

Квантовая
лестница

Темы лекции

1. Открытие атомного ядра. *Опыт Резерфорда.*
2. Эффективное сечение реакции.
Формула Резерфорда.
3. Квантовая механика. История.
4. Волновая природа микрочастиц.
Дуализм волна-частица.
5. Волновая функция.
Её статистическая интерпретация.
6. Волновое уравнение (*уравнение Шредингера*).

Приложение 1

Вывод формулы Резерфорда

Приложение 2

Толстая мишень

Приложение 3

Фейнмановская трактовка квантовой механики



Атомное ядро открыто
в **1911 г.**

Эрнестом Резерфордом

в лаборатории

Манчестерского

университета (Англия)

в результате анализа опытов

Гейгера и *Марсдена*

по рассеянию α -частиц

на тонких золотых

и платиновых фольгах,

начатых в **1909 г.**

Резерфорд :

«Все науки можно разделить на две группы
– на физику и коллекционирование марок»

КЛЮЧЕВЫЕ ЭТАПЫ В ПОЗНАНИИ СТРОЕНИЯ ЯДРА

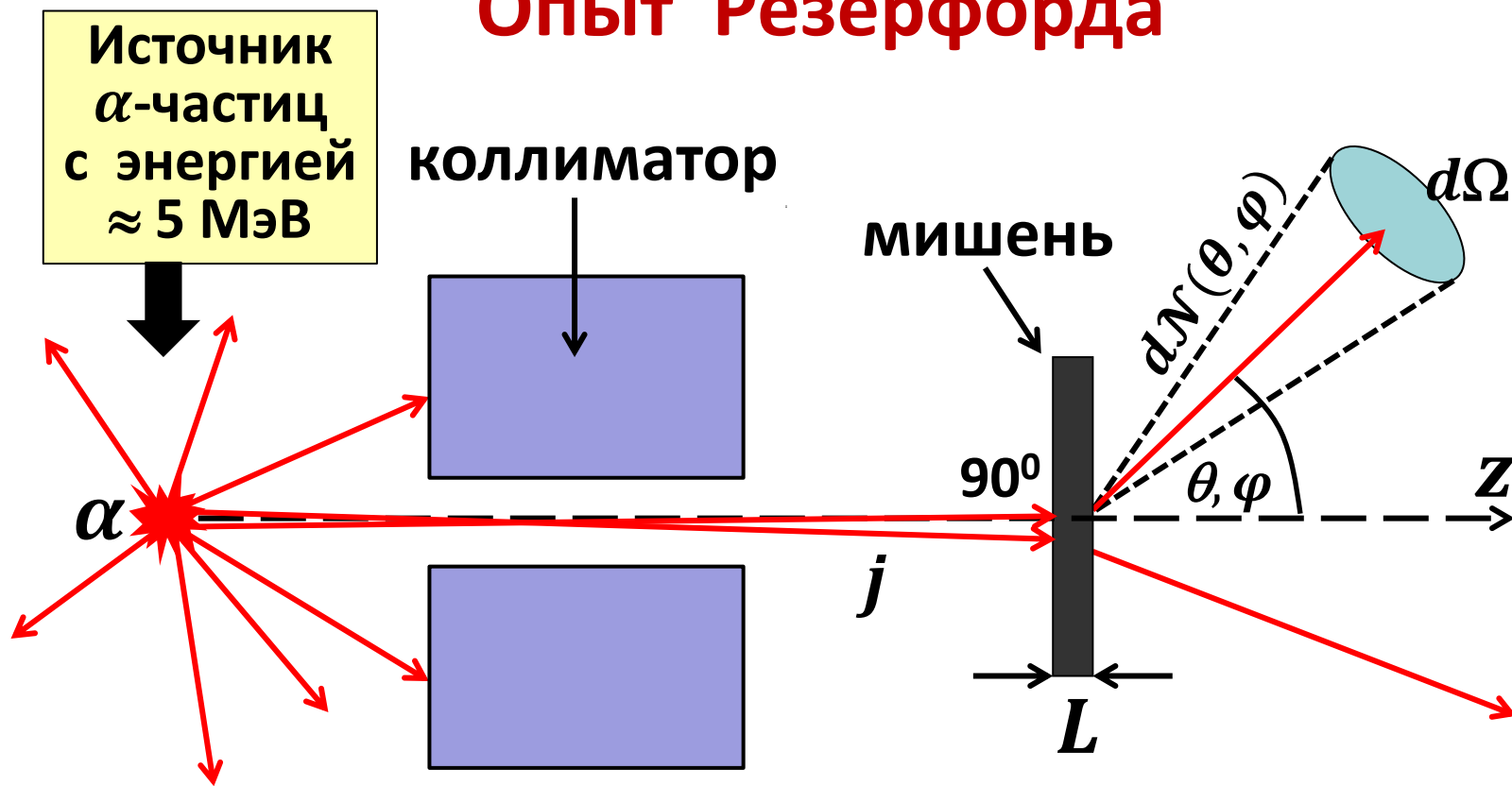
- 1909 г.** – Опыты *Гейгера* и *Марсдена* (*опыт Резерфорда*), **Англия**,
- 1911 г.** – Открытие ядра атома (*Резерфорд*, **Англия**),
- 1919 г.** – Открытие протона (*Резерфорд*, **Англия**),
- 1932 г.** – Открытие нейтрона (*Чэдвик*, **Англия**),
- 1932 г.** – Протон-нейтронная модель ядра, *Майорана*, **Италия**, *Д.Д. Иваненко*, **СССР**, *Гейзенберг*, **Германия**,
- 1964 г.** – Кварковое строение протона и нейтрона, *Гелл-Манн*, *Цвейг*, **США**.

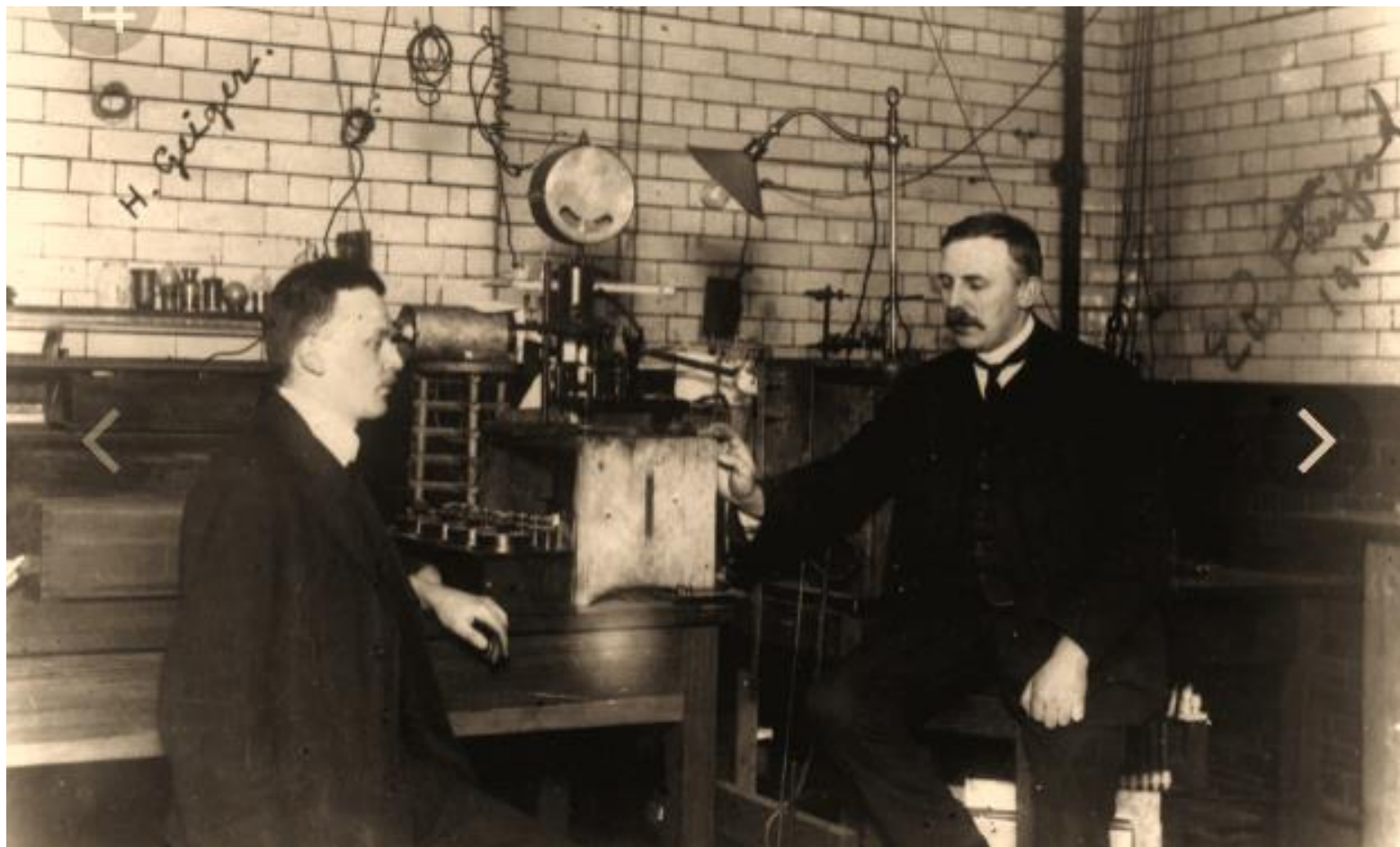
Некоторые свойства частиц, из которых состоит атом

Частица	Заряд	Спин	Масса (mc^2), МэВ	Среднее время жизни
p	$+e$	1/2	938,272	$> 10^{33}$ лет
n	0	1/2	939,565	$878,4 \pm 0,5$ с
e	$-e$	1/2	0,511	$> 6,6 \cdot 10^{28}$ лет

$$m_e \approx 9,11 \cdot 10^{-28} \text{ г},$$
$$m_p \approx 1,67 \cdot 10^{-24} \text{ г}$$

Опыт Резерфорда



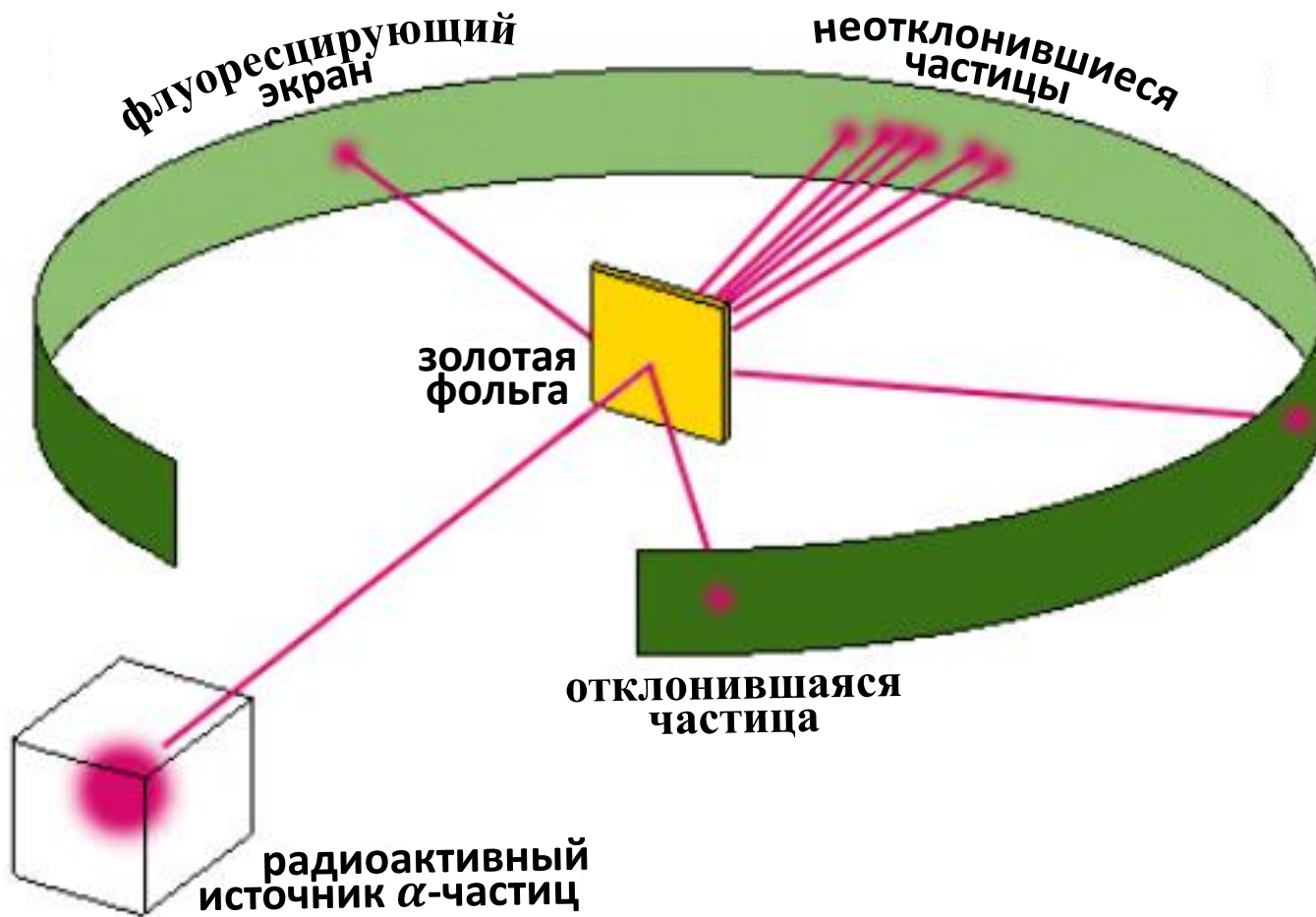


Ганс Гейгер

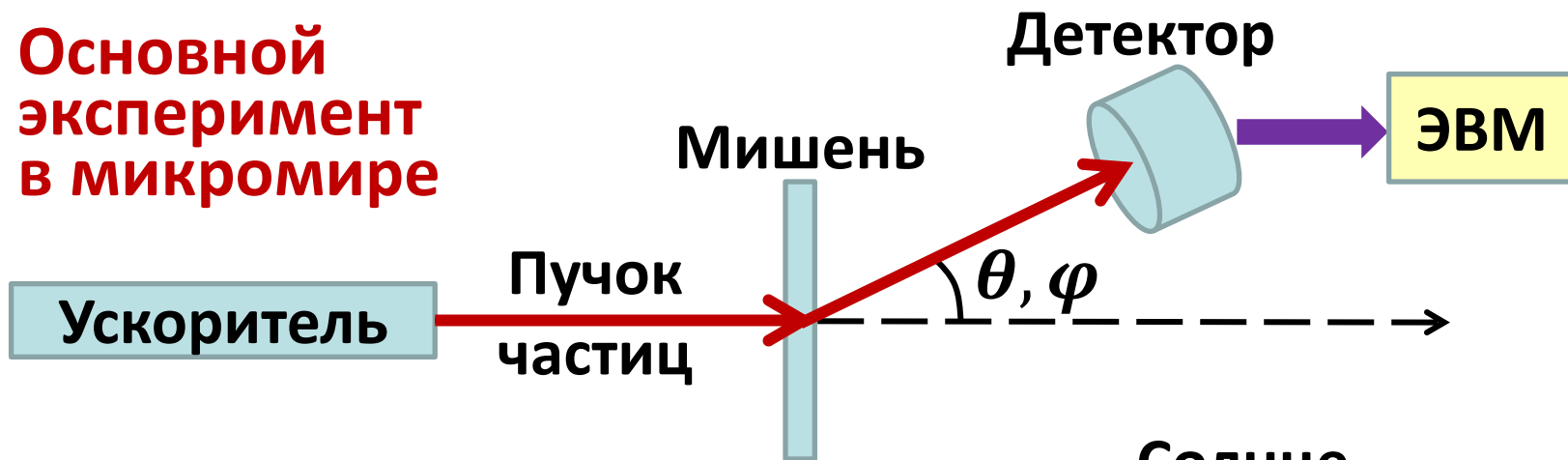
Эрнест Резерфорд



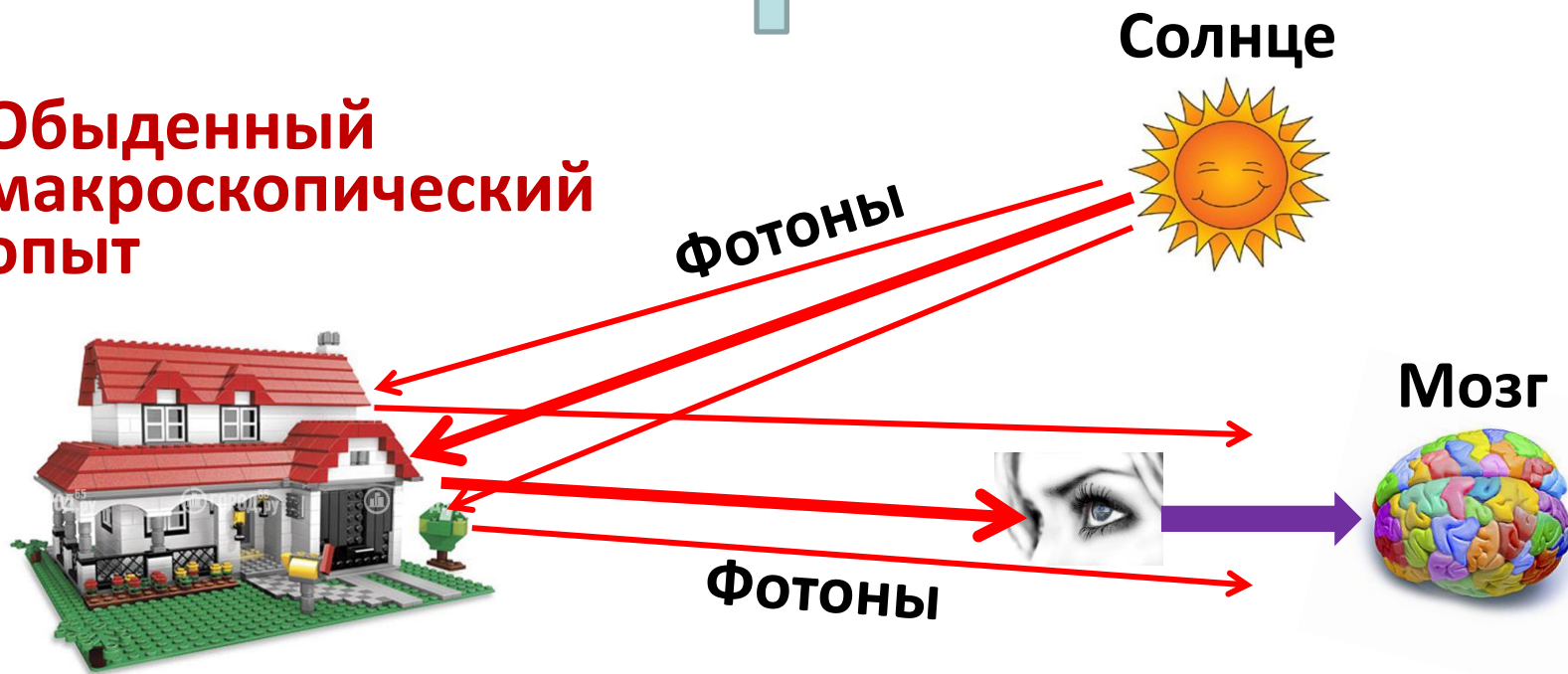
Эрнест
Марсден



Основной эксперимент в микромире



Обыденный макроскопический опыт



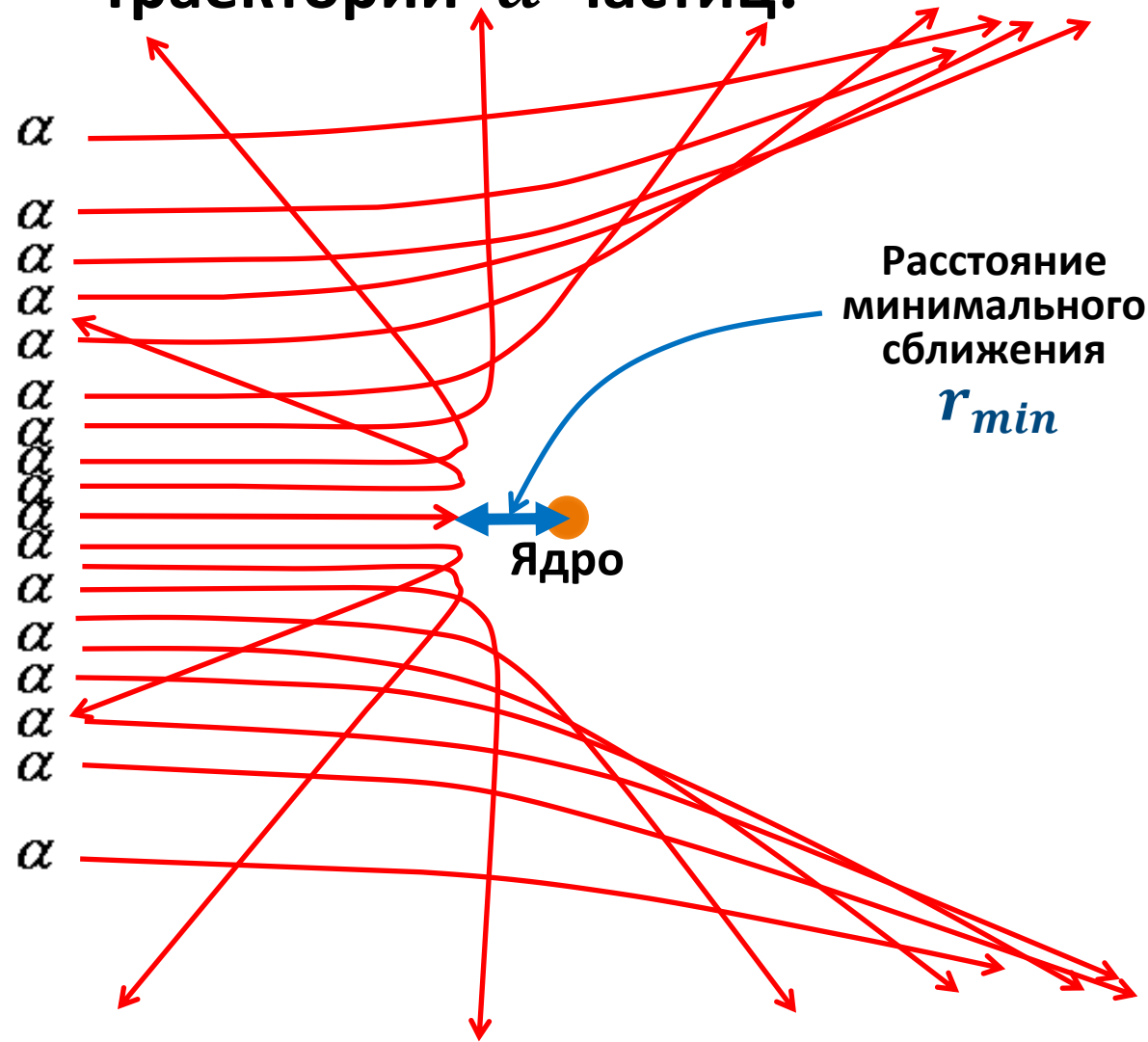
До опыта *Резерфорда* существовала модель атома *Томсона* (открывателя электрона), согласно которой атом – в целом нейтральная сфера размером 10^{-8} см с равномерно распределёнными по её объёму положительным зарядом и массой. Электроны представлялись вкрапленными в эту сферу, подобно «изюму в пудинге».

В опыте *Резерфорда* было обнаружено, что примерно в одном случае из **8000** однократно рассеянная α -частица отражается мишенью назад, т. е. меняет импульс на противоположный. Это нельзя объяснить моделью *Томсона*, в которой атом – слишком рыхлая система и силы, действующие на α -частицу, слишком малы, чтобы резко изменить её траекторию. Повернуть α -частицу обратно может лишь очень компактный ($\ll 10^{-8}$ см) положительно заряженный объект с массой $M \gg m_\alpha$.

Анимация на Лекции:

Рассеяние α -частиц атомными ядрами

Траектории α -частиц:



Гауссова система единиц!

$$1 \text{ Ферми} = 1 \text{ Фм} = 10^{-13} \text{ см},$$

$$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-12} \text{ эрг}$$

Важные для вычислений величины:

Переходная константа

$$\hbar c = 197 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм} \approx 200 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм},$$

Постоянная тонкой структуры $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137},$

Произведение констант $\alpha \cdot \hbar c = 1,44 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм}.$

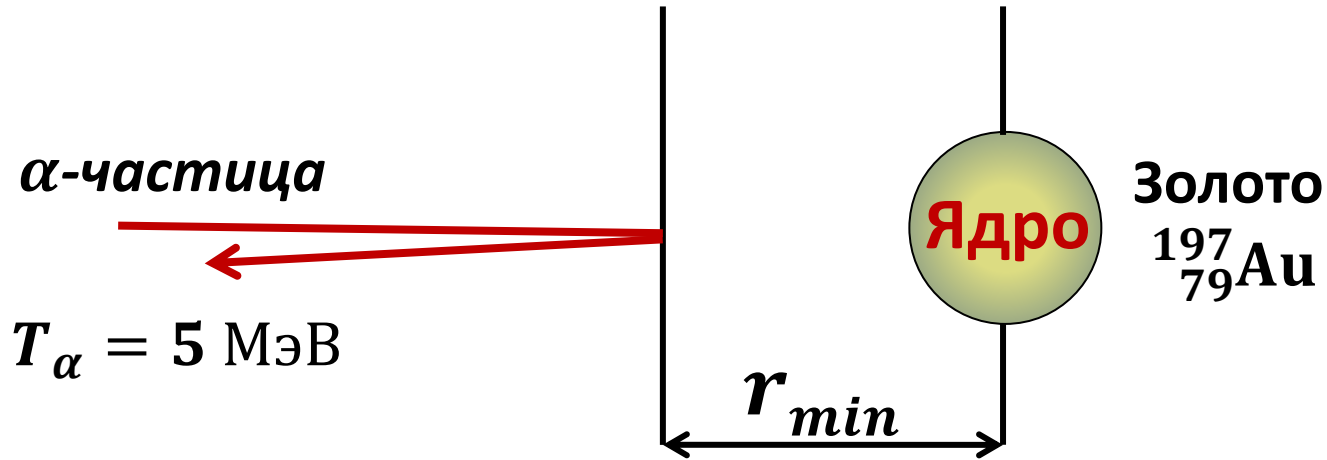
Z – число протонов

N – число нейтронов

$A = Z + N$ – массовое число или число нуклонов

Обозначение ядра: ${}^A_Z\text{S} \rightarrow {}^{27}_{13}\text{Al}$

Что о размере ядра мог сказать Резерфорд?



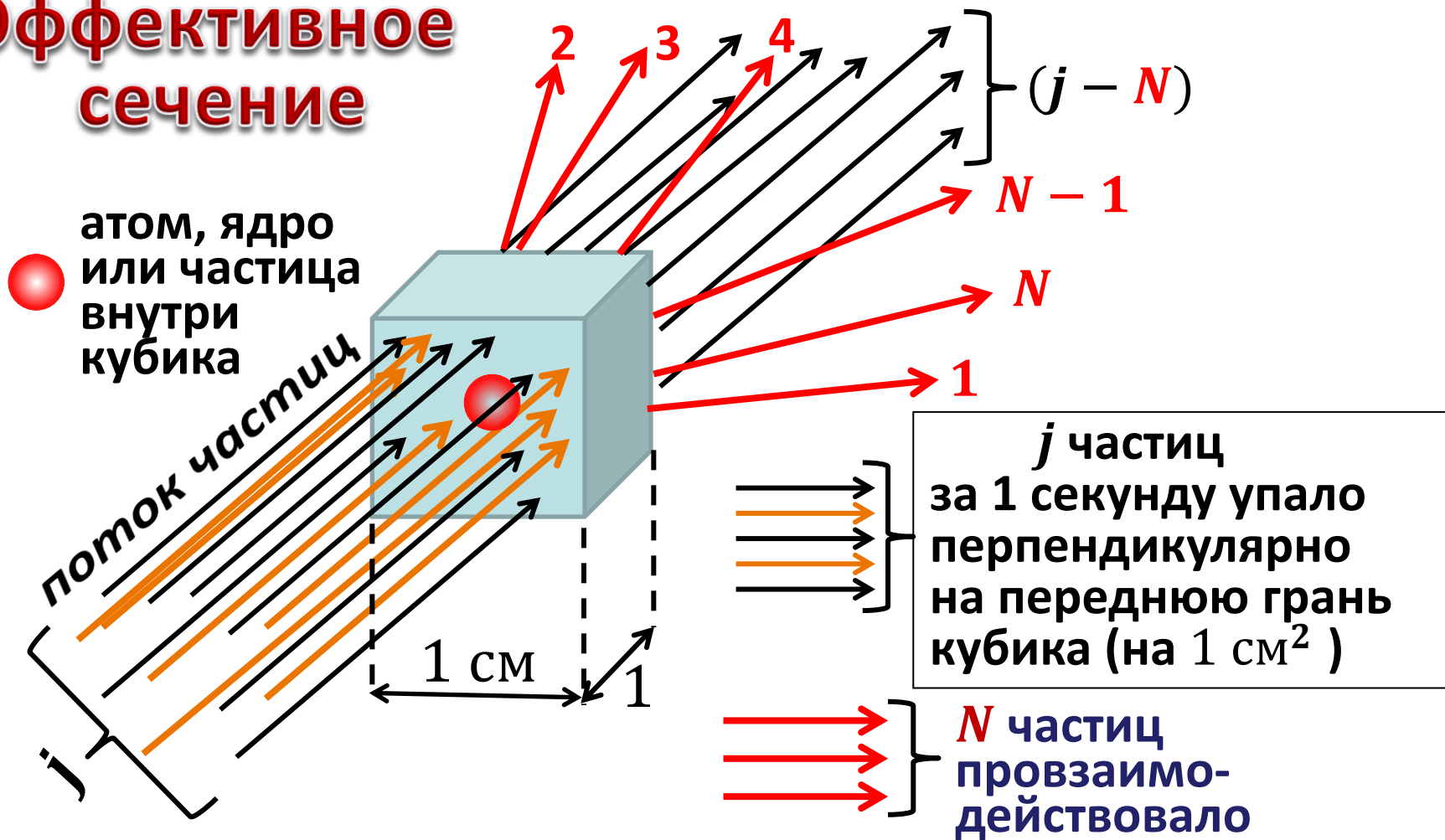
Рассеяние назад:

$$T_\alpha = V_{\text{кул}} = \frac{Z_\alpha Z_\text{я} e^2}{r_{min}}$$

$$\begin{aligned} r_{min} &= \frac{Z_\alpha Z_\text{я} e^2}{T_\alpha} = \frac{Z_\alpha Z_\text{я}}{T_\alpha} \cdot \frac{e^2}{\hbar c} \cdot \hbar c = \\ &= \frac{2 \cdot 79}{5 \text{ МэВ}} \cdot \frac{1}{137} \cdot 197 \text{ МэВ} \cdot \text{Фм} \approx 46 \text{ Фм} = 4,6 \cdot 10^{-12} \text{ см} \end{aligned}$$

Это примерно в 7 раз больше радиуса ядра золота

Эффективное сечение



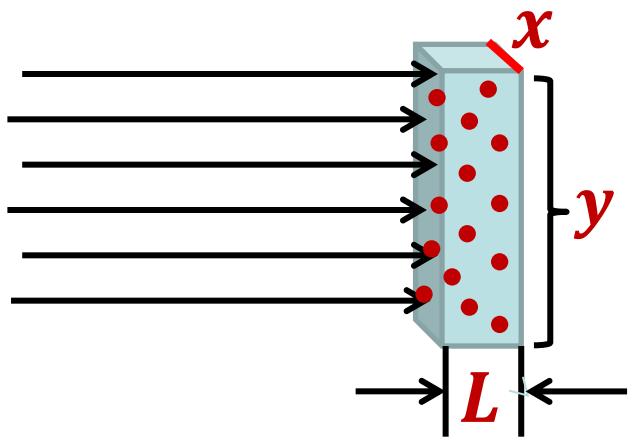
Вероятность взаимодействия или **эффективное сечение** σ

$$\sigma = \frac{N}{j} \quad [\sigma] = \text{см}^2$$

j – плотность потока частиц ($\text{см}^{-2} \text{сек}^{-1}$)

**Рассмотрим теперь мишень,
содержащую не одно ядро,
а много ядер**

Полное сечение на одном ядре в 1 см^3 : $\sigma = \frac{N}{j}$



Единица
полного сечения:
 $1 \text{ барн} = 10^{-24} \text{ см}^2$

Число N частиц, испытавших в единицу времени взаимодействие с ядрами тонкой мишени и изменивших траекторию (однократно рассеявшихся), даётся выражением

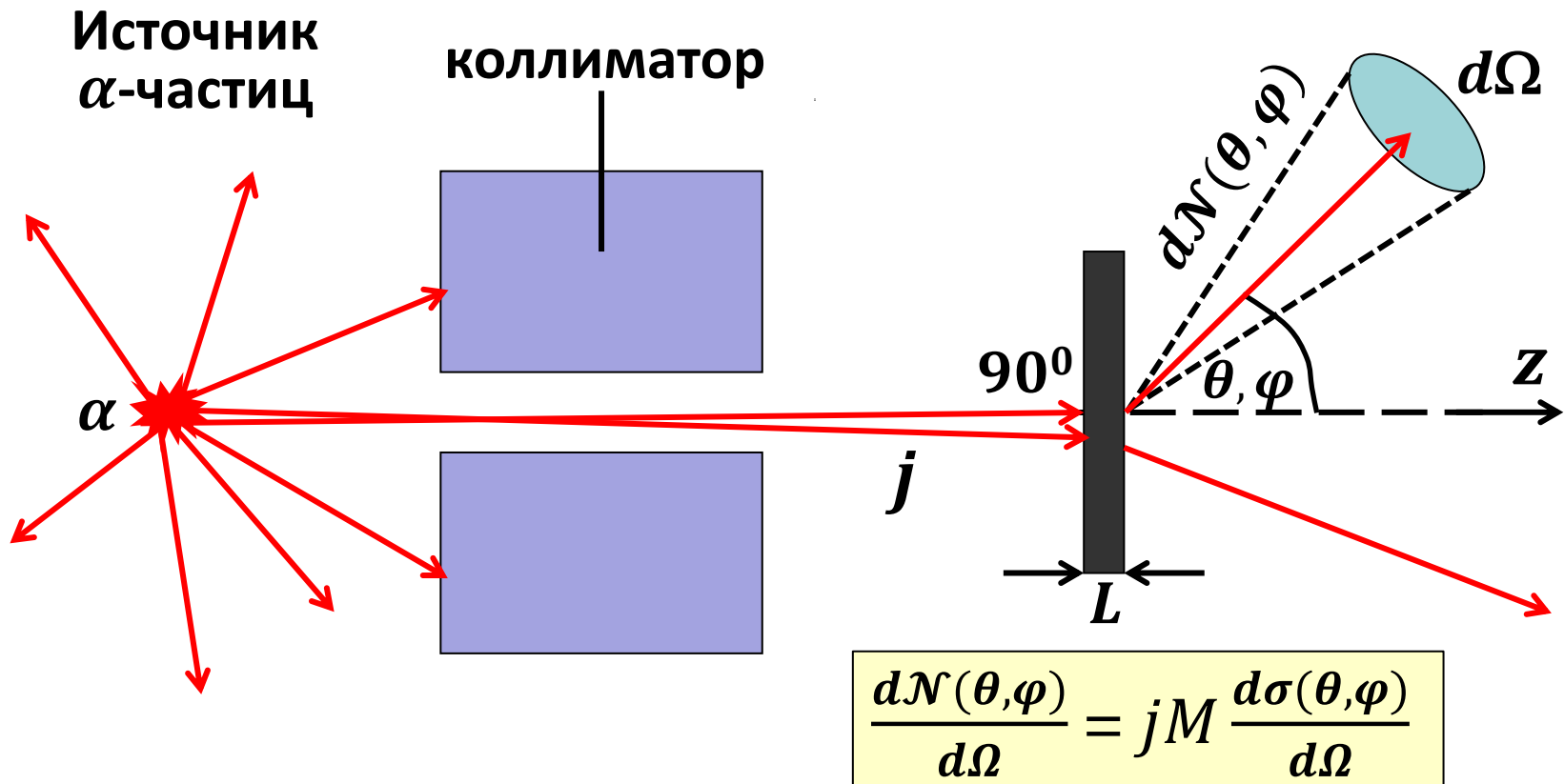
$$N = jnSL\sigma = jM\sigma,$$

где n – число ядер мишени в 1 см^3 ,
 SL – число кубиков объёмом 1 см^3 ,
 $S = x \cdot y$ – поперечная облучаемая площадь мишени,
а M – число рассеивающих центров в облучаемой части мишени,

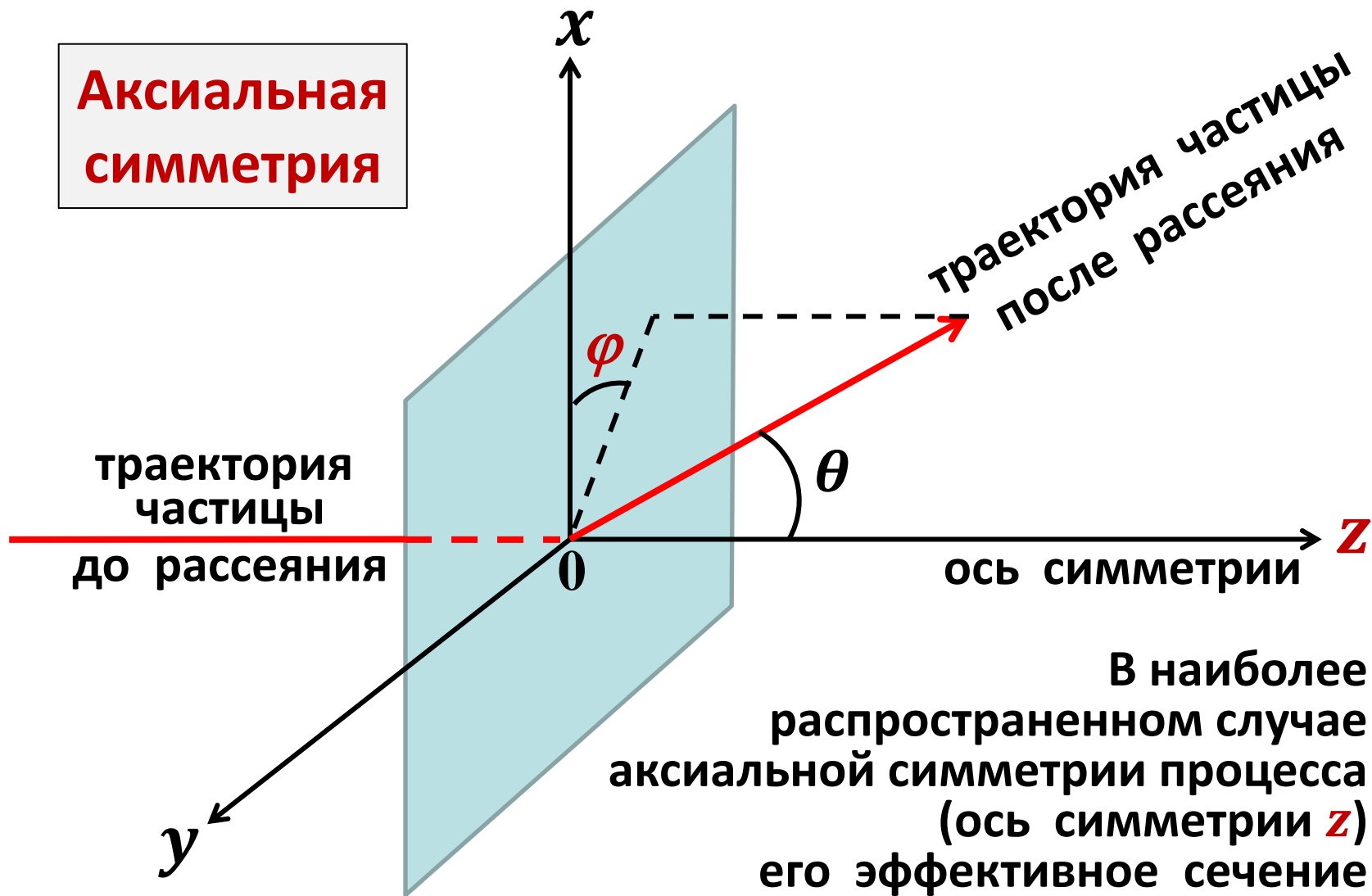
$$dN(\theta, \varphi) = jM \cdot d\sigma(\theta, \varphi) \longrightarrow \frac{dN(\theta, \varphi)}{d\Omega} = jM \frac{d\sigma(\theta, \varphi)}{d\Omega}$$

$\frac{d\sigma(\theta, \varphi)}{d\Omega}$ – Дифференциальное сечение

Опыт Резерфорда и дифференциальное сечение



**Аксиальная
симметрия**

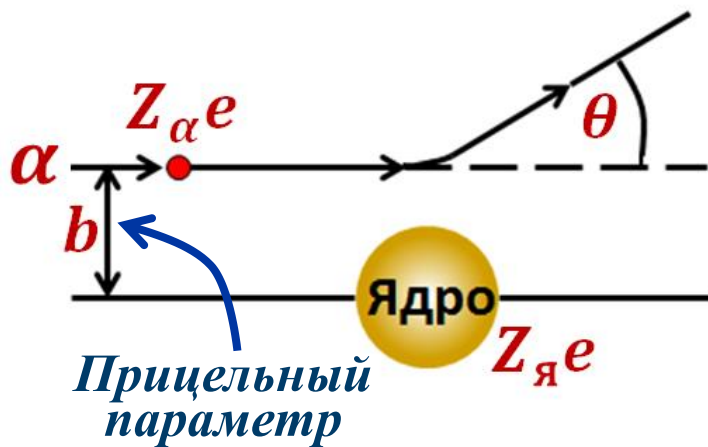


В наиболее
распространенном случае
аксиальной симметрии процесса
(ось симметрии z)
его эффективное сечение
не зависит от азимутального угла φ

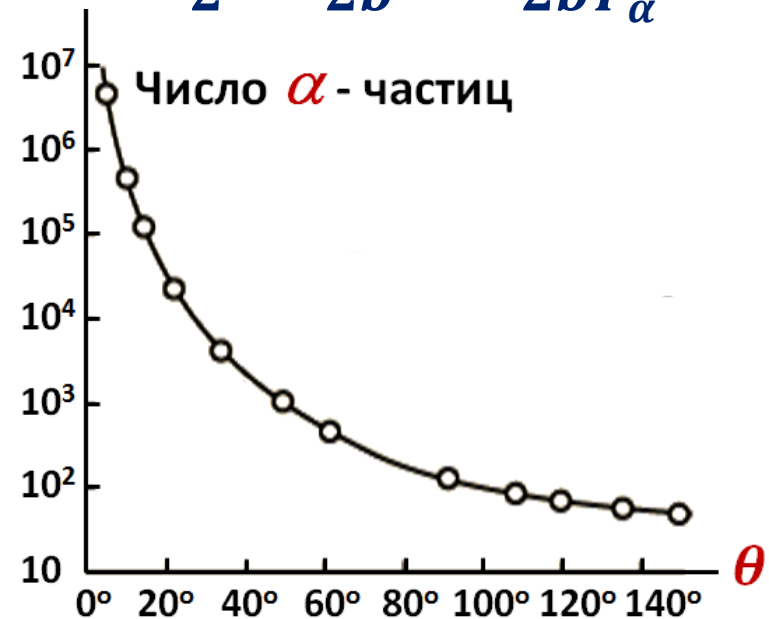
Формула Резерфорда

Для однократного кулоновского взаимодействия точечных заряженных частиц и ядер, не имеющих внутреннего вращательного момента (спина) имеет место **формула Резерфорда** (вывод в **Приложении 1**) для дифференциального сечения упругого рассеяния (отдачей ядра пренебрегаем).

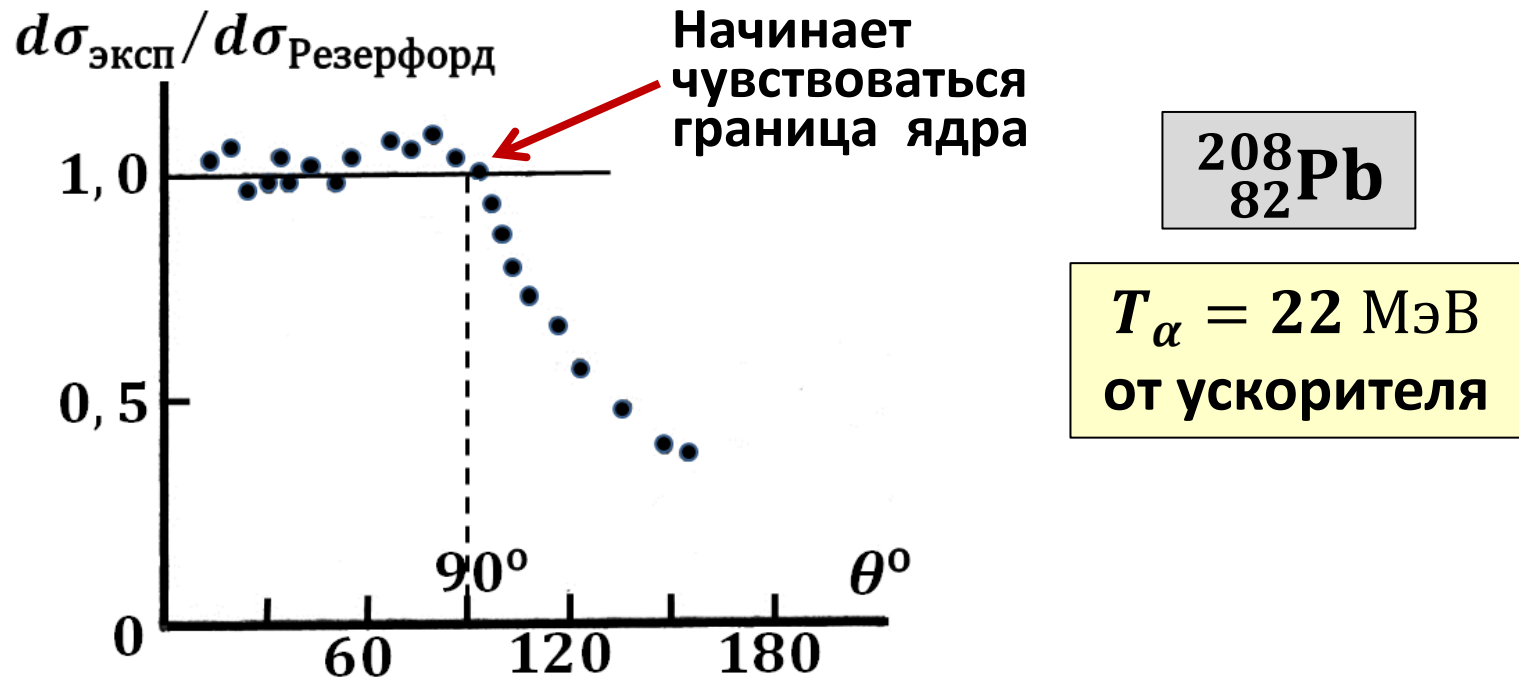
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Z_\alpha Z_\text{я} e^2}{4T_\alpha} \right)^2 \frac{1}{\text{Sin}^4 \frac{\theta}{2}}$$



$$\text{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{r_{\min}}{2b} = \frac{Z_\alpha Z_\text{я} e^2}{2bT_\alpha}$$



Для того, чтобы в опыте по Резерфордскому рассеянию α -частиц достичь границы ядра, необходимо использовать α -частицы от ускорителя



$$b_{90^\circ} = \frac{Z_\alpha Z_{\text{Pb}} e^2}{2 \operatorname{tg} \frac{90^\circ}{2} \cdot T_\alpha} = \frac{2 \cdot 82 \cdot 1,44 \text{ МэВ} \cdot \Phi_{\text{М}}}{2 \operatorname{tg} 45^\circ \cdot 22 \text{ МэВ}} \approx$$

$$\approx 5,4 \text{ ФМ} = 5,4 \cdot 10^{-13} \text{ см} .$$

Это уже соответствует реальному радиусу ядра свинца (и золота)

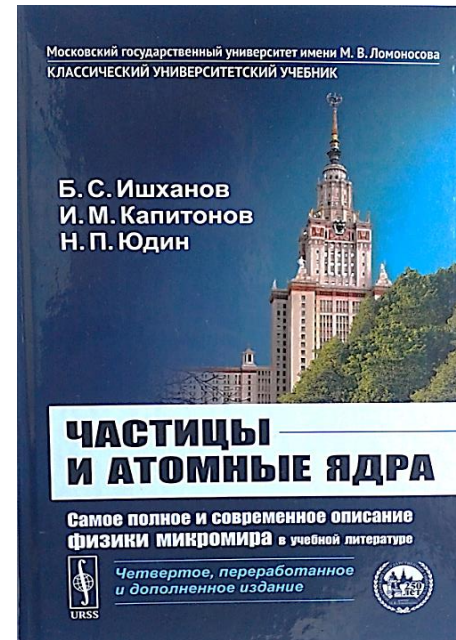
**Для понимания
явлений микромира
необходима**

Квантовая механика

Для знакомства с квантовой механикой используйте
классический университетский учебник
Б.С. Ишханова, И.М. Капитонова, Н.П. Юдина
«ЧАСТИЦЫ И АТОМНЫЕ ЯДРА»
Глава 2, §§1-8, 10, 17 (примерно 26 страниц)
и **Лекцию 16**



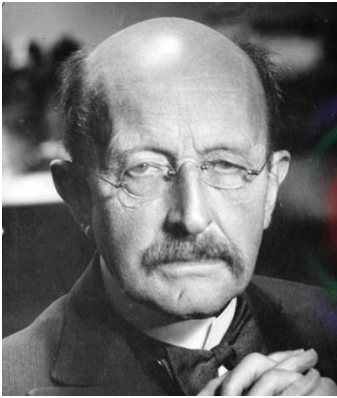
2013



2018

Краткая история

- Зарождение представления о кванте излучения (1900, Планк).
- Квантовая модель атома (1913, Бор).
- Гипотеза о волнах, связанных с каждой материальной частицей (1924, де Бройль).
- Введение понятия спина и формулировка принципа запрета для частиц с полуцелым спином (1925, Паули).
- Формулировка матричной квантовой механики (1925, Гейзенберг).
- Формулировка волновой квантовой механики и получение нерелятивистского волнового уравнения (1926, Шредингер).
- Установление принципа (соотношения) неопределённости (1927, Гейзенберг).
- Получение релятивистского квантового уравнения (1928, Дирак).



Планк



Бор



Де Бройль



Паули



Шредингер



Гейзенберг



Дирак

1923-1924 г. Луи де Бройль:
Гипотеза о волнах, связанных
с каждой материальной частицей
**(Nobel Prize 1929 г. За открытие
волновой природы электрона)**



Были известны следующие соотношения для фотона:

$$E = \hbar\omega = h\nu = pc$$



$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}, \text{ так как } \nu\lambda = c.$$

Де Бройль обобщил соотношение $p = \frac{h}{\lambda}$
для любой (в том числе и массивной) частицы
(вначале – для электрона).

h – постоянная Планка

($6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·сек = $4,14 \cdot 10^{-21}$ МэВ·сек).

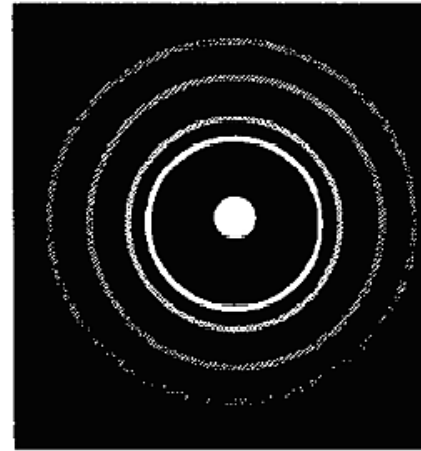
$\hbar = h/2\pi$ (приведённая постоянная Планка).

В **1927 г.** *Дэвиссон и Джермер* (США) и *Дж. Томсон* (Англия)
впервые наблюдали дифракцию электронов
(**Nobel Prize, 1937**)

*Современные
данные*



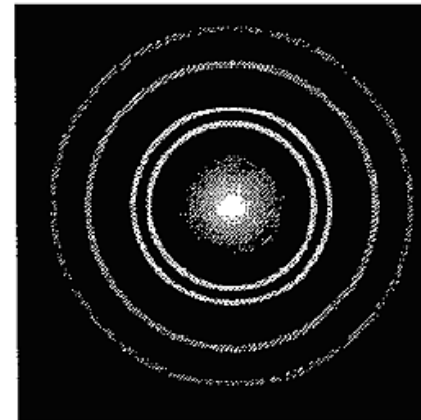
Дэвиссон, Джермер



Дифракция
электронов
с энергией 0,6 кэВ
на алюминиевой
фольге

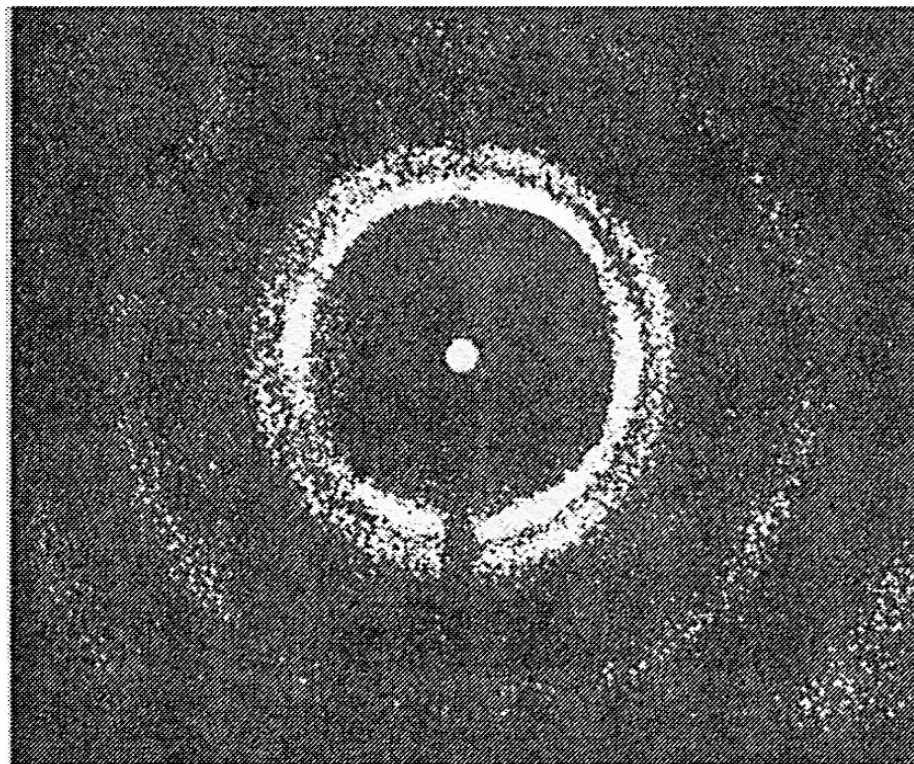


Томсон



Дифракция
рентгеновских
фотонов
с энергией 1,8 кэВ
на алюминиевой
фольге

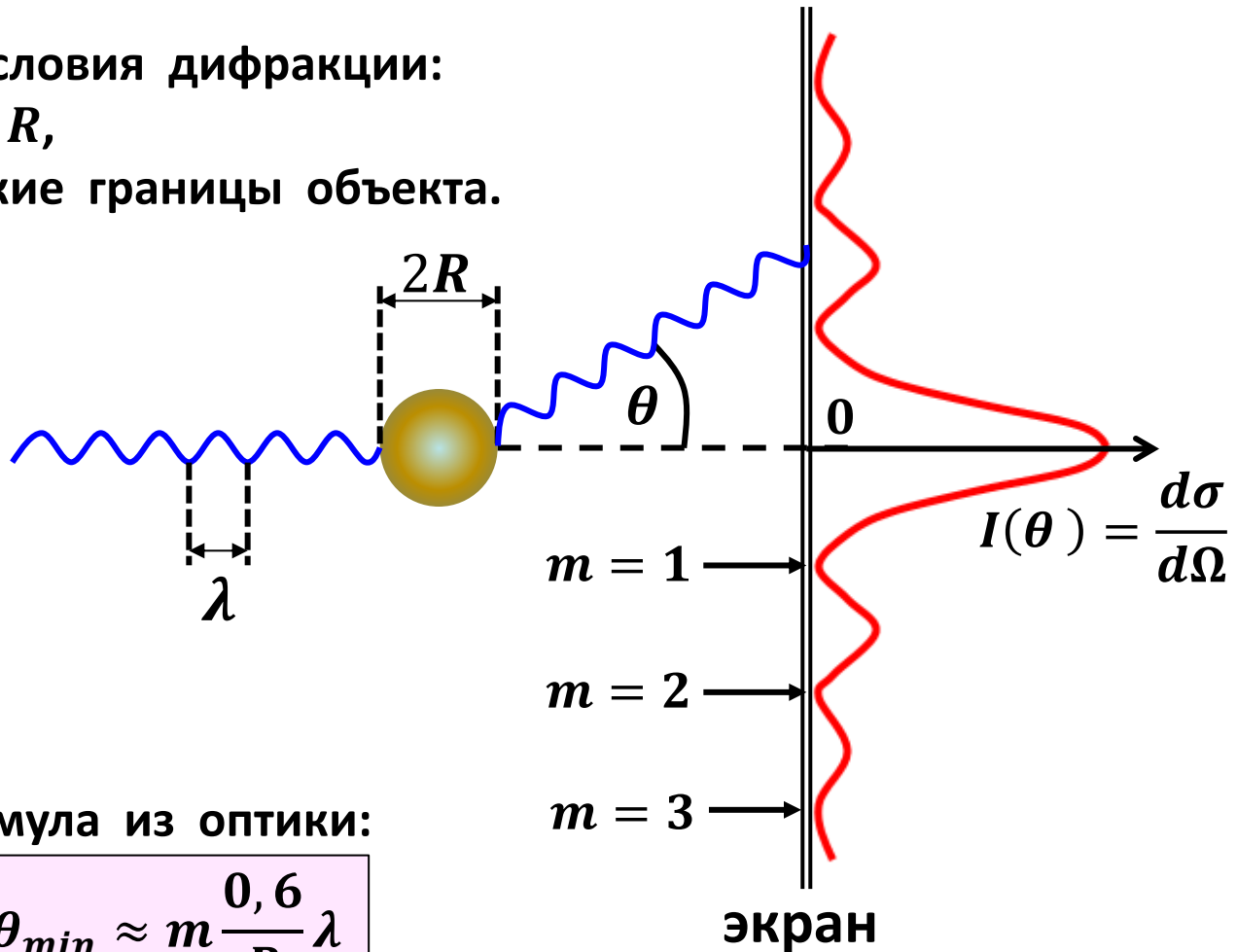
**Дифракция нейтронов с энергией 0,058 эВ
на поликристаллической мишени меди**



Дифракция на круглом (сферическом) объекте

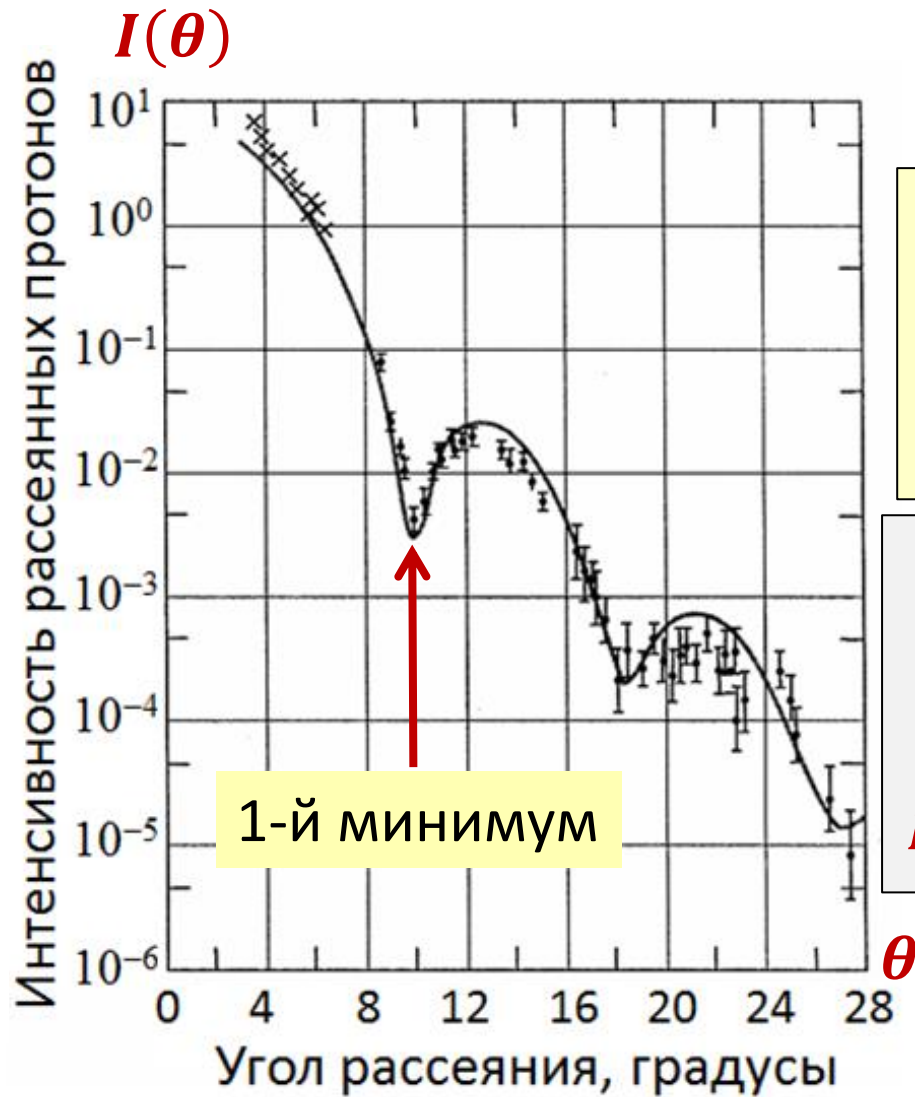
Два условия дифракции:

- 1) $\lambda < R$,
- 2) Чёткие границы объекта.



Формула из оптики:

$$\sin\theta_{min} \approx m \frac{0,6}{R} \lambda$$



Рассеяние протонов
с энергией **1 ГэВ**
на ядре кислорода.
Длина волны протона
0,73 Фм.

1-й минимум
при $\theta \approx 10^\circ$,
откуда радиус
ядра кислорода

$$R = \frac{0,6 \cdot 0,73 \text{ Фм}}{\text{Sin}10^\circ} = 2,5 \text{ Фм}$$

**Частицы – волны де Бройля.
Удобные формулы
для расчёта длин волн:**

$$\lambda = \frac{h}{p} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{h}{\sqrt{2mT}} = \frac{2\pi\hbar c}{\sqrt{2mc^2T}} \approx \frac{6,28 \cdot 200 \text{ МэВ} \cdot \text{ФМ}}{\sqrt{2mc^2T(\text{МэВ})}}, \quad \text{если } v \ll c \\ \frac{hc}{pc} \approx \frac{hc}{T} = \frac{2\pi\hbar c}{T} \approx \frac{6,28 \cdot 200 \text{ МэВ} \cdot \text{ФМ}}{T(\text{МэВ})}, \quad \text{если } v \approx c \end{array} \right.$$

Промежуточный (универсальный) случай:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar c}{\sqrt{T(2mc^2 + T)}} = \frac{6,28 \cdot 200 \text{ МэВ} \cdot \text{ФМ}}{\sqrt{T(2mc^2 + T)\text{МэВ}}}$$

Видео на Лекции:

**Опыт с двумя щелями
как иллюстрация поведения
квантовых объектов**

1. Классические частицы,

2. Волны,

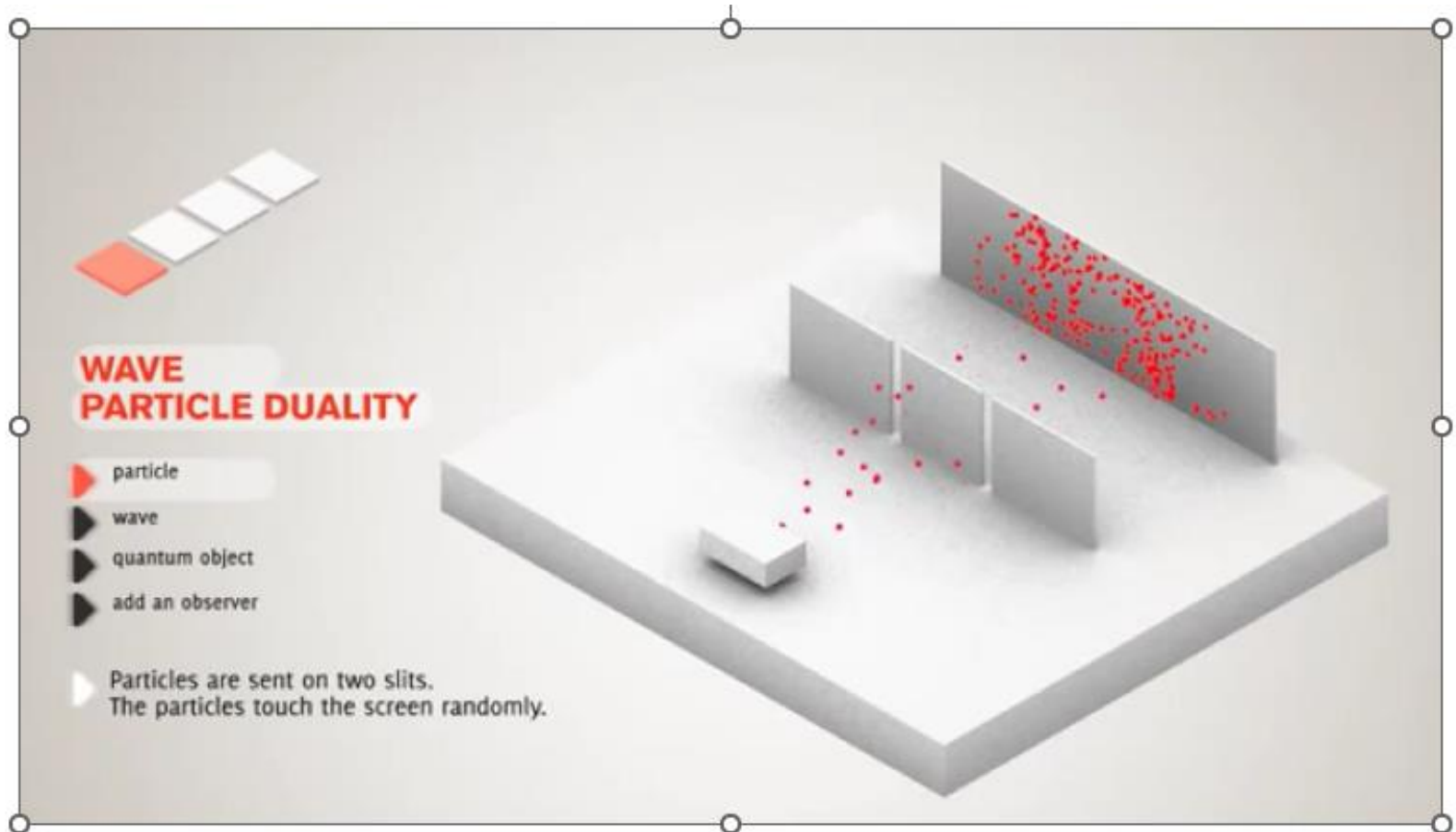
3. Квантовые объекты

**падают на две близкие,
узкие и параллельные щели
и результат отражается
на экране за щелями**

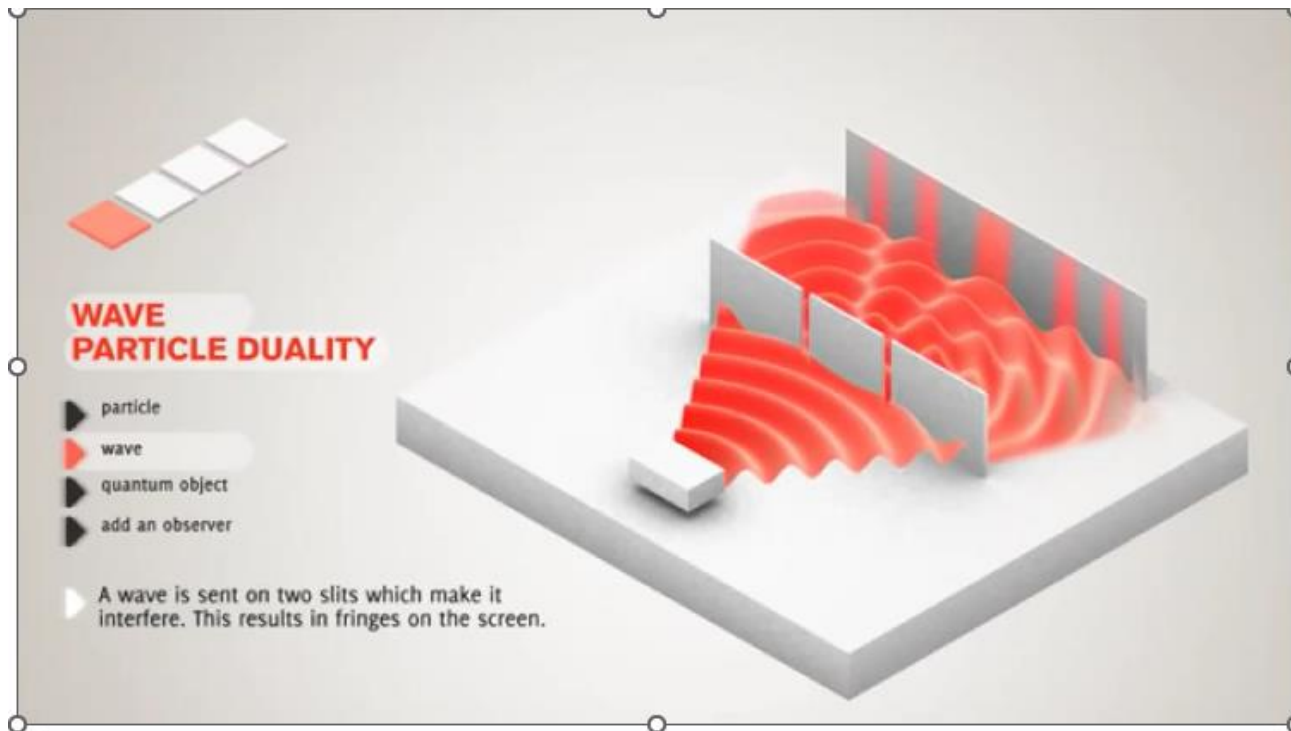
**WAVE
PARTICLE DUALITY**

All the animations and explanations on
www.toutestquantique.fr

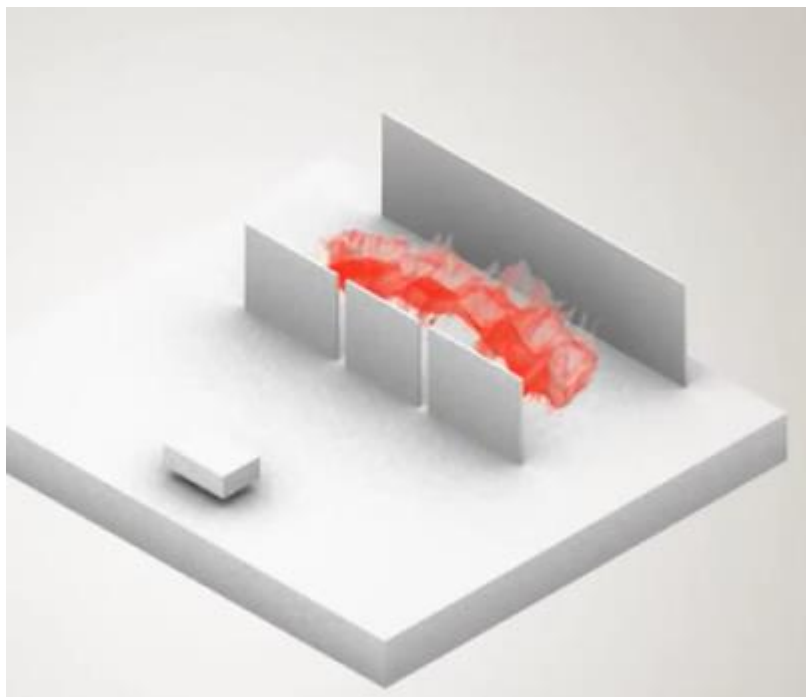
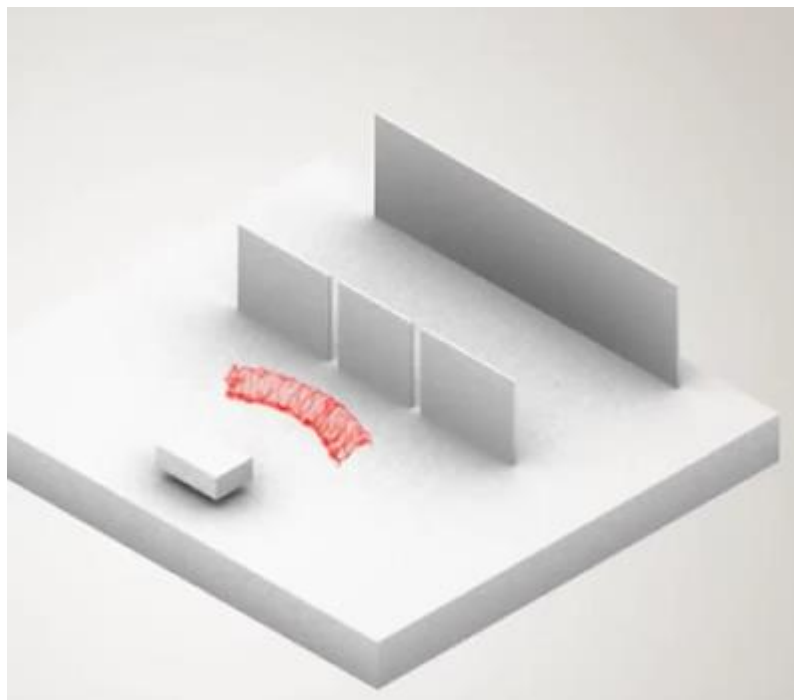
Классические частицы посылаются на две щели.
Они ударяют в экран хаотично.
Распределение точек попадания их на экран
имеют максимумы против каждой щели.



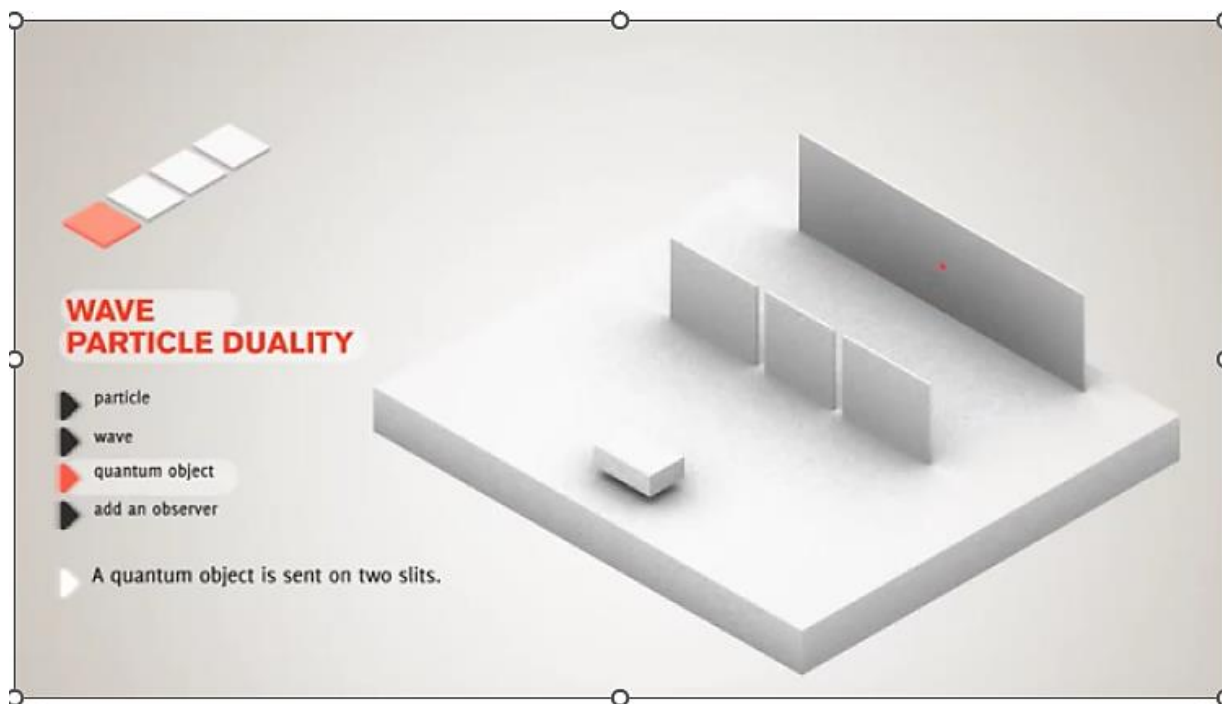
Классическая волна посылается на две близкие щели,
что вызывает интерференцию
(на экране появляются характерные интерференционные полосы)



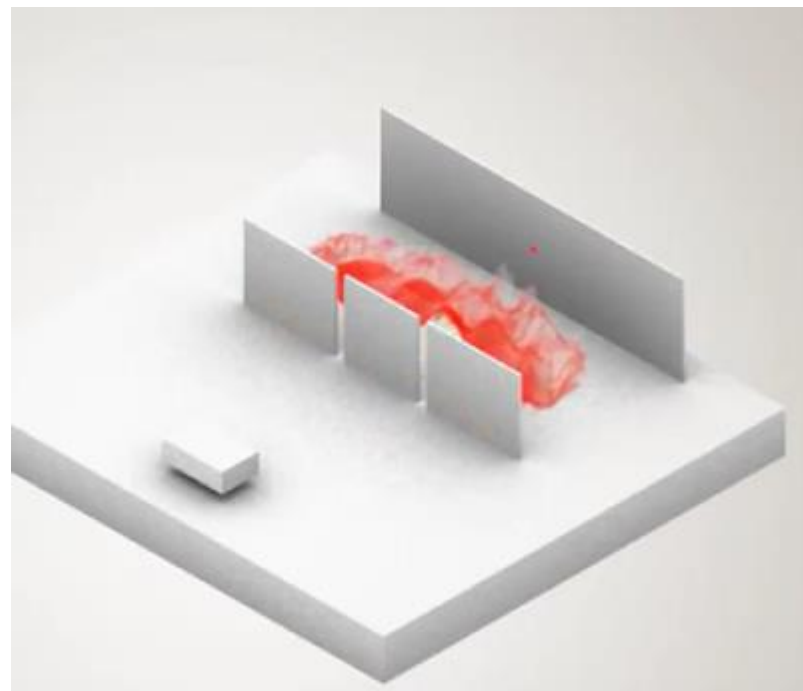
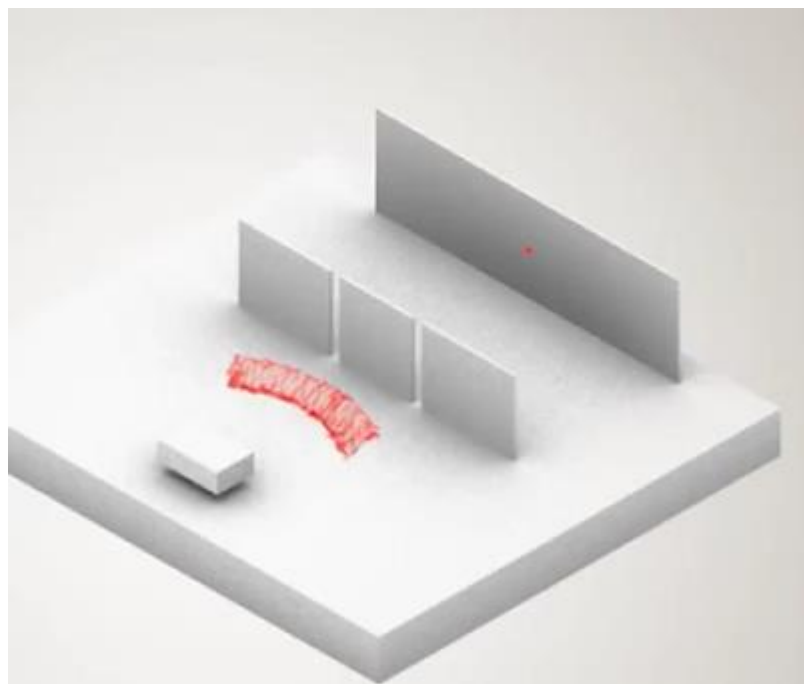
Квантовая волна-частица посылается на две близкие щели.



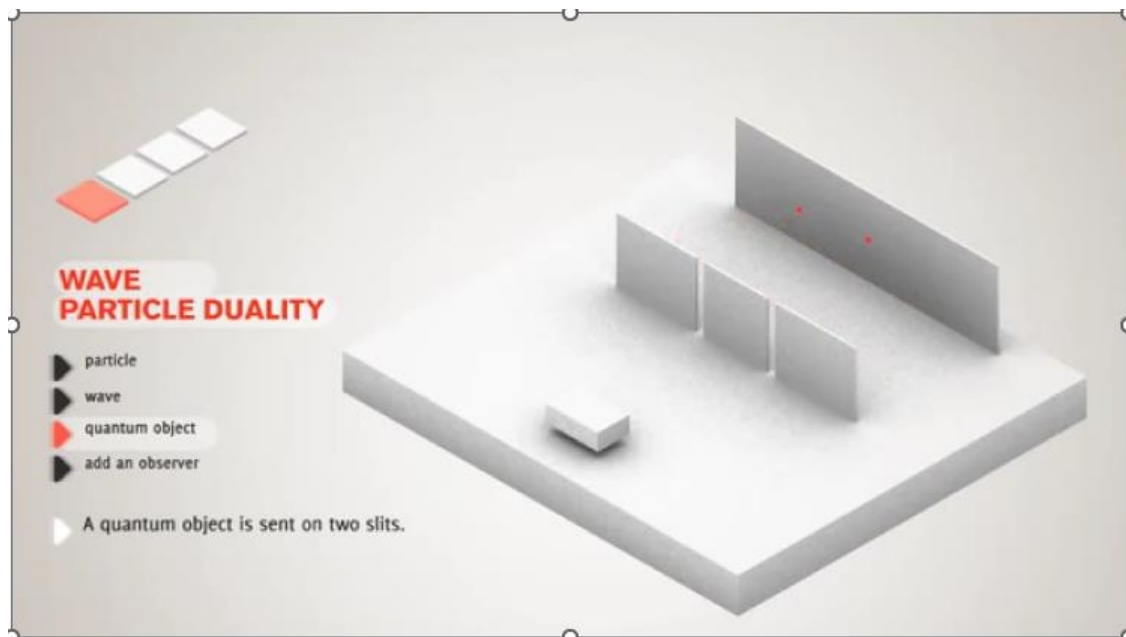
Эта волна, касаясь экрана, внезапно редуцирует (схлопывается) и на нём остаётся лишь точка попадания квантовой частицы.



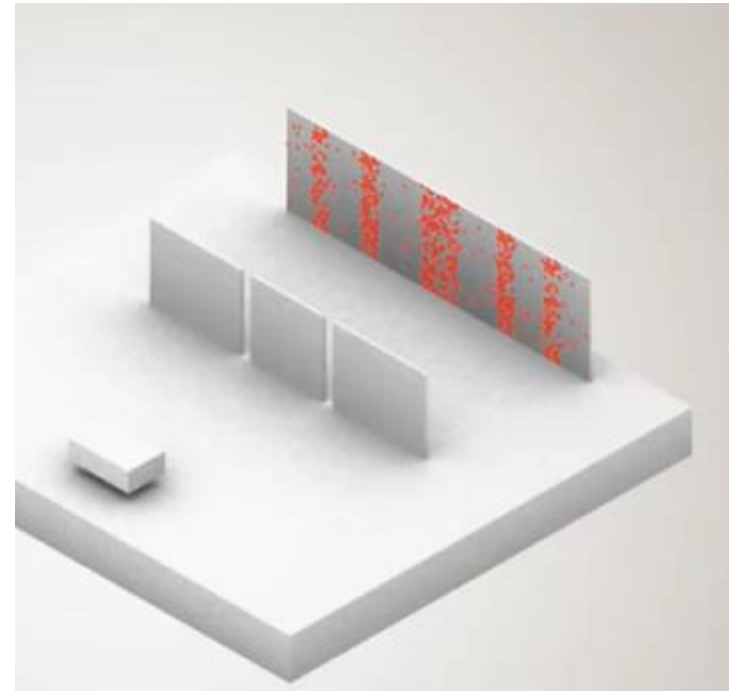
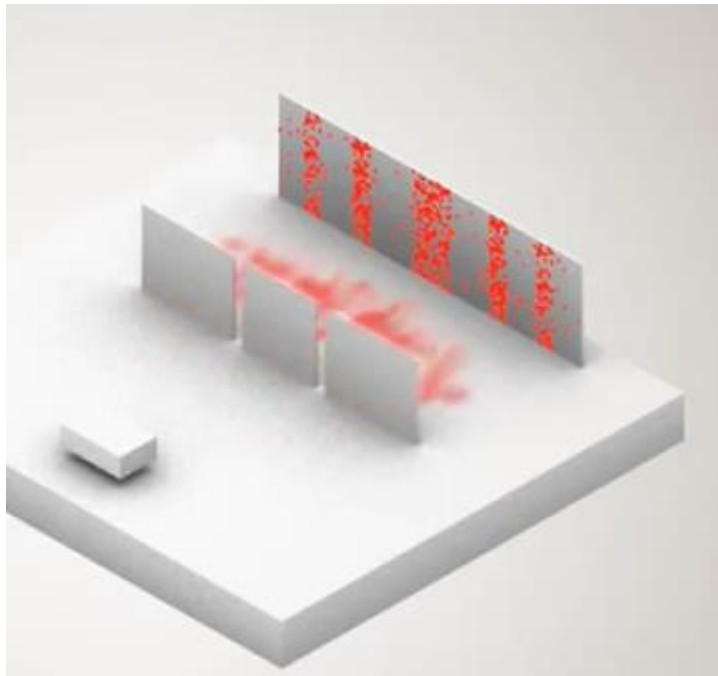
Ещё одна квантовая волна-частица посылается на две щели



Она, касаясь экрана, вновь редуцирует (схлопывается) и на нём остаётся ещё одна (вторая) точка попадания квантовой частицы.



Если повторять опыт много раз, то на экране возникнет совокупность многих точек попадания квантовых частиц, причем совокупность этих точек образует интерференционные полосы, характерные для обычной классической волновой интерференции. Густота этих точек максимальна там, где квантовая волна интенсивнее.



Итак, для квантовых объектов наблюдаются столкновения с экраном как для классических частиц и интерференционные полосы как для классических волн.

Если определять, через какую щель прошла квантовая волна-частица, то в месте прохождения её через соответствующую щель она редуцирует (схлопывается) и интерференционная картина разрушается (интерференционные полосы исчезают), так как теряется связь этой волны-частицы с другой щелью.

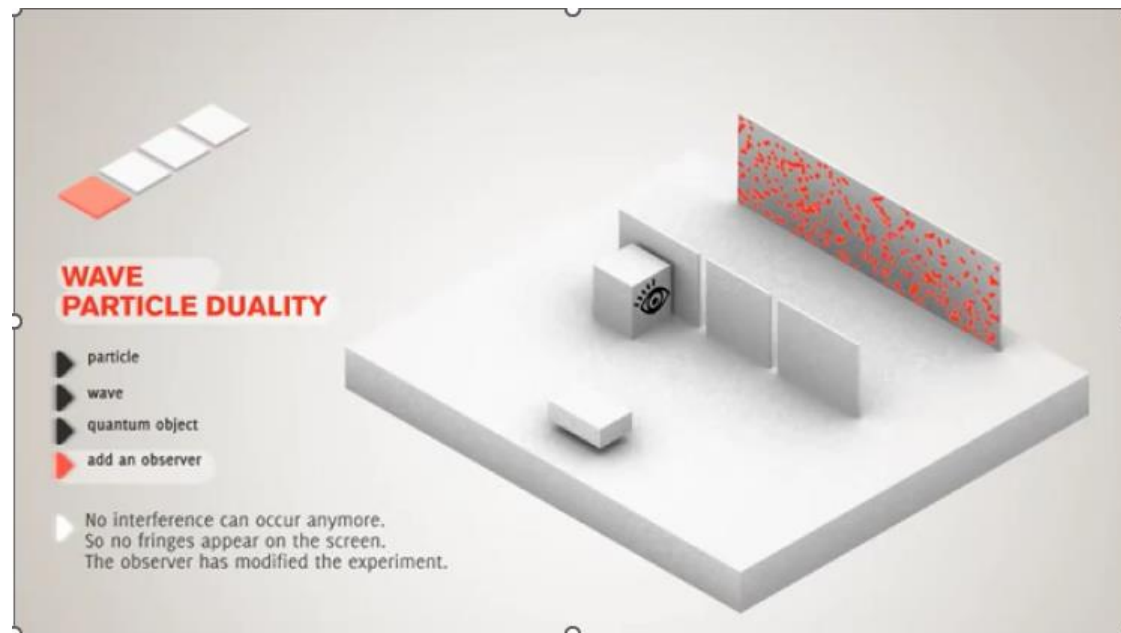
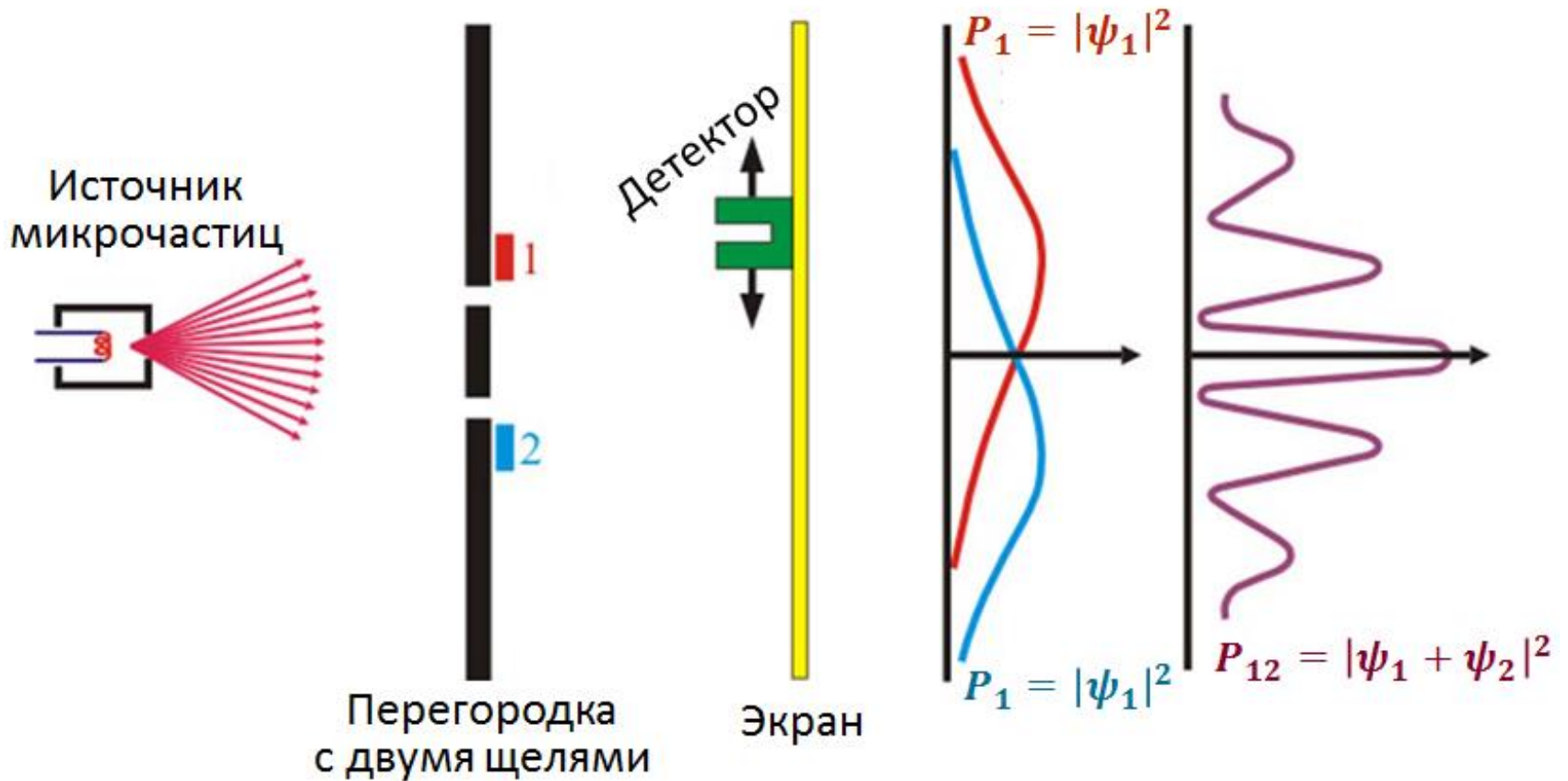
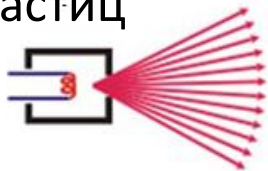


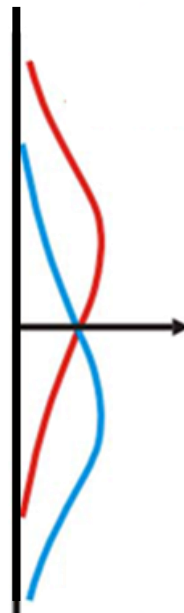
Схема показанного опыта



Источник
классических
частиц



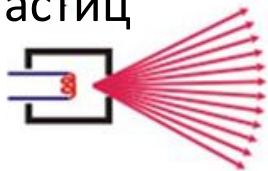
Перегородка
с двумя щелями



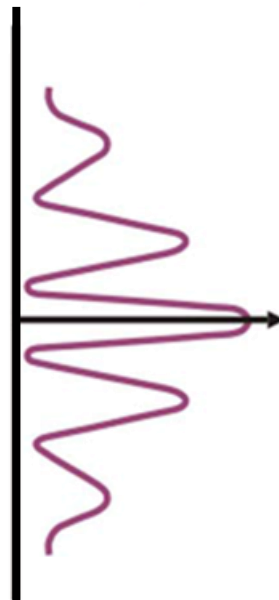
Экран

**Опыт
с
классическими
частицами**

Источник
квантовых
частиц



Перегородка
с двумя щелями



Экран

**Опыт
с
квантовыми
частицами**

Результаты опыта с двумя щелями:

1

**Классические частицы
посылаются на две щели.
Они ударяют в экран хаотично.**

2

**Волны посылаются на две близкие щели,
что вызывает интерференцию.
На экране возникают
характерные интерференционные полосы.**

3

Квантовые объекты падают на две щели.

**Квантовая волна, касаясь экрана,
внезапно редуцирует (схлопывается)**

и на экране наблюдается лишь точка попадания

частицы и это происходит чаще там,

где интерферирующая волна интенсивнее.

Итак, для квантовых объектов наблюдаются

столкновения с экраном

как для классических частиц

и интерференционные полосы как для волн.

4

Если экспериментатор определяет, через какую щель проходит волна, то она в точке наблюдения редуцирует (схлопывается) и проходит теперь только через одну из двух щелей. Интерференция больше не возникает и интерференционные полосы на экране не появляются.

В присутствии наблюдателя эксперимент модифицируется.

О чём свидетельствует этот опыт?

О дуализме «волна-частица» квантового объекта

- Когда мы наблюдаем за квантовым объектом, он всегда предстает компактной частицей малых размеров в определенной точке пространства.
- Когда мы не «смотрим» на него, его положение в пространстве «размазано» в виде некой волны.
- Амплитуда этой волны в данной точке пространства (*точнее, квадрат амплитуды*) пропорциональна вероятности обнаружить квантовый объект в данной точке пространства.
- Когда мы «смотрим» на квантовый объект, его волна вероятности схлопывается и мы с вышеуказанной вероятностью наблюдаем частицу в определенной точке пространства.

**Что значит
«смотреть», «наблюдать», «обнаружить»
квантовый объект?**

Это значит – зафиксировать, зарегистрировать его появление прибором классических размеров.

**Соприкосновение (взаимодействие)
квантового объекта**

с телом классических размеров приводит к схлопыванию волны вероятности объекта.

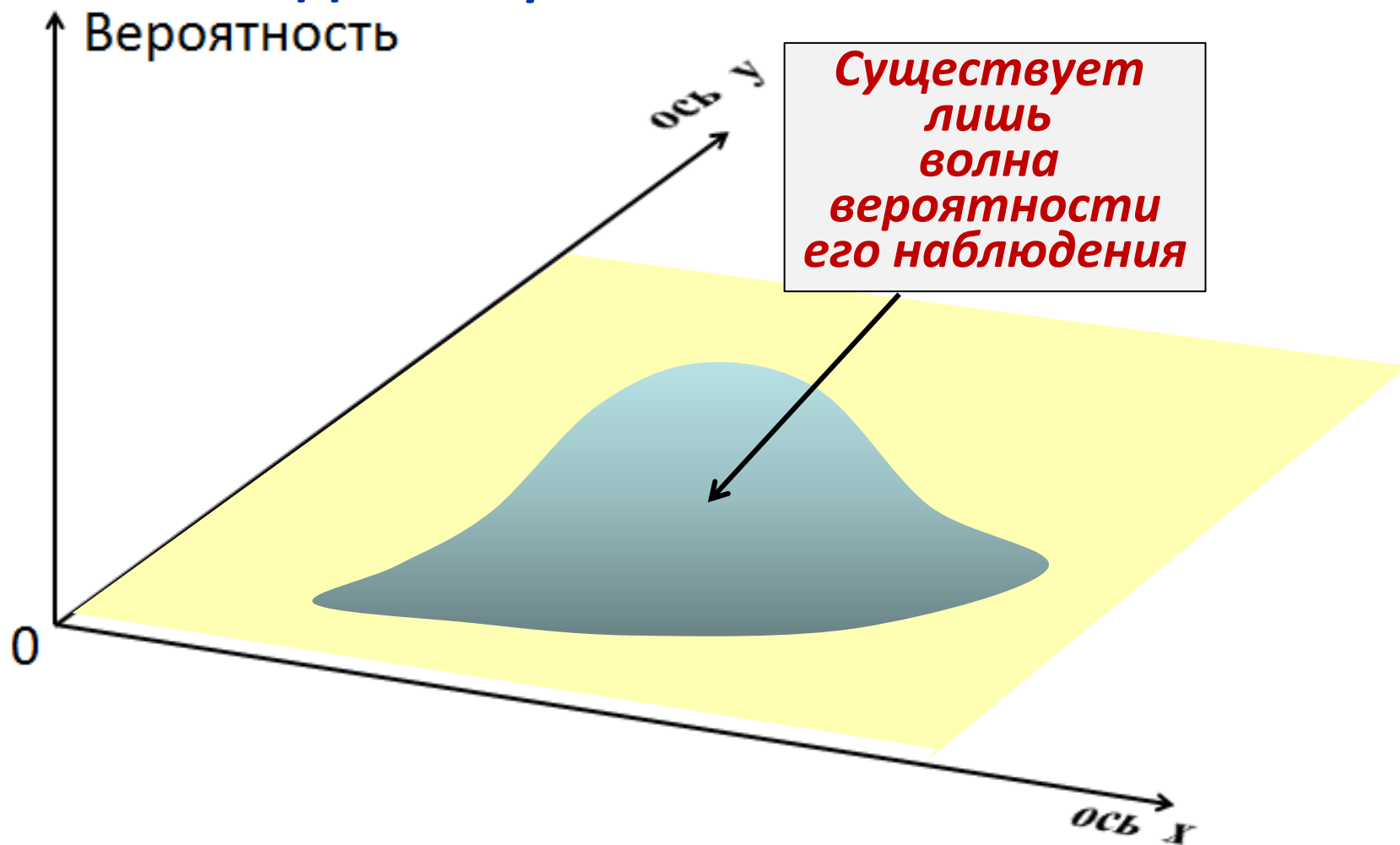
Он предстает компактной частицей малых размеров в определённой точке пространства.

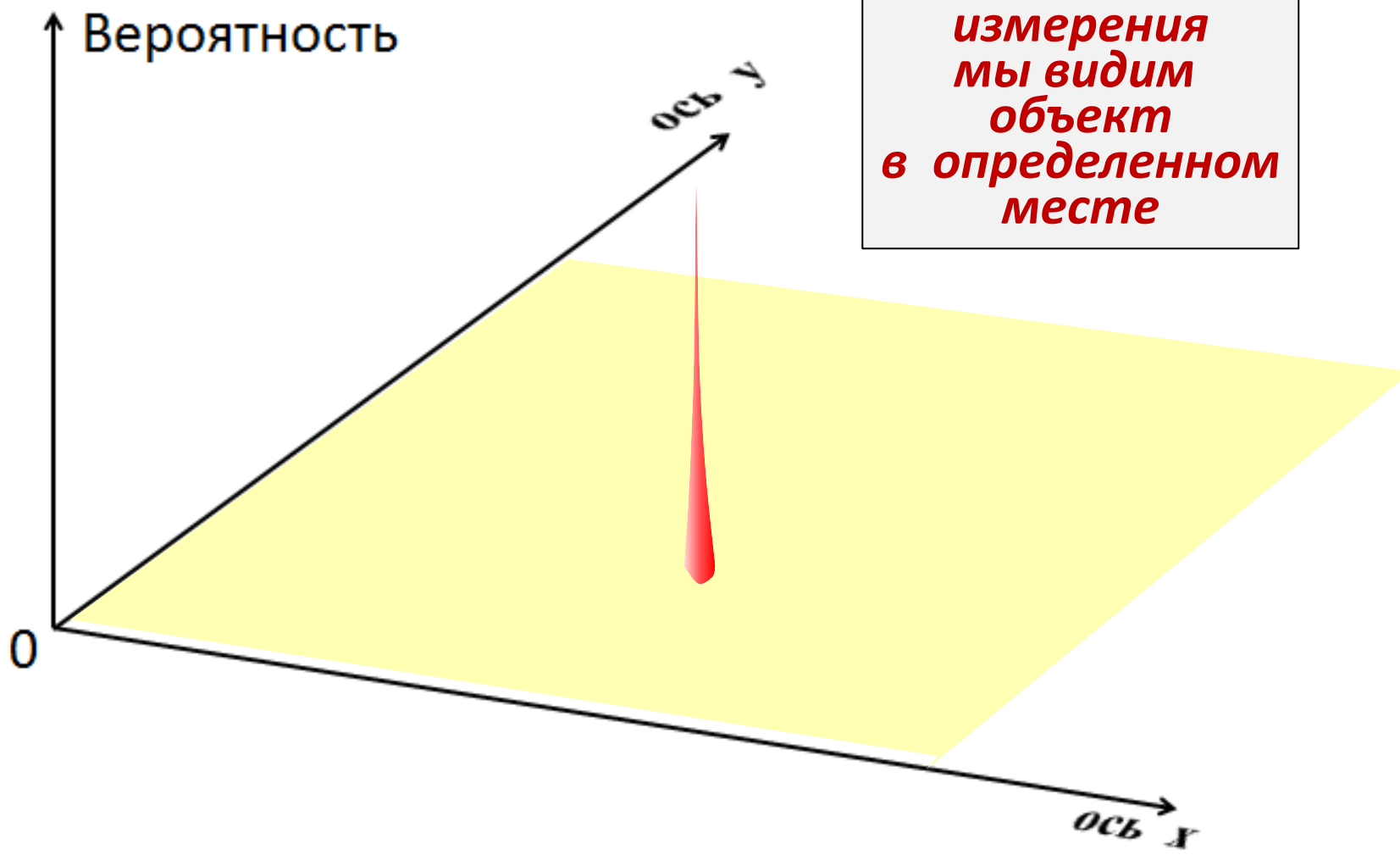
***Квантовый объект не имеет
определённого положения
до проведения измерения***

Эта трактовка квантовой механики наиболее распространена и принадлежит Копенгагенской школе Нильса Бора

Квантовый объект до и после измерения

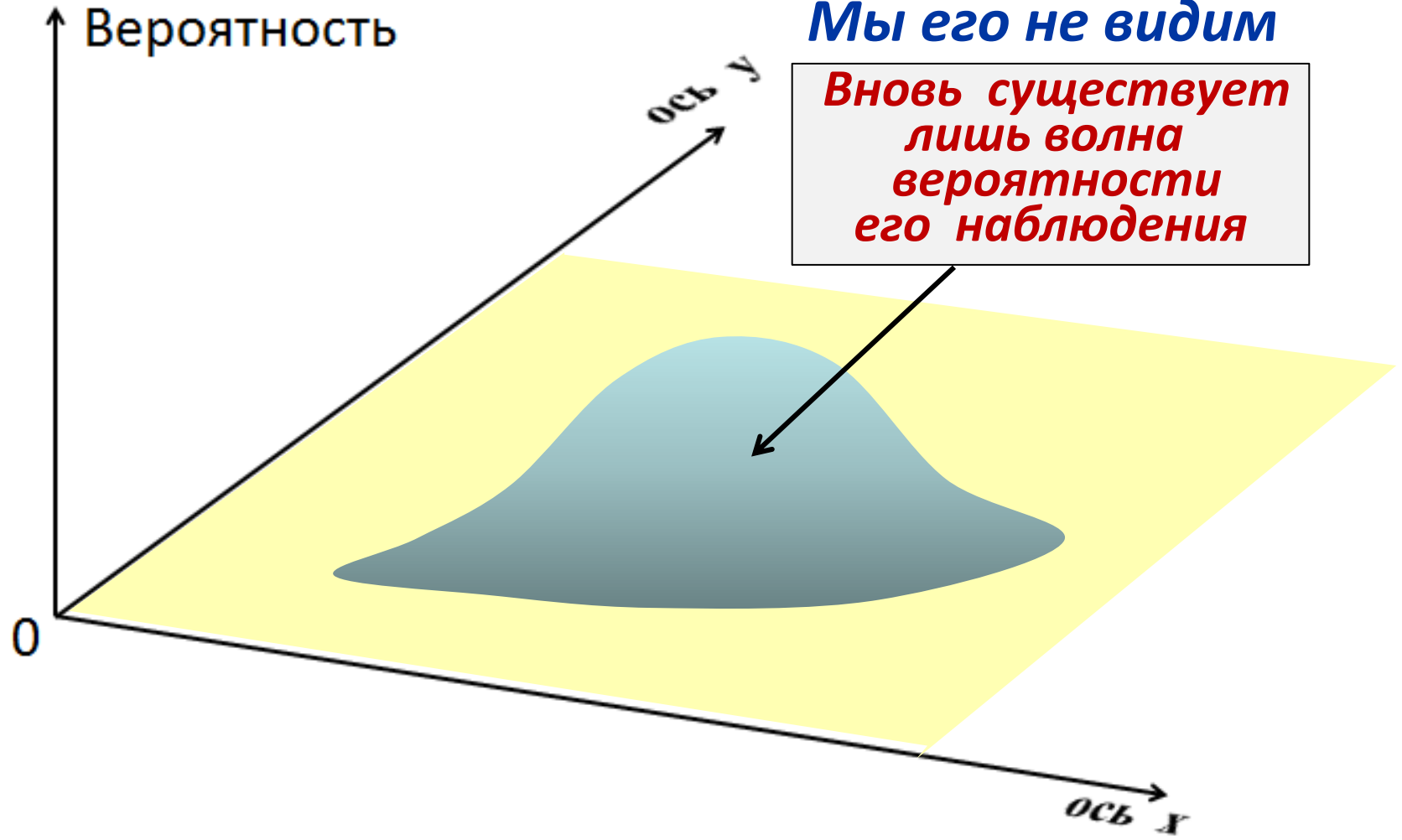
До измерения мы не видим объект



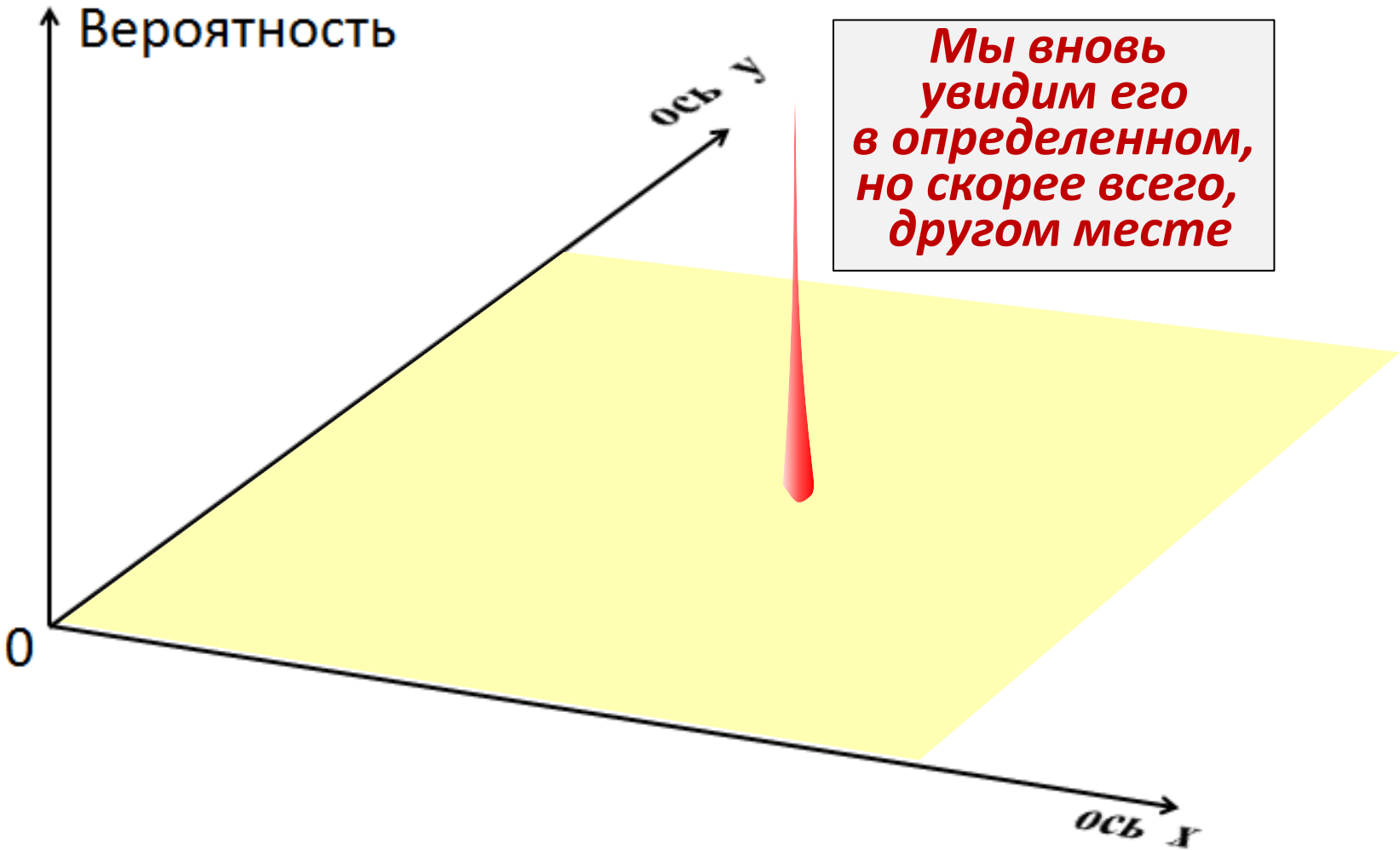


**После
измерения
мы видим
объект
в определенном
месте**

Отвернемся от квантового объекта

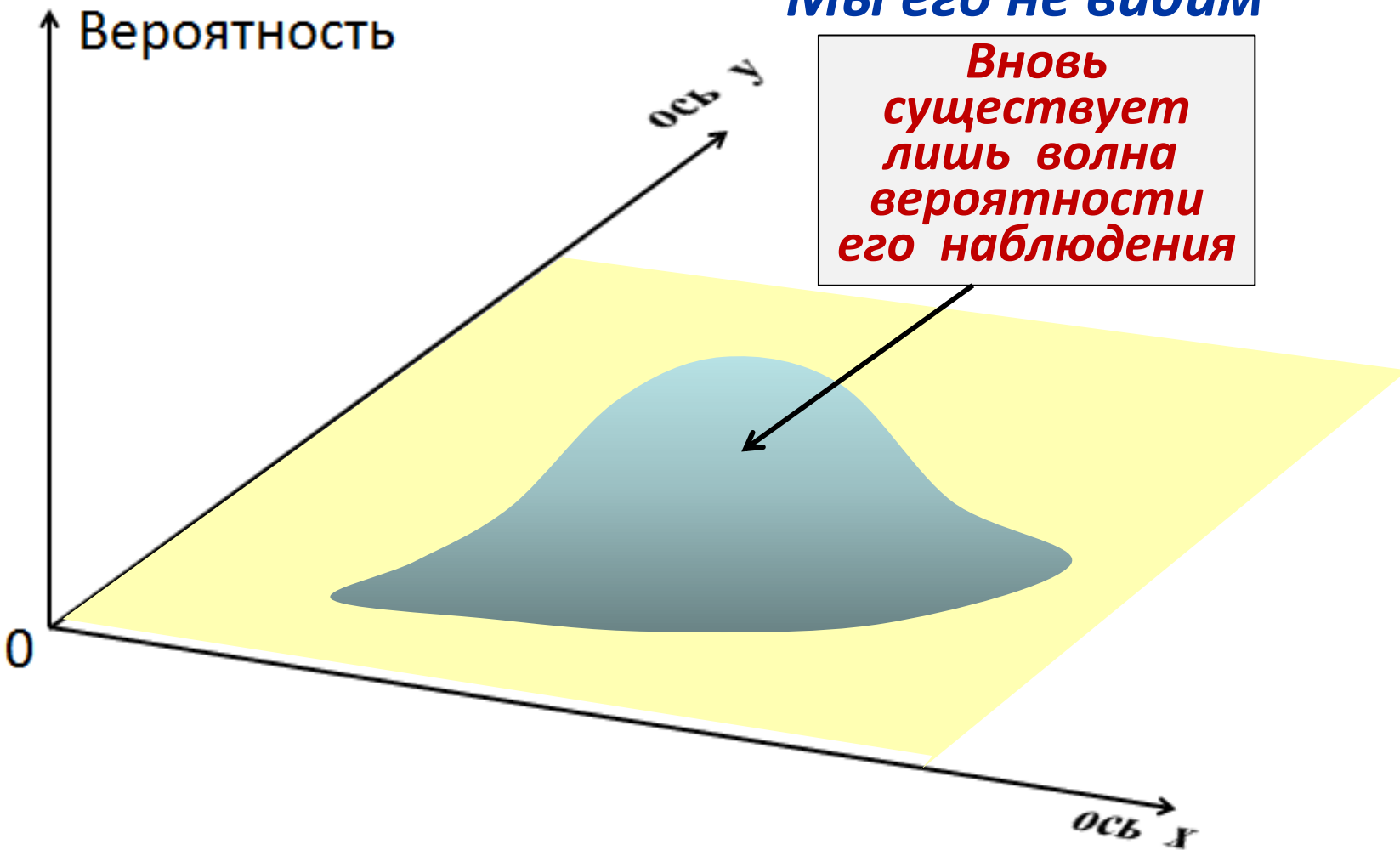


Вновь посмотрим на объект

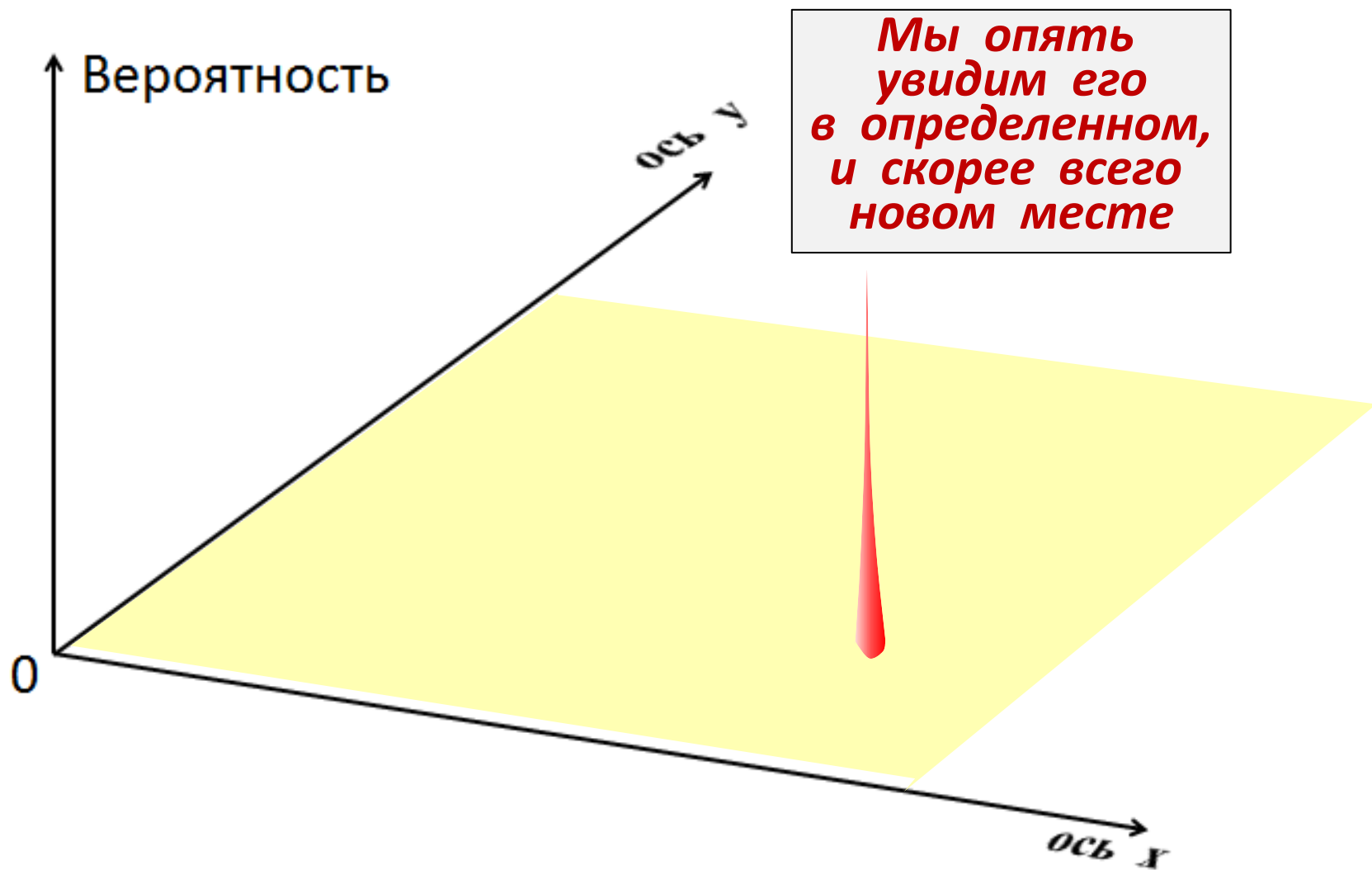


Опять отвернемся от объекта

Мы его не видим



Снова повернемся к объекту



Два возражения Эйнштейна против квантовой механики и её создателей:

*Вы действительно верите в то,
что Луны нет на небе,
пока мы не взглянем на неё?*

Бог не играет в кости



Итак, каждой частице с импульсом \vec{p} сопоставляется *волна де Бройля* с длиной волны $\lambda = \frac{h}{p}$. Это волна вероятности.

В квантовой механике она описывается волновой функцией $\Psi(\vec{r}, t)$.

Именно она определяет состояние частицы. Так, волновая функция свободной частицы с импульсом \vec{p} и энергией E это плоская монохроматическая волна:

$$\Psi(\vec{r}, t) = A e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} = A e^{\frac{i}{\hbar}(\vec{p}\vec{r} - Et)}, \quad (1)$$

где $\vec{k} = \frac{\vec{p}}{\hbar}$, $E = \hbar\omega$, а A – амплитуда. $|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$.

В дальнейшем полагаем $A = 1$.

Двукратное дифференцирование соотношения (1) приводит к уравнению Шредингера для свободной частицы.

Дифференцируем (1) по времени t :

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = E\Psi \quad (2)$$

и меняем энергию E свободной частицы, т.е. её кинетическую энергию на её полную энергию во внешнем поле $U(\vec{r}, t)$:

$$E \Rightarrow \underset{\substack{\uparrow \\ \text{кинетическая} \\ \text{энергия}}}{T} + U(\vec{r}, t) \equiv H \text{ (гамильтониан):}$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = H\Psi . \quad (3)$$

Это уравнение станет уравнением Шредингера, если вместо классического гамильтониана H использовать этот гамильтониан в *операторной* форме:

$$\hat{H} = \hat{T} + U(\vec{r}, t), \quad (4)$$

где \hat{T} - оператор кинетической энергии частицы.

Найдем его.

Дифференцируем (1) по координатам x, y, z :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{i}{\hbar} p_x \Psi, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{i}{\hbar} p_y \Psi, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} = \frac{i}{\hbar} p_z \Psi. \quad (5)$$

Дифференцируем по x, y, z ещё раз и получаем:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} = -\frac{1}{\hbar^2} \left[(p_x)^2 + (p_y)^2 + (p_z)^2 \right] \Psi. \quad (6)$$

Учитывая, что $\frac{(p_x)^2 + (p_y)^2 + (p_z)^2}{2m} = T$

и, комбинируя (2) и (6), получаем

$$(7) \quad i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi, \quad \text{где } \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \text{ - лапласиан}$$

и оператор кинетической энергии имеет вид

$$\hat{T} = \hat{p}^2 / 2m = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta. \quad (8)$$

С учётом (8) и (4) $\hat{H} = \hat{T} + U(\vec{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(\vec{r}, t)$

и приходим к уравнению (3) в *операторной* форме,

т.е. к уравнению Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H} \Psi \quad (9)$$

Это уравнение
для волновой функции
получил в 1926 г.
Эрвин Шредингер
(Nobel Prize, 1933).



Левая часть уравнения содержит $\partial\Psi/\partial t$,
т.е. скорость изменения волновой функции.
Правая часть показывает,
что скорость изменения Ψ
определяется кинетической энергией объекта
и энергией его взаимодействия с внешним полем.

Соотношения (5)

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{i}{\hbar} p_x \Psi, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial y} = \frac{i}{\hbar} p_y \Psi, \quad \frac{\partial \Psi}{\partial z} = \frac{i}{\hbar} p_z \Psi.$$

можно записать в виде

$$\hat{p}_x \Psi = p_x \Psi, \quad \hat{p}_y \Psi = p_y \Psi, \quad \hat{p}_z \Psi = p_z \Psi, \quad (10)$$

где вводятся операторы проекций импульса

$$\hat{p}_x = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x}, \quad \hat{p}_y = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial y}, \quad \hat{p}_z = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial z},$$

а сами соотношения (10) это дифференциальные уравнения для нахождения волновых функций Ψ и значений проекций импульсов p_x , p_y и p_z в состояниях, описываемых этими волновыми функциями.

Такой подход – это иллюстрация метода нахождения физических величин и состояний физических объектов (их волновых функций) в квантовой механике.

В общем виде,
если речь идёт о физической величине A ,
то сами возможные значения этой величины
и соответствующие им волновые функции Ψ
подчиняются операторному уравнению
(уравнению на собственные значения)
 $\hat{A}\Psi = A\Psi$.

*В квантовой механике
операторы физических величин
выражаются друг через друга так же,
как сами физические величины
в классической физике.*



Вероятностную (статистическую) интерпретацию волновой функции предложил в **1927 г.**
Макс Борн (Nobel Prize, 1954).

Согласно ей квадрат модуля волновой функции $|\Psi(\vec{r}, t)|^2$ равен вероятности найти частицу в единичном объёме пространства вокруг точки \vec{r} в момент времени t . Полная вероятность найти частицу во всём пространстве:

$$\iiint |\Psi(\vec{r}, t)|^2 dx dy dz = 1.$$

Волновая функция не является непосредственно наблюдаемой величиной.

Таковыми величинами являются средние значения $\langle A \rangle$ физических величин A .

При этом

Среднее значение $\langle A \rangle$ физической величины A , подчиняющейся этому операторному уравнению, даётся соотношением

$$\langle A \rangle = \iiint A |\Psi|^2 dx dy dz = \int \Psi^* \hat{A} \Psi dv.$$

Возникает своеобразное двухступенчатое описание физических объектов: сначала находят волновую функцию, а затем по ней определяют значения наблюдаемых.

В связи с понятием *дуализма волна-частица*,
как теперь относиться к электромагнитным волнам,
в частности, к свету ?

Ричард Фейнман о свете:

*Хочу особенно подчеркнуть, что свет существует
именно в виде частиц – это очень важно знать.*

*Это особенно важно знать тем из Вас,
кто ходил в школу, где, возможно,*

кто-то говорил о волновой природе света.

Я говорю Вам, как он на самом деле ведет себя

– как частицы .

Анимация на Лекции:

Электромагнитное излучение (волна) генерируется ускоренным движением заряда, например «вверх-вниз» с определённой частотой ν :

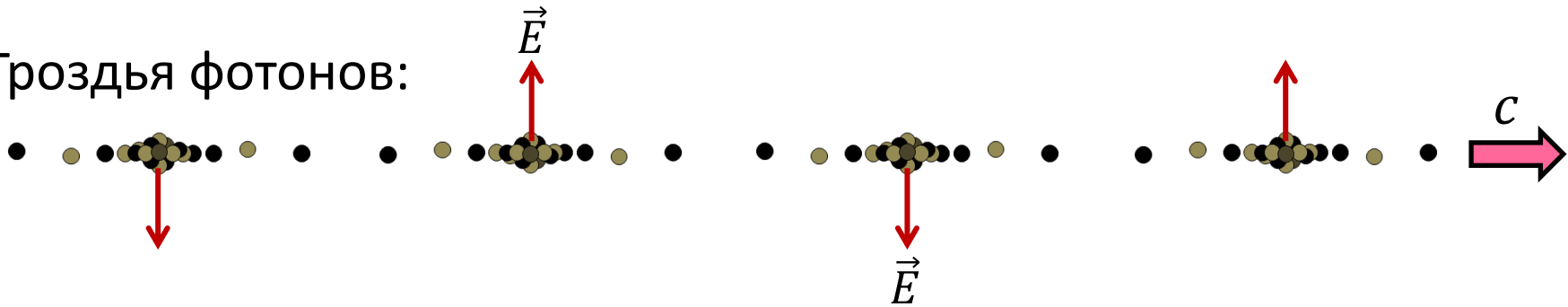


Свет, как и любая другая электромагнитная волна, — это сгустки (гроздья) точечных фотонов в гармоническом порядке летящих в одном направлении

Более детальная структура электромагнитной волны:

$$\lambda = c/\nu$$

Гроздь фотонов:



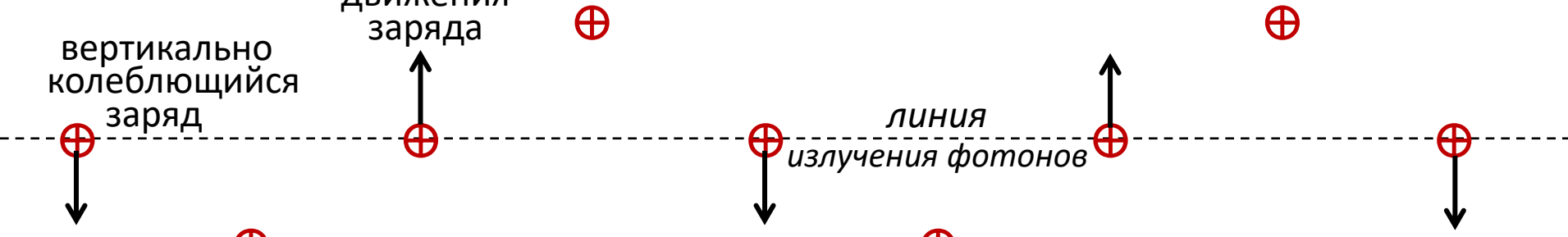
напряжённость электр. поля фотона

направление движения заряда

вертикально колеблющийся заряд

линия излучения фотонов

остановка и разворот движения заряда



Волновая функция не является непосредственно наблюдаемой величиной. Такими величинами являются средние значения $\langle A \rangle$ физических величин A .

Возникает своеобразное двухступенчатое описание физических объектов: сначала находят волновую функцию, а затем по ней определяют значения наблюдаемых.

В общем виде,
если речь идёт о физической величине A ,
то сами возможные значения этой величины
и соответствующие им волновые функции Ψ
подчиняются операторному уравнению
(уравнению на собственные значения)

$$\hat{A}\Psi = A\Psi.$$

При этом

Среднее значение $\langle A \rangle$ физической величины A ,
подчиняющейся этому операторному уравнению,
даётся соотношением

$$\langle A \rangle = \iiint A |\Psi|^2 dx dy dz = \int \Psi^* \hat{A} \Psi dv.$$

О том, что такое операторы физических величин
и откуда они берутся,
также можно прочесть в **Лекции 16**

Приложение 1

Вывод формулы Резерфорда

Движение α -частицы в кулоновском поле ядра это движение в центральном поле с радиальной зависимостью потенциала вида $1/r$. Такое движение аналогично движению под действием гравитационного потенциала и хорошо изучено в классической механике (законы Кеплера).

Используя законы сохранения углового момента и энергии, можно показать, что движение в потенциале вида $1/r$ является плоским, а траектория в несвязанном состоянии – гипербола. При этом имеет место соотношение

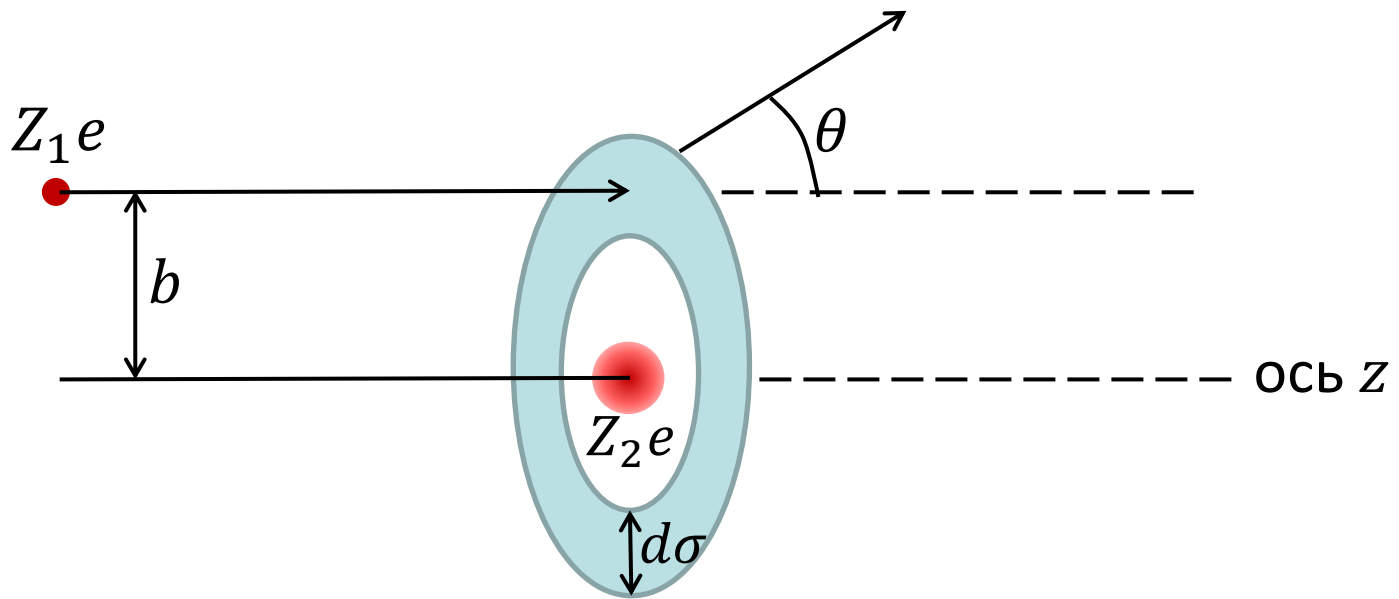
$$\operatorname{tg} \frac{\theta}{2} = \frac{r_{\min}}{2b}, \quad (1)$$

где θ – угол рассеяния, b – прицельный параметр, r_{\min} – расстояние наибольшего сближения налетающей частицы и рассеивающего центра при нулевом прицельном параметре (см. рисунок).

Дадим вывод формулы Резерфорда, используя соотношение (1) и определение дифференциального эффективного сечения $d\sigma/d\Omega$ (см. слайд 10):

$$\frac{dN}{d\Omega} = jnSL \frac{d\sigma}{d\Omega}, \quad (2)$$

где обозначения всех величин можно найти в данной Лекции.



Будем рассматривать рассеяние на одном ядре, т. е. число рассеивающих центров $nSL = 1$. При плотности потока j в кольцо радиуса b и толщиной db (показано голубым цветом на рисунке) попадает в единицу времени $j \cdot 2\pi b \cdot db$ частиц. Все они рассеются на угол θ . Итак, для числа dN рассеянных на угол θ частиц имеем

$$dN = -j \cdot 2\pi b \cdot db, \quad (3)$$

причем знак минус означает, что эти частицы выбывают из пучка.

В силу аксиальной симметрии

$$d\Omega = \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi \sin\theta d\theta. \quad (4)$$

С учётом $nSL = 1$ и соотношений (2), (3), (4) получаем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{j} \frac{dN}{d\Omega} = -\frac{1}{j} \left(\frac{j \cdot 2\pi b \cdot db}{2\pi \cdot \sin\theta d\theta} \right) = -\frac{b}{\sin\theta} \cdot \frac{db}{d\theta}. \quad (5)$$

Подставляя в (5) значение прицельного параметра из (1)

$$b = \frac{r_{min}}{2 \operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}$$

и его производную по углу θ

$$\frac{db}{d\theta} = -\frac{r_{min}}{4} \frac{1}{\sin^2 \frac{\theta}{2}},$$

приходим к соотношению

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_{min}^2}{16} \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}.$$

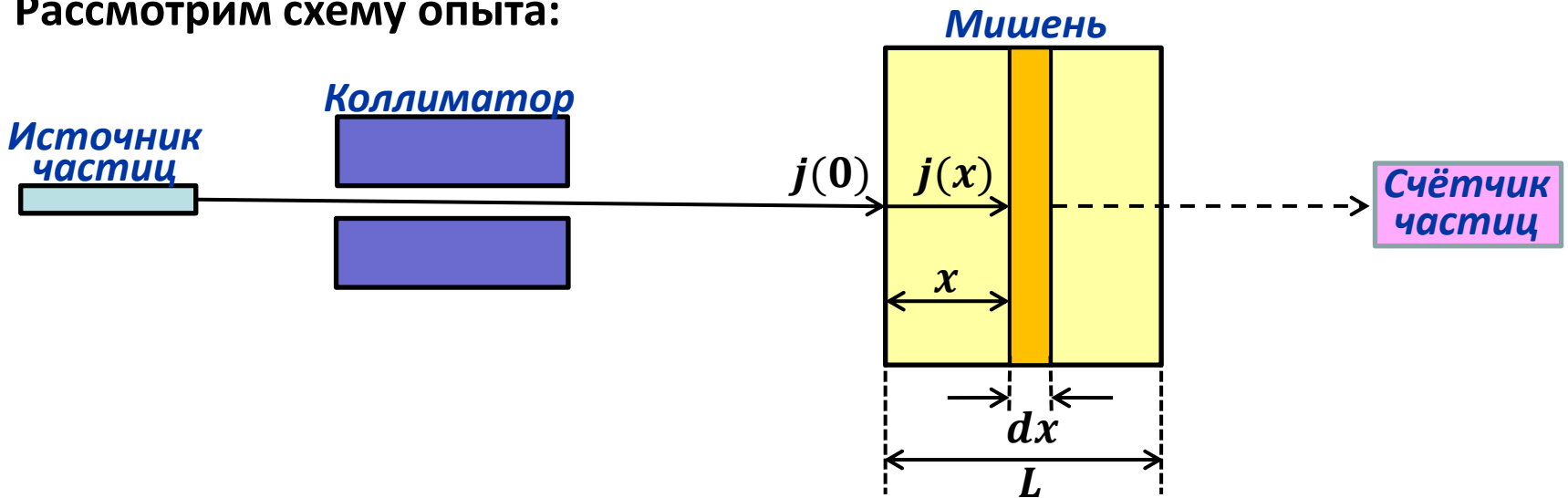
Учитывая, что $r_{min} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{T_1}$, где T_1 – кинетическая энергия налетающей частицы, приходим к формуле Резерфорда

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4T_1} \right)^2 \frac{1}{\sin^4 \frac{\theta}{2}}.$$

Приложение 2

Толстая мишень

Формула $N = jnSL\sigma$, приведенная на слайде 18 для числа частиц, испытавших в единицу времени взаимодействие с ядрами мишени и изменивших траекторию, справедлива для тонкой мишени (критерий тонкости будет сформулирован ниже). В случае мишени любой толщины (назовём её «толстой») эта формула должна быть изменена, так как плотность потока j падающих частиц уменьшается по мере их продвижения вглубь мишени. Рассмотрим схему опыта:



Частицы, испытавшие рассеяние внутри мишени, отклоняются от своей первоначальной траектории и не попадают в счётчик, имеющий малый поперечный размер. В тонком слое dx в мишени на глубине x произойдёт

число рассеяний $d\mathcal{N}(x)$, определяемое выражением

$$d\mathcal{N}(x) = -j(x) \cdot n \cdot S \cdot dx \cdot \sigma, \quad (1)$$

являющимся очевидной модификацией приведённого в начале данного **Приложения** соотношения (знак «минус» указывает на уменьшение частиц в пучке). Разделим обе части выражения (1) на S :

$$\frac{d\mathcal{N}(x)}{S} = -j(x) \cdot n \cdot dx \cdot \sigma. \quad (2)$$

В то же время левая часть (2) это изменение плотности потока частиц при прохождении тонкого слоя, т. е. $\frac{dj(x)}{S} = dj(x)$. Получаем

$$dj(x) = -j(x) \cdot n \cdot \sigma \cdot dx$$

и, интегрируя с условием $x = L$, имеем

$$j(L) = j(0)e^{-n\sigma L}. \quad (3)$$

Количество частиц $\mathcal{N}(L)$, испытавших рассеяние при прохождении ими мишени толщиной L , даётся соотношением $\mathcal{N}(L) = [j(0) - j(L)]S$. Откуда, обозначая $j(0) \equiv j$, приходим к формуле

$$\mathcal{N}(L) = jS(1 - e^{-n\sigma L}). \quad (4)$$

Она справедлива при любой толщине мишени. Если $n\sigma L \ll 1$ (критерий тонкой мишени), то $1 - e^{-n\sigma L} \approx n\sigma L$ и приходим к уже приведённому в начале **Приложения** соотношению $\mathcal{N}(L) \approx jnSL\sigma$.

Приложение 3

Фейнмановская трактовка квантовой механики

(выдержки из книги Брайана Грина «Эlegantная Вселенная»)

Ричард Фейнман принял вероятностную интерпретацию квантовой механики, но после Второй мировой войны предложил новый взгляд на эту теорию. С позиции численных предсказаний точка зрения Фейнмана *полностью согласуется* с тем, что было известно ранее. Рассмотрим её в контексте экспериментов с электронами и двумя щелями.

Фейнман усомнился в основном классическом предположении, согласно которому каждый электрон проходит либо через левую щель, либо через правую. Он провозгласил, что каждый электрон, который проходит через двухщелевую преграду и попадает на фосфоресцирующий экран, проходит через *обе* щели, т.е., на отрезке от источника до некоторой точки на фосфоресцирующем экране каждый отдельно взятый электрон перемещается *по всем возможным траекториям одновременно*.

Фейнман показал, что каждому из этих путей можно поставить в соответствие некоторое число, и общее среднее этих чисел даст ту же вероятность, что и расчёт с использованием волновой функции. Итак, с точки зрения Фейнмана, с электроном не нужно связывать никакой вероятностной волны.

Вместо этого мы должны представить себе нечто столь же, если не более, странное. Вероятность того, что электрон – который во всех отношениях проявляет себя частицей, – появится в некоторой заданной точке экрана, определяется суммарным эффектом от всех возможных путей, ведущих в эту точку. Этот подход к квантовой механике известен как фейнмановское «суммирование по путям».

Здесь начинает протестовать наше классическое образование: как может один электрон *одновременно* перемещаться по различным путям, да ещё и по бесконечному числу путей? Это возражение кажется неоспоримым, но квантовая механика – реальная физика нашего мира – требует, чтобы вы держали столь тривиальные возражения при себе. Результаты расчётов с использованием фейнмановского подхода согласуются с результатами, полученными с применением метода волновых функций, которые в свою очередь согласуются с экспериментальными данными. Вы должны позволить Природе самой определять, что является разумным, а что – нет. Как написал в одной из своих работ Фейнман: «Квантовая механика даёт совершенно абсурдное с точки зрения здравого смысла описание Природы. И оно полностью соответствует эксперименту. Так что я надеюсь, что вы сможете принять Природу такой, как она есть – абсурдной».

Однако, независимо от того, насколько абсурдной является Природа на уровне микромира, при переходе к нашим обычным масштабам любая теория должна приводить к привычным прозаичным событиям. Как показал Фейнман, для движения больших тел, таких как бейсбольные мячи, самолеты или планеты, каждое из которых является огромным по сравнению с субатомными частицами, его правило определения весов различных траекторий гарантирует, что *все траектории, кроме одной, взаимно сократятся* при суммировании их вкладов. В действительности, когда дело касается движения классического тела, значение имеет только одна траектория из бесконечного их количества. И это именно та траектория, которая следует из ньютоновских законов движения. Вот почему в нашем повседневном мире нам *кажется*, что тела (такие, как брошенный в воздух мяч) следуют вдоль единственной, уникальной и предсказуемой траектории из начальной точки в пункт назначения. Но для объектов микромира фейнмановское правило назначения весов траекториям показывает, что свой вклад в движение объекта могут вносить (и часто вносят) многочисленные возможные траектории. Например, в эксперименте с двумя щелями некоторые из траекторий проходят через разные щели, приводя к образованию интерференционной картины. В микромире мы не можем гарантировать, что электрон пройдет только через одну щель или только через другую. Интерференционная картина и фейнмановская альтернативная формулировка квантовой механики недвусмысленно поддерживают друг друга.