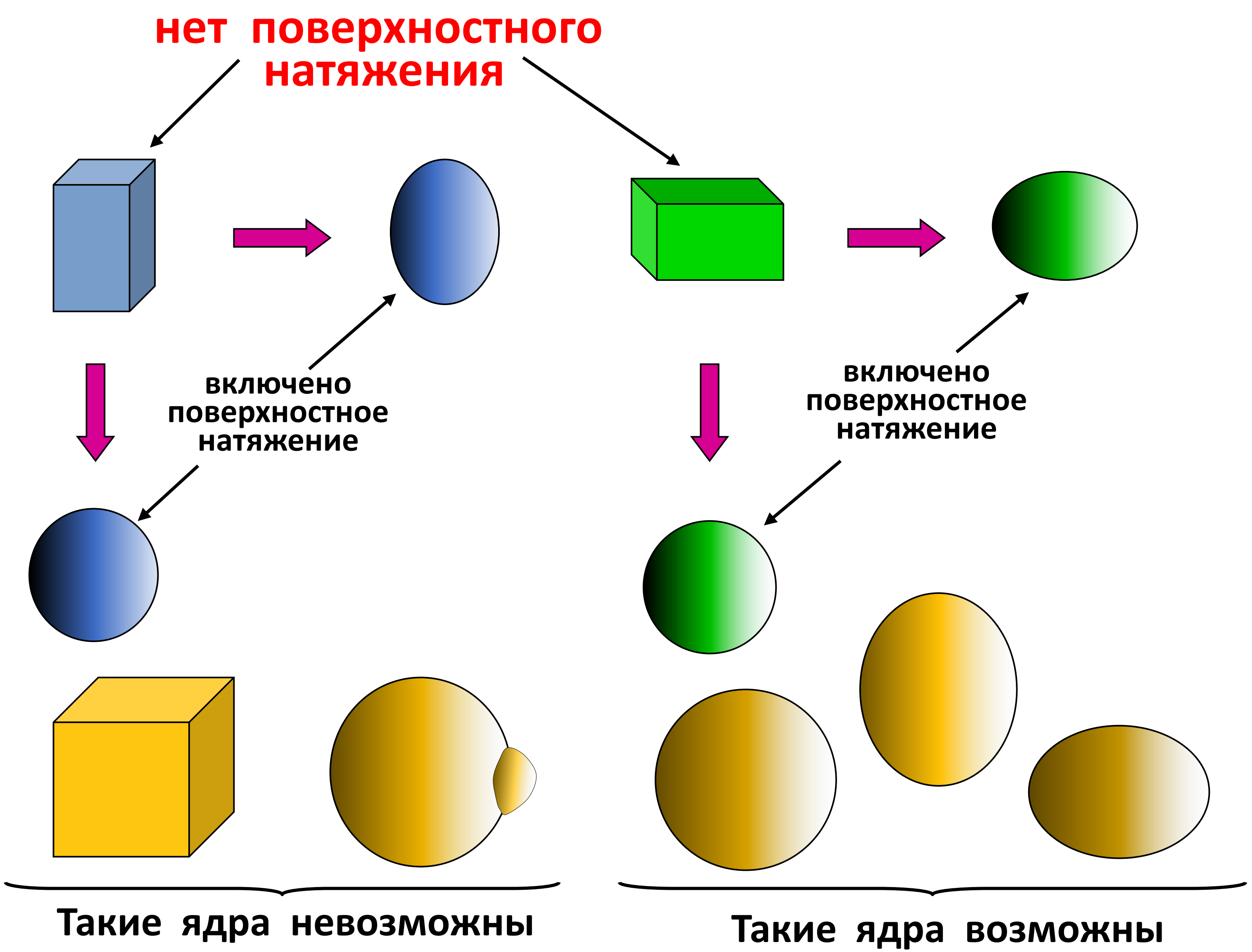
У тела (системы) с центром симметрии свойства диаметрально противоположных точек (участков) идентичны: $|\psi(\vec{r})|^2 = |\psi(-\vec{r})|^2$.



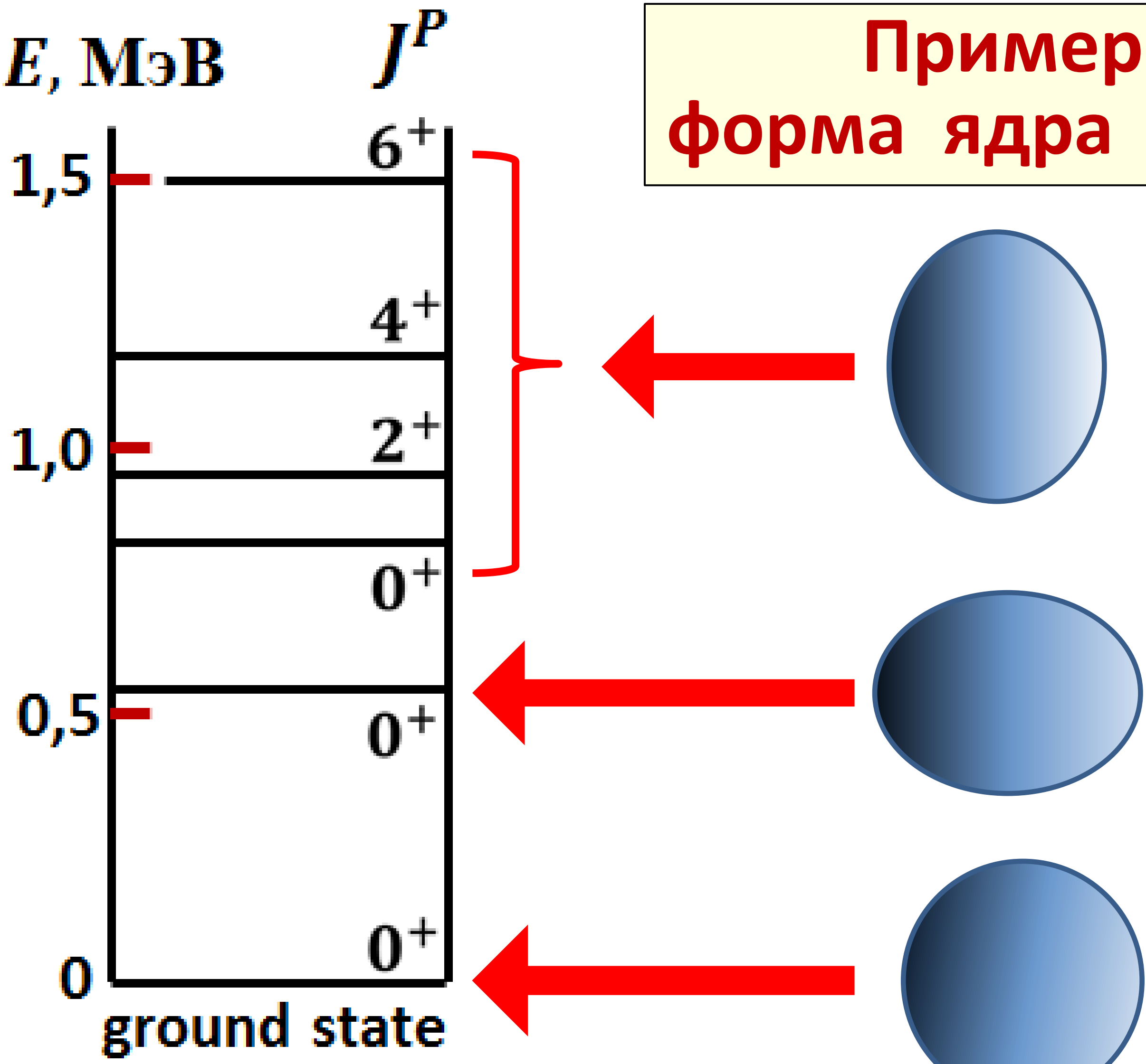
Примеры однородных произвольно ориентированных тел (систем) с центром симметрии (их центр совмещён с началом координат):



То, что атомные ядра характеризуются определённой чётностью, позволяет понять форму, которую может иметь атомное ядро. При этом нужно учесть также несжимаемость и поверхностное натяжение, присущие ядру как капле ядерной жидкости. Поверхностное натяжение минимизирует площадь ядерной поверхности при сохранении объёма, оставляя возможными либо сферические ядра, либо не очень сильно от них отличающиеся – аксиально симметричные слегка вытянутые или сплюснутые (эллипсоидальные).


нет поверхностного натяжения
включено поверхностное натяжение
включено поверхностное натяжение
Такие ядра невозможны
Такие ядра возможны

Пример:
форма ядра $^{186}_{82}Pb$



Тождественность частиц. Квантовая статистика. Фермионы и бозоны

В микромире частицы одного типа неразличимы, т. е. имеет место *принцип тождественности частиц*. Перестановка двух одинаковых частиц не меняет состояния системы. Гамильтониан системы частиц инвариантен к перестановке двух любых частиц одного типа. Должна быть сохраняющаяся физическая величина (квантовое число), отвечающая этому преобразованию.

Оператор $\hat{\Pi}_{12}$ перестановки двух одинаковых частиц 1 и 2 определяется следующим образом:

$$\hat{\Pi}_{12}\psi(1,2,\dots,A) = \psi(2,1,\dots,A).$$

Инвариантность к перестановке означает, что

$$|\psi(1,2,\dots,A)|^2 = |\psi(2,1,\dots,A)|^2$$

$$\hat{\Pi}_{12}\psi(1,2,\dots,A) = \psi(2,1,\dots,A) =$$
$$= \varepsilon\psi(1,2,\dots,A) = \begin{cases} +\psi(1,2,\dots,A), \varepsilon = +1, \\ -\psi(1,2,\dots,A), \varepsilon = -1. \end{cases}$$

Ферми

Частицы, для которых $\varepsilon = +1$, называются *бозонами*.
Частицы, для которых $\varepsilon = -1$, называются *фермионами*.

Бозе

В квантовой теории поля показывается, что фермионы имеют полуцелый спин, а бозоны – целый.

Бозоны: фотон (*спин* 1), пион и α-частица (*спин* 0),
Фермионы: протон, нейтрон, электрон (*спин* 1/2).

В системе тождественных фермионов в одном состоянии (с одинаковым набором квантовых чисел) может быть не более одной частицы (принцип запрета Паули), а в системе тождественных бозонов – сколько угодно.

***Принцип Паули*: $\psi(2,1) = -\psi(1,2)$.**

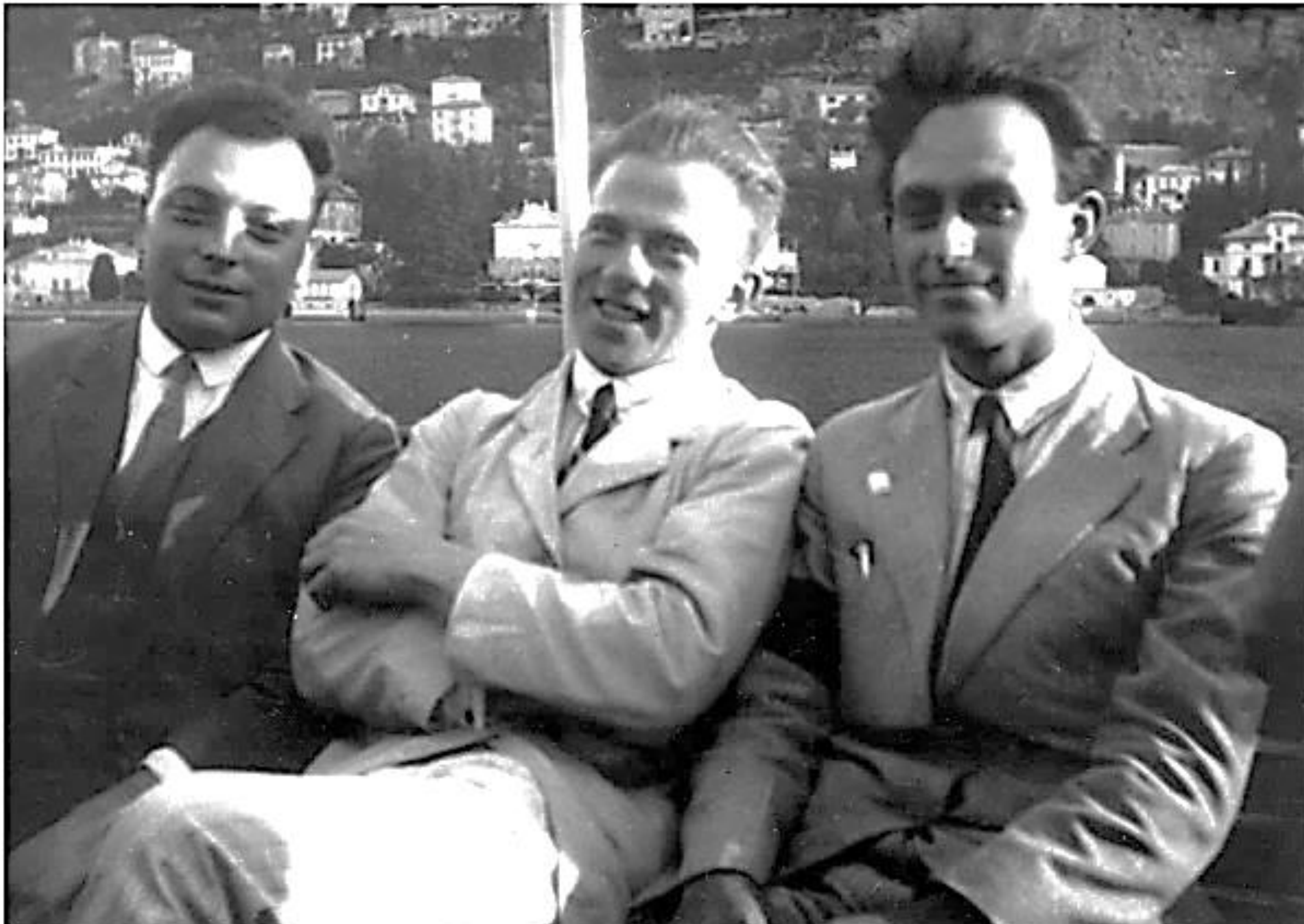
Если частицы 1 и 2 в одном состоянии, то

$$\psi(2,1) = \psi(1,2) = \psi \quad \text{и} \quad \psi = -\psi,$$

т.е. $2\psi = 0$ и $\psi = 0$

и такого состояния нет!

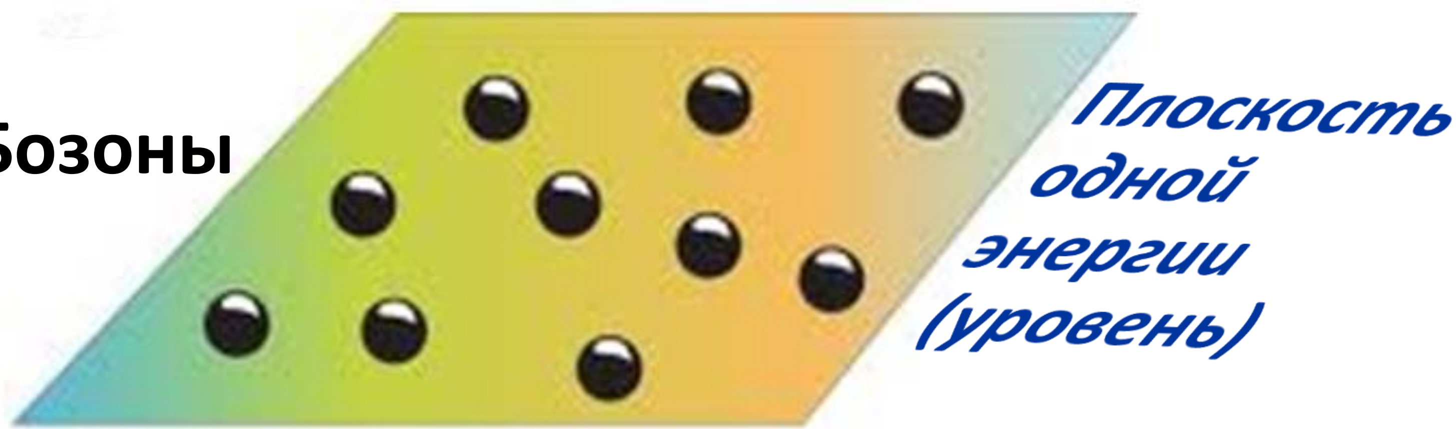
Wolfgang Ernst Pauli (1900-1958), Nobel Prize 1945



Паули Гейзенберг Ферми

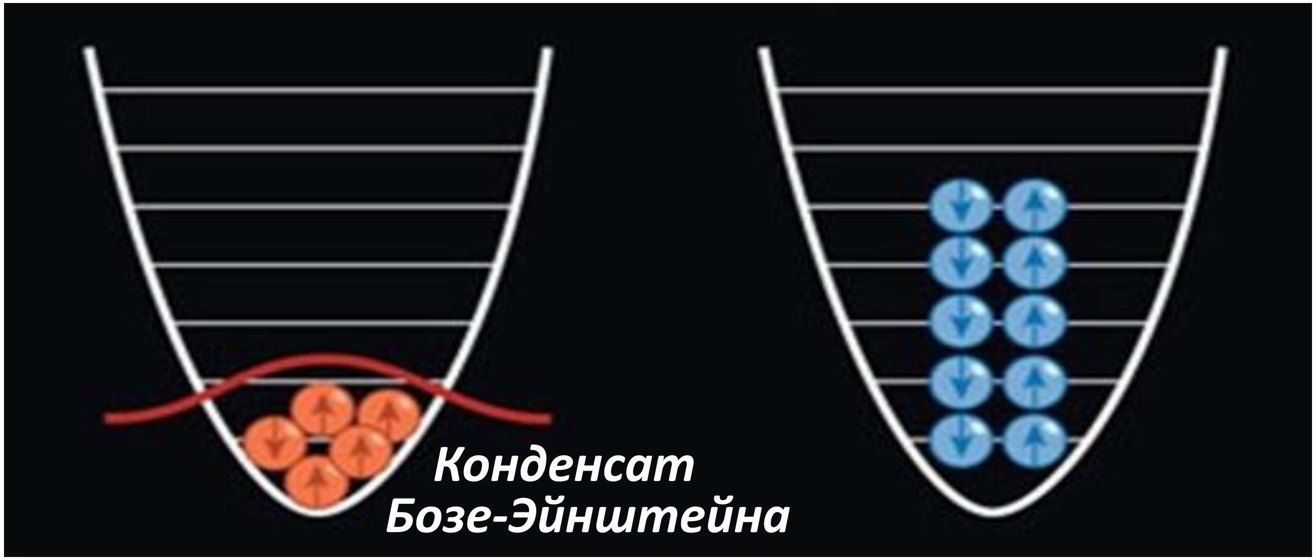
Фермионы
(спин 1/2)

Бозоны



Частицы с полуцелым спином (фермионы) подчиняются *статистике Ферми-Дирака* и *принципу запрета Паули*.
Частицы с целым спином (бозоны) подчиняются *статистике Бозе-Эйнштейна*.
В потенциальной яме все бозоны могут занимать одно и то же квантовое состояние, даже самое низкое по энергии, образуя *конденсат Бозе-Эйнштейна*.
Согласно *принципу Паули* два тождественных фермиона (например, с однонаправленными спинами) не могут занимать одно и то же квантовое состояние.

Бозоны ***Фермионы***

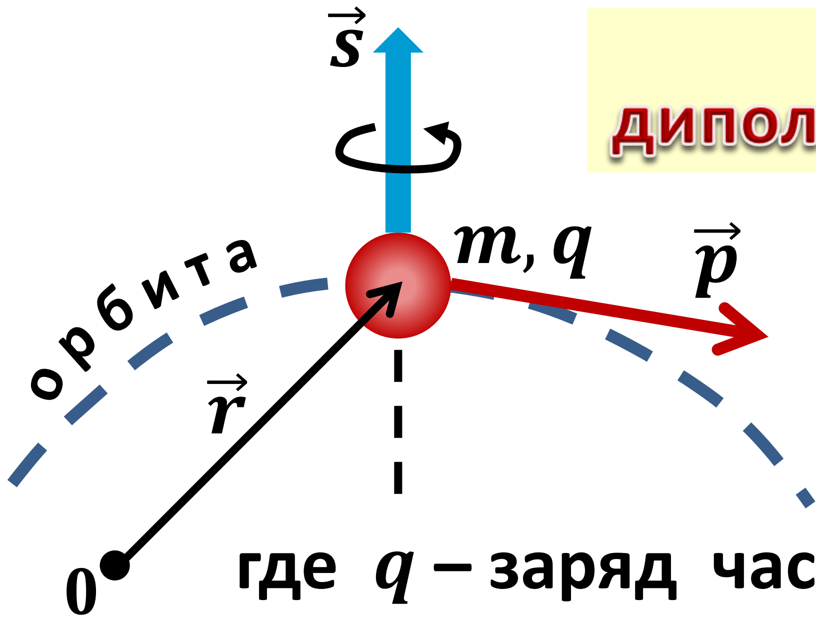


Разнообразие химических элементов обусловлено тем, что *электрон – фермион*. Лазер существует потому что *фотон – бозон*.

При создании лазерного луча используется свойство бозонов к концентрации в одинаковом квантовом состоянии в одной и той же области пространства. Излучение, испускаемое лазером, является когерентным. То есть фотоны такого излучения имеют одинаковую энергию, фазу, длину волны и направление движения и сконцентрированным потоком движутся в этом направлении.

Приложение:
Магнитный момент частицы

Магнитный дипольный момент частицы



Классический магнитный дипольный момент:

$$\vec{\mu} = \frac{q}{2mc}[\vec{r} \times \vec{p}] = \frac{q}{2mc}\vec{l},$$

где q – заряд частицы, а m – её масса.

В микромире аналогом его является магнитный момент орбитального движения:

$$\vec{\mu}_l = \frac{q\hbar}{2mc} \cdot \frac{\vec{l}}{\hbar}.$$

Или, вводя понятие «магнетон» $q\hbar/2mc$, имеем

$$\boxed{\vec{\mu}_l[\text{магнетоны}] = \vec{l}[\hbar]}$$

Микрочастицы имеют собственный (***спиновый***) магнитный момент $\vec{\mu}_s$, обусловленный наличием у них собственного механического момента количества движения (спина $\vec{s}$).

Спиновый магнитный момент не является полным аналогом классического магнитного момента, вызванного вращением заряженного классического тела вокруг оси, проходящей через его центр инерции.

Магнитный момент частицы может быть записан с использованием так называемого спинового гиромагнитного фактора g_s в следующем виде:

$$\boxed{\vec{\mu}_s[\text{магнетоны}] = g_s \cdot \vec{s}[\hbar]}$$

Спиновый гиромагнитный фактор

Спиновые гиромагнитные факторы, как правило, определяются из эксперимента

Спиновые гиромагнитные факторы некоторых частиц

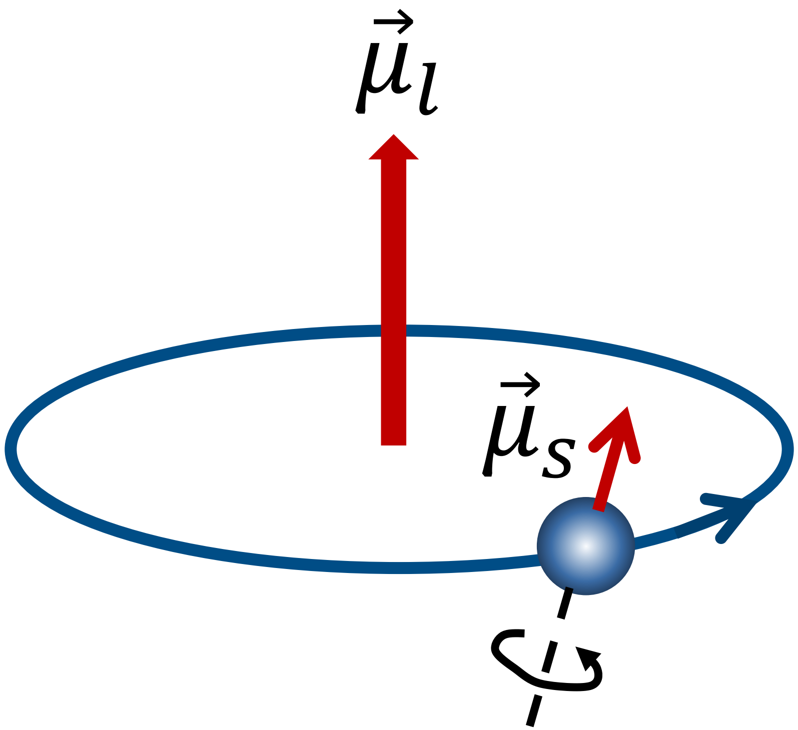
Частица	g_s
Электрон	-2
Позитрон	2
Протон	5,58
Нейтрон	-3,83

Электрон, позитрон — в магнетонах Бора μ_B

Протон, нейтрон — в ядерных магнетонах μ_N

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c} = 5,79 \cdot 10^{-15}\ \frac{\text{МэВ}}{\text{Гс}}$$

$$\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p c} = 3,15 \cdot 10^{-18}\ \frac{\text{МэВ}}{\text{Гс}}$$



орбитальный магнетизм

$$\vec{\mu}_l^{\alpha} = g_l^{\alpha} \cdot \vec{l}_{\alpha}$$

спиновый магнетизм

$$\vec{\mu}_s^{\alpha} = g_s^{\alpha} \cdot \vec{l}_{s}$$

Результирующий магнитный момент частицы, совершающей движение:

$$\boxed{\vec{\mu} = \vec{\mu}_s + \vec{\mu}_l}$$