

Модель ядерных оболочек

Одночастичные
состояния
нуклонов



Темы лекции

1. Ядерные модели. История ядерной модели оболочек.
2. Обоснование ядерной модели оболочек.
Магические числа.
3. Ядерная потенциальная яма.
4. Одночастичные нуклонные уровни в потенциальных ямах различного типа. Заполнение этих уровней.
5. Учёт спин-орбитального расщепления.
Объяснение магических чисел.
6. Реалистическая диаграмма нуклонных одночастичных уровней.
7. Спин и чётность основных состояний ядер в одночастичной модели оболочек.
8. Учёт спаривания нуклонов в одночастичной модели оболочек.
9. Заключительные замечания о ядерной модели оболочек.

Модель ядерных оболочек

Модели ядра можно разбить на два больших класса:
микроскопические,
рассматривающие поведение отдельных нуклонов в ядре, и
коллективные,
рассматривающие согласованное движение
больших групп нуклонов в ядре.
Среди микроскопических моделей выделяется
модель оболочек.
Она во многом аналогична модели атомных оболочек,
но имеет от неё ряд принципиальных отличий.



Гоепперт-Майер

Модель
ядерных оболочек была
сформулирована в **1949 г.**
В **1953 г.** за создание
этой модели
Мария Гепперт-Майер
и **Ханс Йенсен**
были удостоены
Нобелевской премии.



Jensen

Основной факт,
подтверждающий оболочечное строение ядра,
это «**магические числа**» нуклонов.

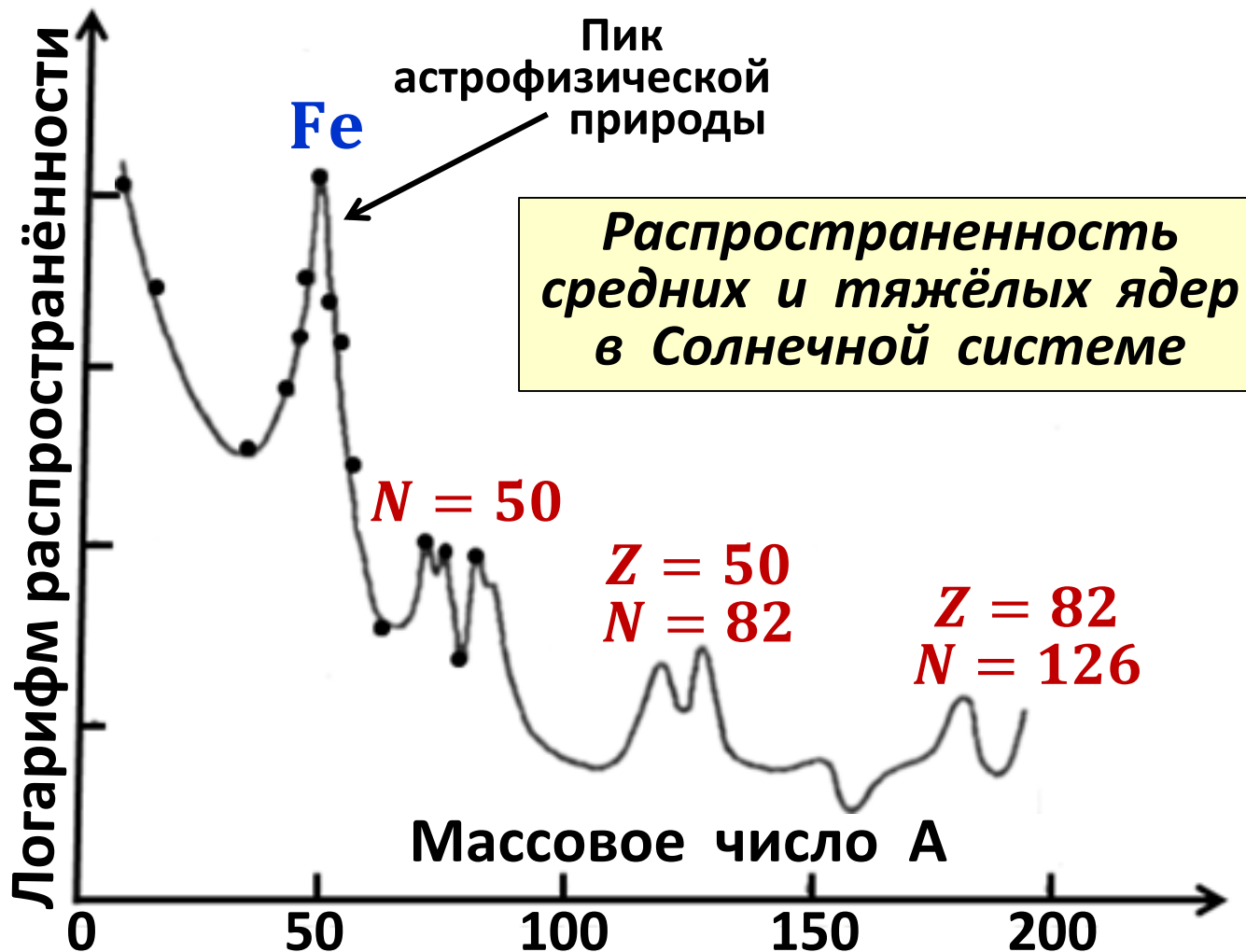
Ядра, у которых число нейтронов или протонов
равно этим числам, обладают повышенной
устойчивостью и распространённостью.

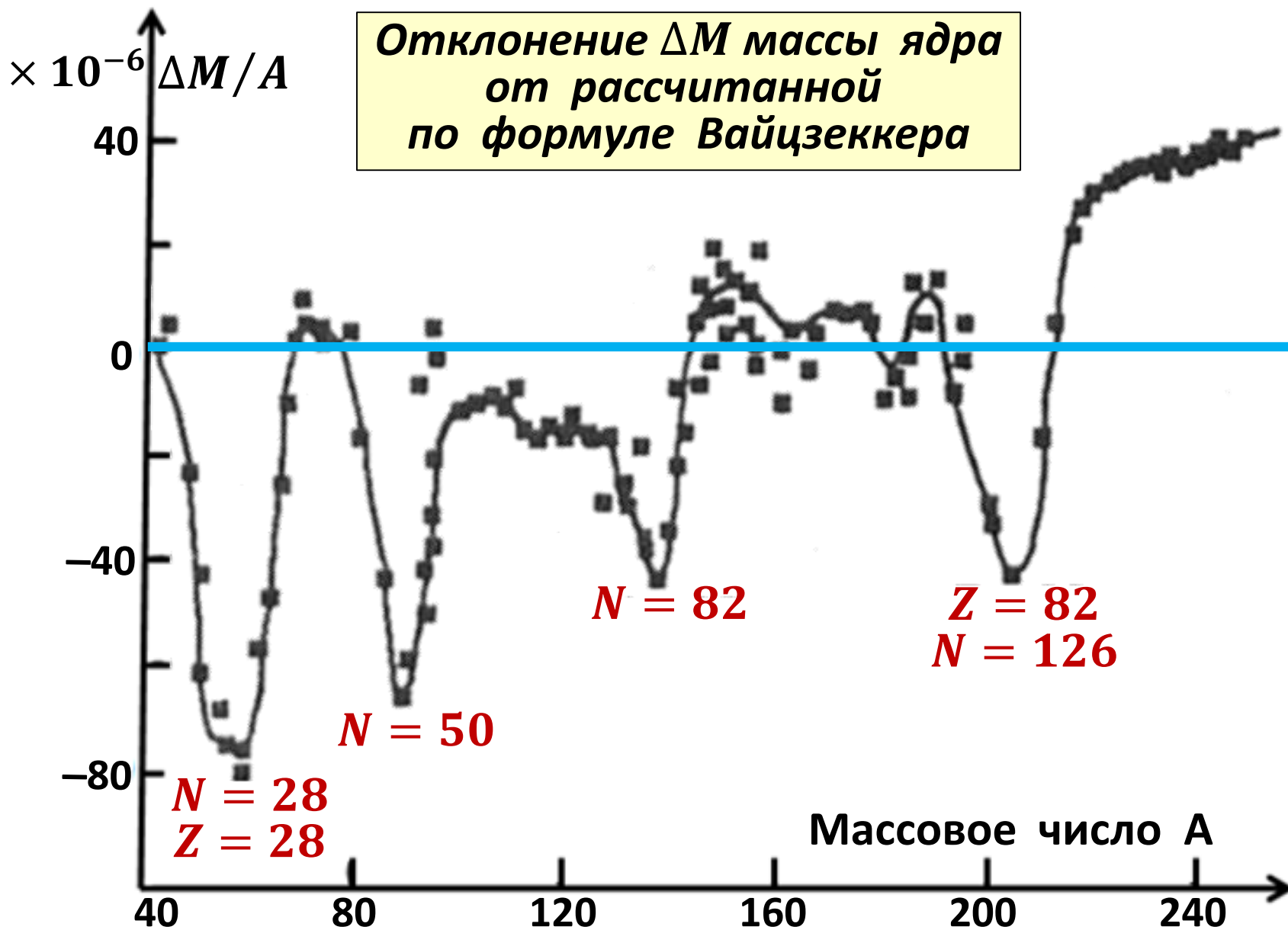
Магические числа нуклонов:

2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

Магическим числам нуклонов отвечают ядра
с заполненными нуклонными оболочками,
имеющие особую устойчивость,
подобно атомам благородных газов
с заполненными атомными оболочками.

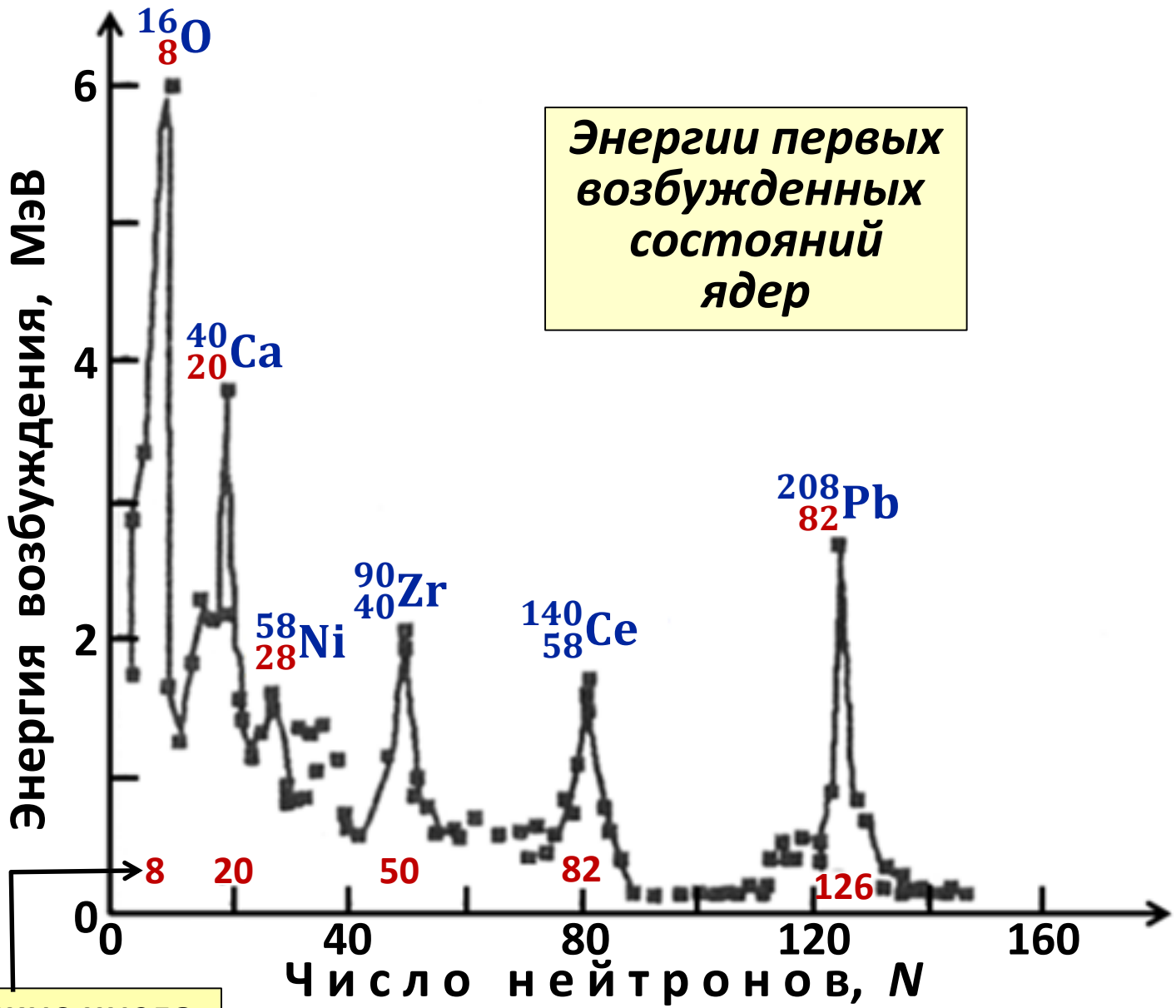
Экспериментальные данные, подтверждающие наличие магических ядер:





*Отклонение энергии
отделения нейтрона
от рассчитанной
по формуле Вайцзеккера*



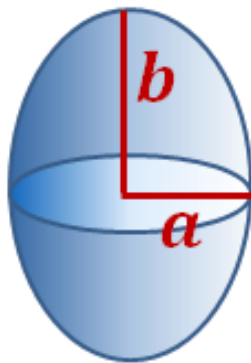
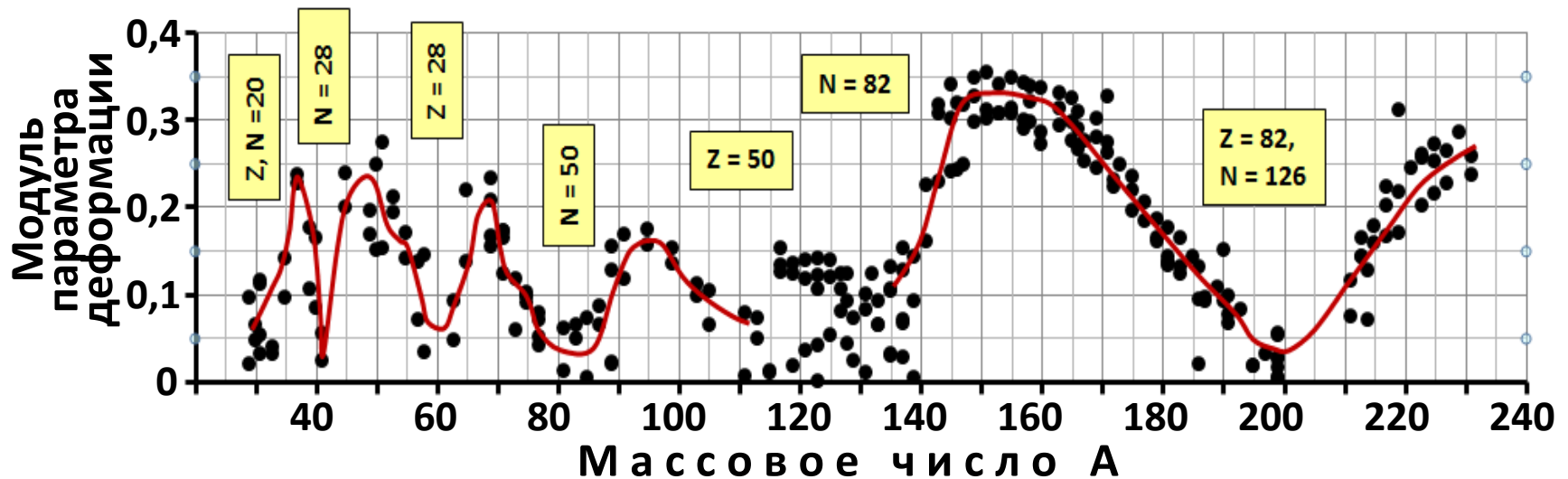


Энергии первых возбужденных состояний ядер

Магические числа нейтронов

*Данные, показывающие
что магические ядра сферические*

Модули параметров деформации ядер с $A = 39 \div 241$

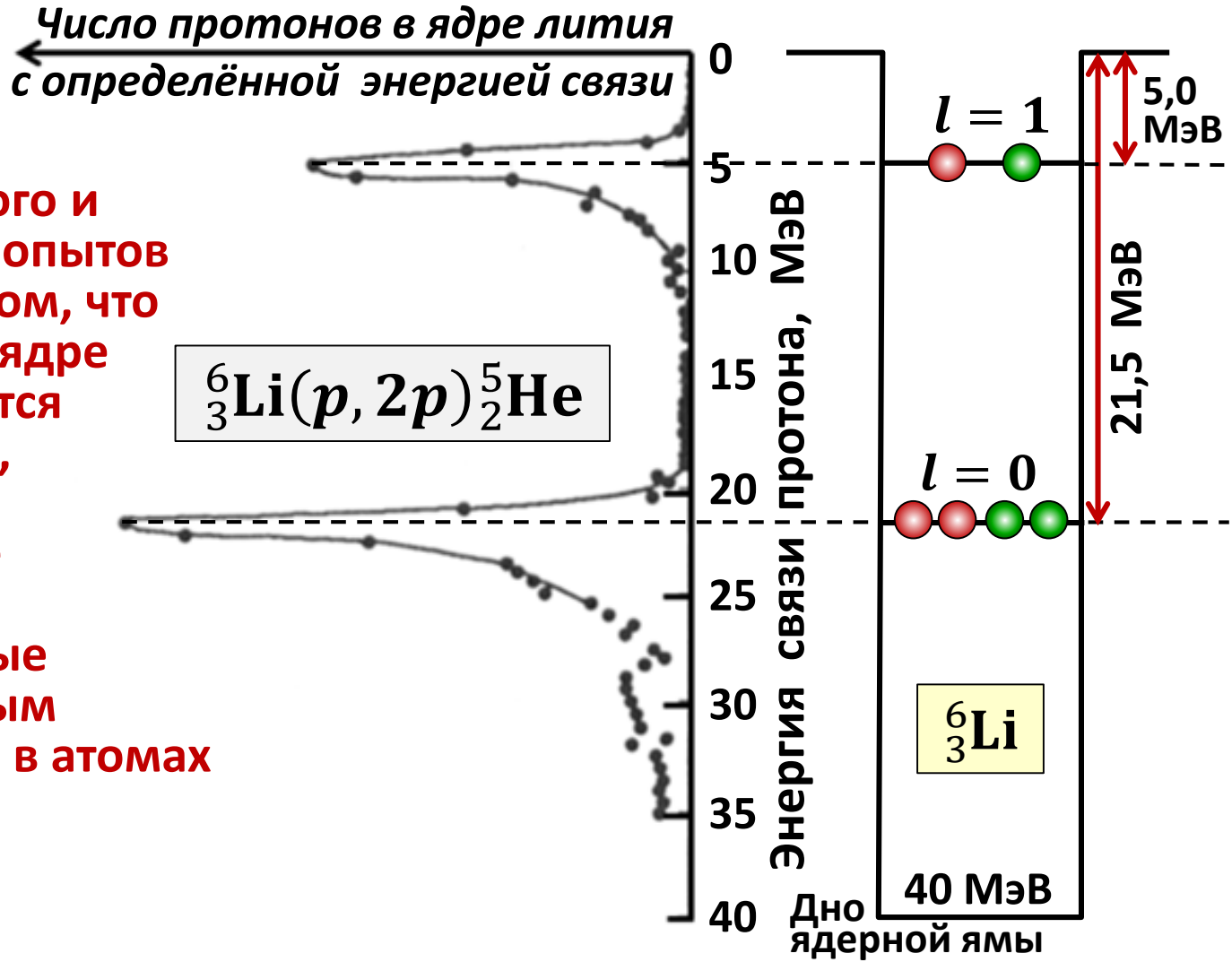


Параметр деформации $\beta = \frac{b-a}{\bar{R}}$,

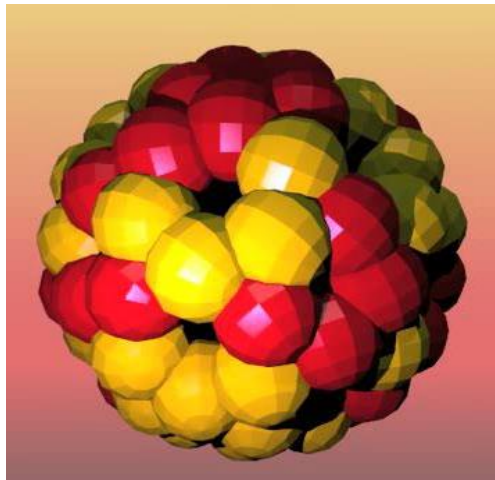
где $\bar{R} = \frac{1}{2}(b+a)$.

Эксперимент доказывающий существование в ядре ${}^6_3\text{Li}$ двух нуклонных состояний (оболочек) с $l = 0$ и $l = 1$

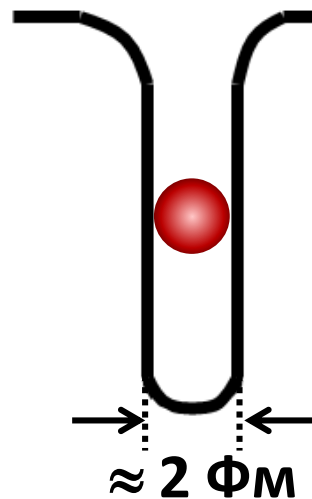
Данные этого и подобных опытов говорят о том, что нуклоны в ядре группируются по энергии, образуя нуклонные оболочки, аналогичные электронным оболочкам в атомах



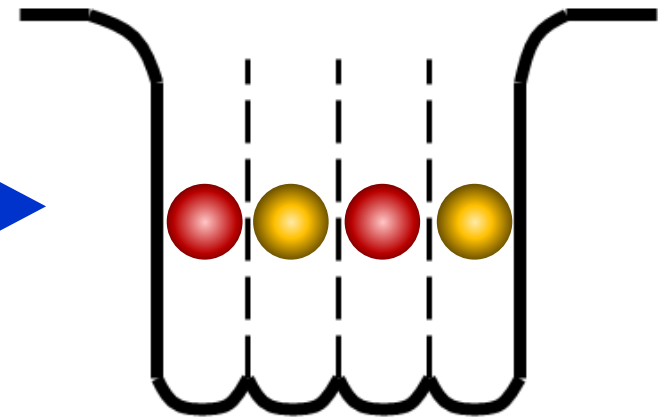
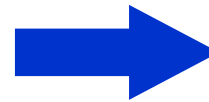
Возможность введения модели оболочек для ядра означает, что многочастичная ядерная задача допускает такую переформулировку, при которой **усреднение отдельных короткодействующих междуклонных потенциалов внутри ядра приводит к возникновению почти одинакового для всех нуклонов потенциала притяжения (ямы), причём нуклоны в этой яме можно приближённо рассматривать как независимые частицы.**



NN – потенциал притяжения



Ядерный потенциал



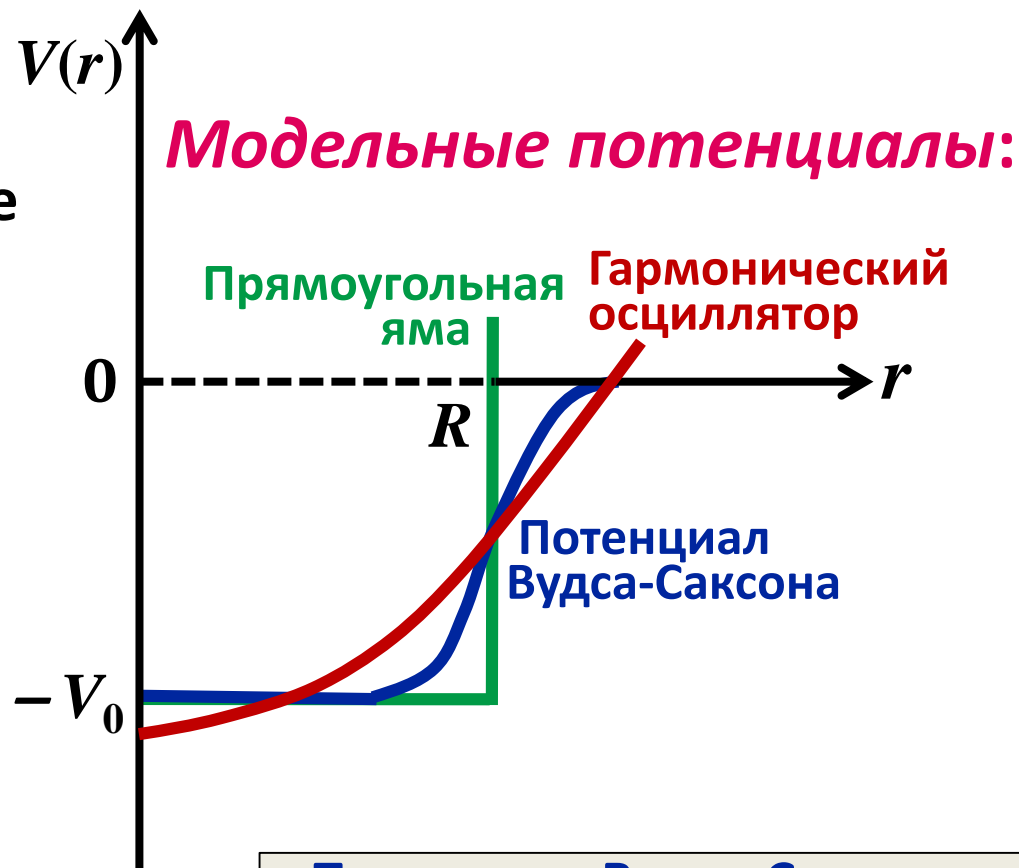
Анимация на Лекции

Нуклоны считаются независимыми в общем (одинаковом для всех нуклонов) сферическом потенциале и достаточно решить стационарное уравнение Шредингера для одного нуклона. Многочастичная задача превращается в одночастичную.

Гармонический осциллятор:

$$V(r) = -V_0 + \frac{1}{2} M \omega^2 r^2$$

M — масса частицы,
 ω — параметр, определяющий расстояние между уровнями

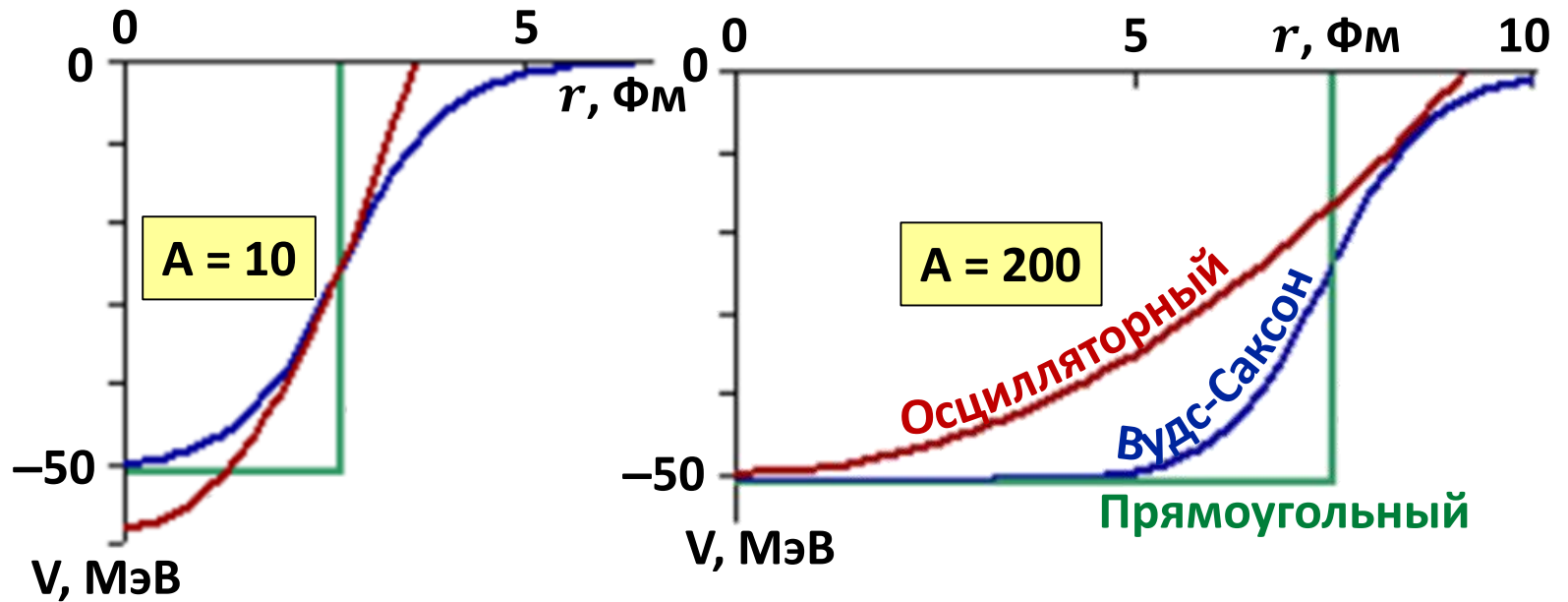


Потенциал Вудса-Саксона:

$$V(r) = -\frac{V_0}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

$V_0 \approx 50$ МэВ, $a \approx 0,55$ Фм

Ядерные потенциальные ямы



Типы потенциалов:

- Осцилляторный
- Вудса - Саксона
- Прямоугольный

← Наиболее реалистичен

Как возникает потенциал Вудса – Саксона?

**В силу короткодействия
нуклон-нуклонного потенциала
глубина ядерной потенциальной ямы
в некотором месте ядра
в 1-ом приближении пропорциональна
плотности нуклонов в этом месте.**

Анимация на Лекции

Распределение Ферми для ядерной плотности:

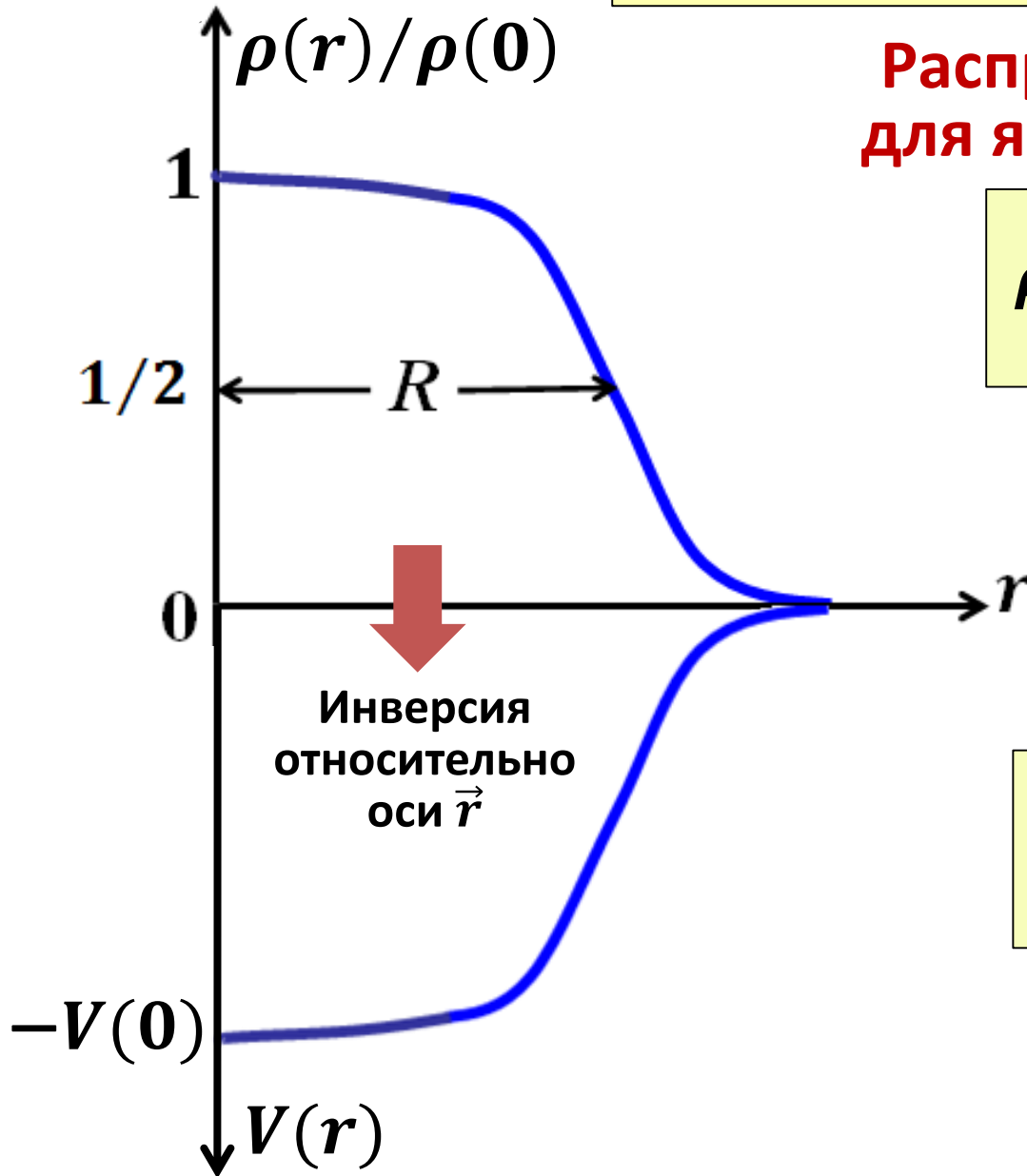
$$\rho(r) = \frac{\rho(0)}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

$$a \approx 0,55 \text{ ФМ}$$

Потенциал Вудса-Саксона:

$$V(r) = -\frac{V(0)}{1 + e^{\frac{r-R}{a}}}$$

$$V(0) \approx 50 \text{ МэВ}, \\ a \approx 0,55 \text{ ФМ}$$



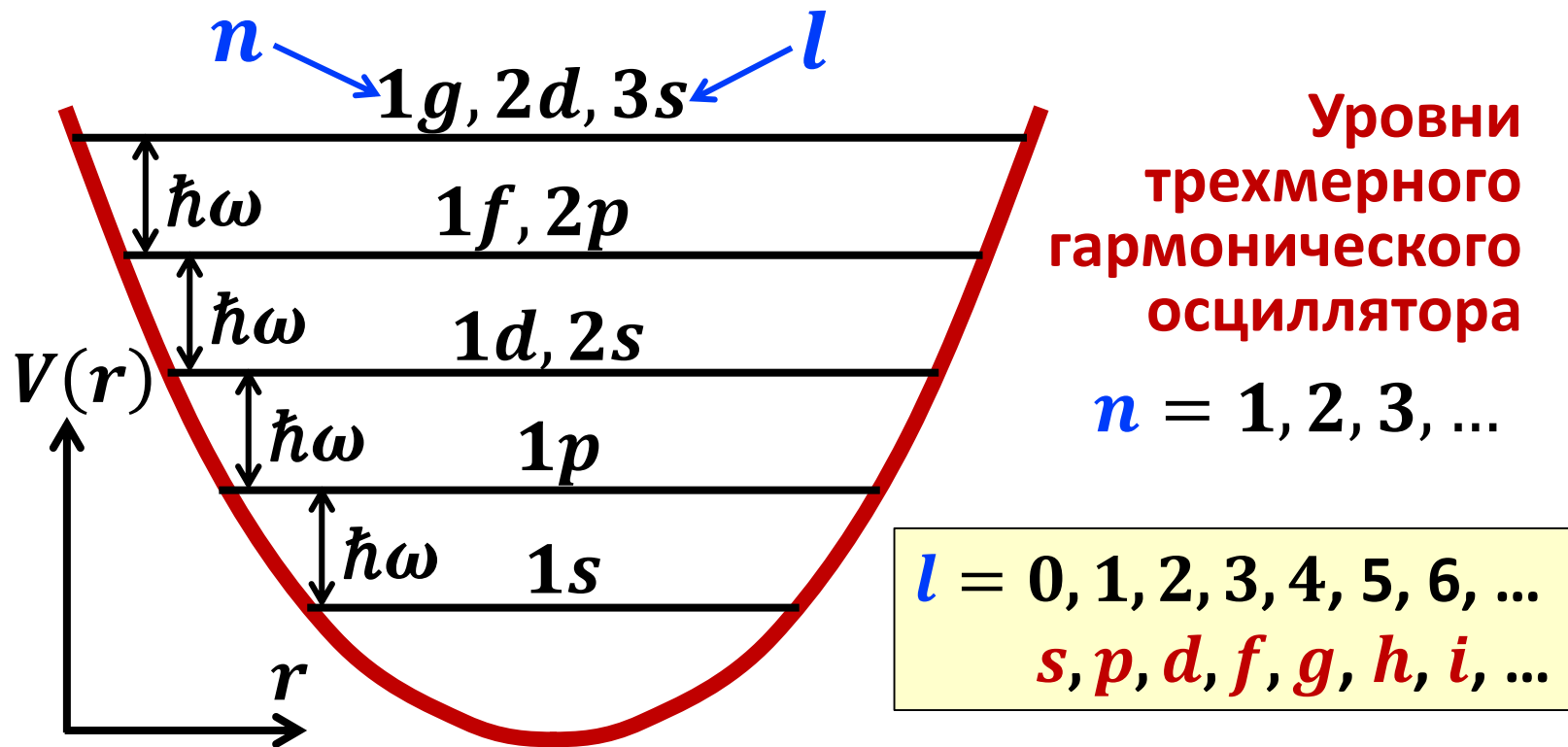
Стационарное уравнение Шредингера для одного нуклона в сферическом потенциале $V(r)$:

$$\hat{H}\psi(r) = \left[\frac{\hat{p}^2}{2M} + V(r) \right] \psi(r) = E \cdot \psi(r),$$

где $\hat{p}^2 = -\hbar^2 \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)$ – оператор квадрата импульса нуклона, M – его масса, а E – энергия.

В сферическом потенциале состояние частицы (нуклона) характеризуется определённым орбитальным моментом – сохраняющимся квантовым числом l . С ростом энергии частицы одно и то же значение l встречается у неё вновь и вновь. Порядковый номер появления у частицы состояния с одним и тем же l с ростом энергии называют **радиальным квантовым числом n** .

Таким образом, любое состояние частицы (и её волновая функция ψ в сферическом поле) характеризуется двумя целыми числами n и l : $\psi \equiv \psi_{nl}$.



Уровни гармонического осциллятора эквидистантны. Расстояние между ними для частицы с массой M , равной массе нуклона, при $V_0 = 30 \text{ МэВ}$ дается выражением:

$$\hbar\omega = \left(\frac{2V_0\hbar^2}{MR^2} \right)^{1/2} \approx (41 \div 42) A^{-1/3} \text{ МэВ}$$

Заполнение нуклонами
одночастичных уровней (подоболочек)
происходит в соответствии с принципом Паули.

В основном состоянии заняты
самые нижние уровни.

При этом одночастичные уровни
для протонов и нейтронов
заселяются независимо.

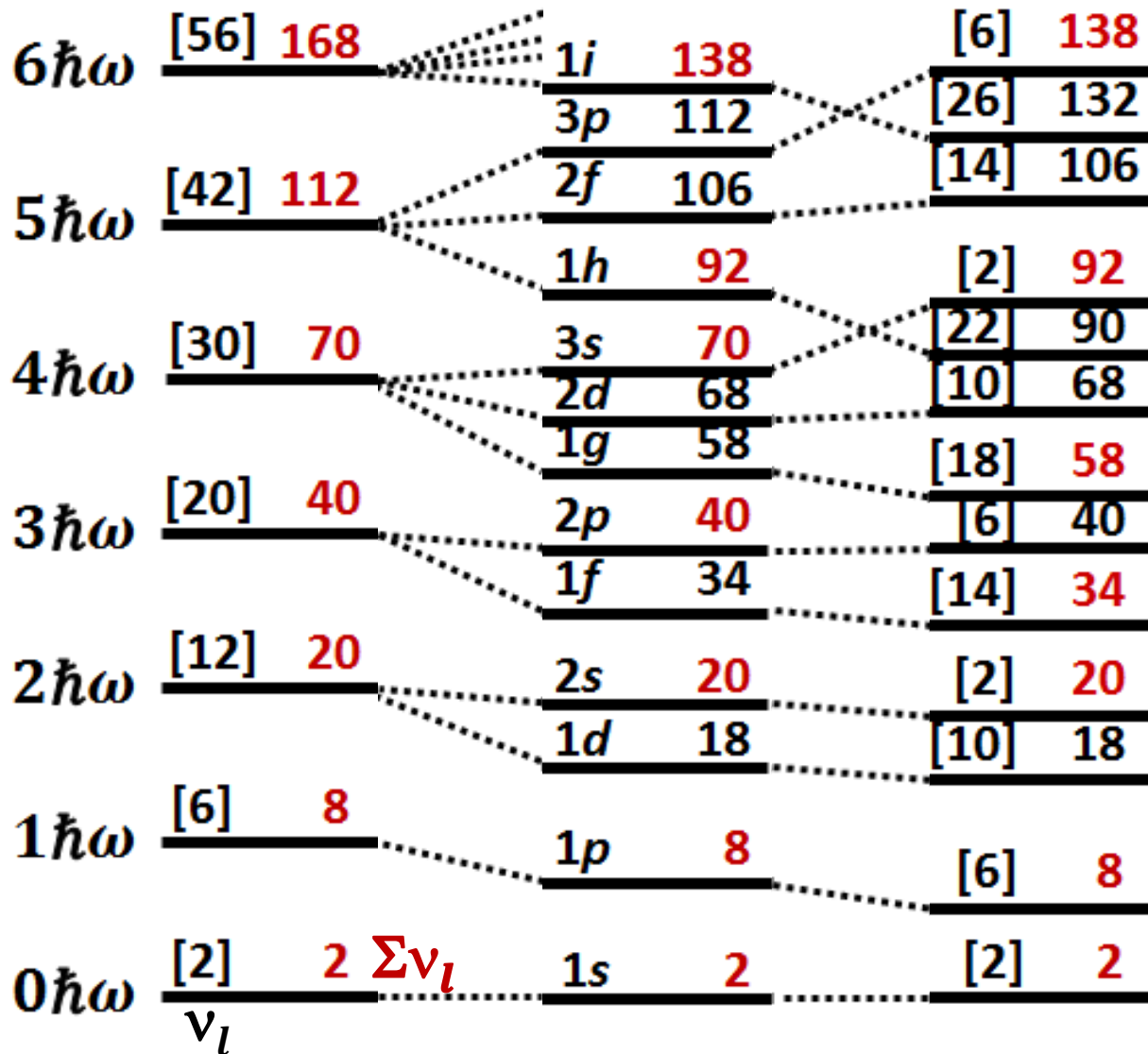
Число нуклонов одного типа на подоболочке
даётся формулой

$$v_l = 2(2l + 1),$$

где $(2l + 1)$ – число ориентаций вектора \vec{l} ,

а 2 – число ориентаций спина нуклона $\vec{s} = \frac{1}{2}$.

Гармонический Потенциал Прямоугольная
осциллятор Вудса-Саксона яма



Число нуклонов одного типа на подоболочке:

$$v_l = 2(2l + 1)$$

Число спиновых состояний

$$\left(\pm \frac{1}{2}\right)$$

Число проекций орбитального момента

Роль спин-орбитальных сил в формировании ядерной модели оболочек

Для объяснения магических чисел
необходимо учитывать
спин-орбитальную составляющую
нуклон-нуклонных сил.

Нуклон сильнее взаимодействует с другими
нуклонами, если его спин \vec{s} и орбитальный
момент \vec{l} направлены в одну сторону.

С учётом ls -составляющей потенциал, в котором
находится ядерный нуклон, имеет вид:

$$U(r) = V(r) + a \cdot \vec{l} \vec{s}.$$

Здесь $V(r)$ – ядерный потенциал притяжения –
потенциальная яма глубиной ≈ 50 МэВ,
а $a < 0$ – константа,
величина которой единицы МэВ.

Потенциальная яма без ls -сил

Потенциальная яма с ls -силами

Уровень с полным угловым моментом нуклона:

nl $j_{1,2} = l \pm 1/2$

$j_2 = l - 1/2$

nl_{j_2}

Спин-орбитальное расщепление

$j_1 = l + 1/2$

nl_{j_1}

Простейший пример

$1p$ $1p_{1/2}$ $1p_{3/2}$

$j = 1 \pm 1/2 = 1/2, 3/2$

l s $\uparrow\downarrow$ $\uparrow\uparrow$

\vec{l}
 \vec{s}

$\uparrow\downarrow$

$\uparrow\uparrow$

\vec{l}
 \vec{s}

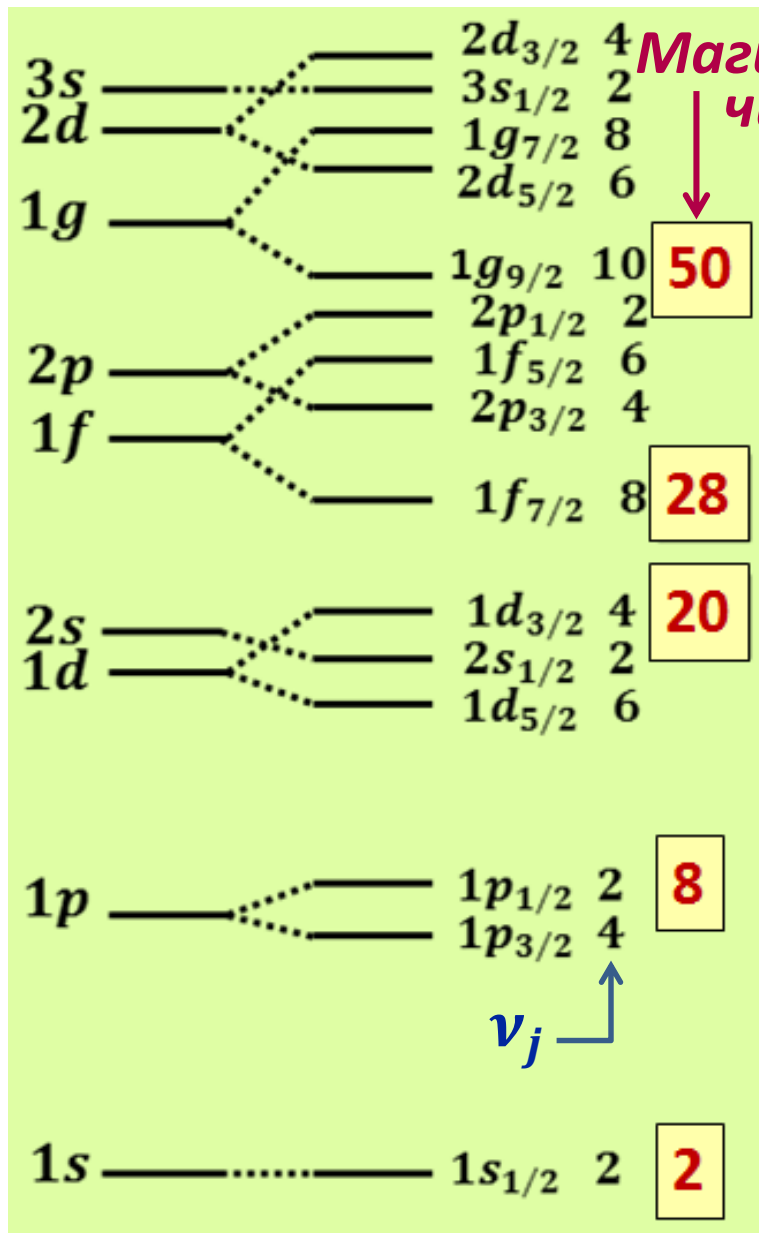
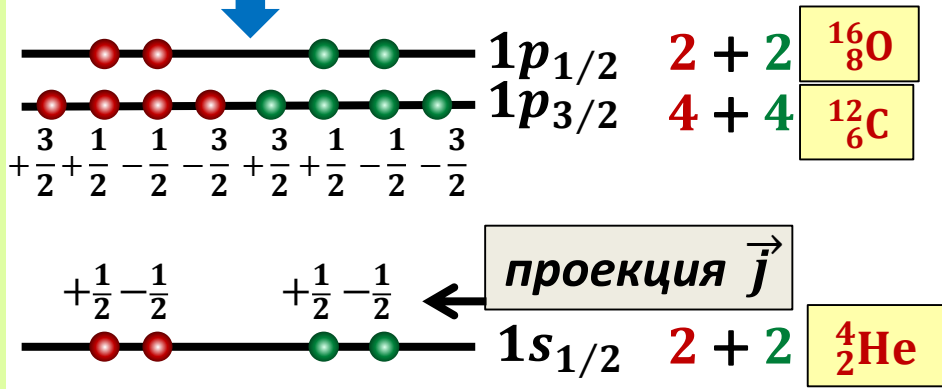


Диаграмма нижних нуклонных уровней (подоболочек) с учётом спин-орбитальных сил

Число нуклонов одного типа на подоболочке равно числу проекций вектора полного момента нуклона \vec{j} :

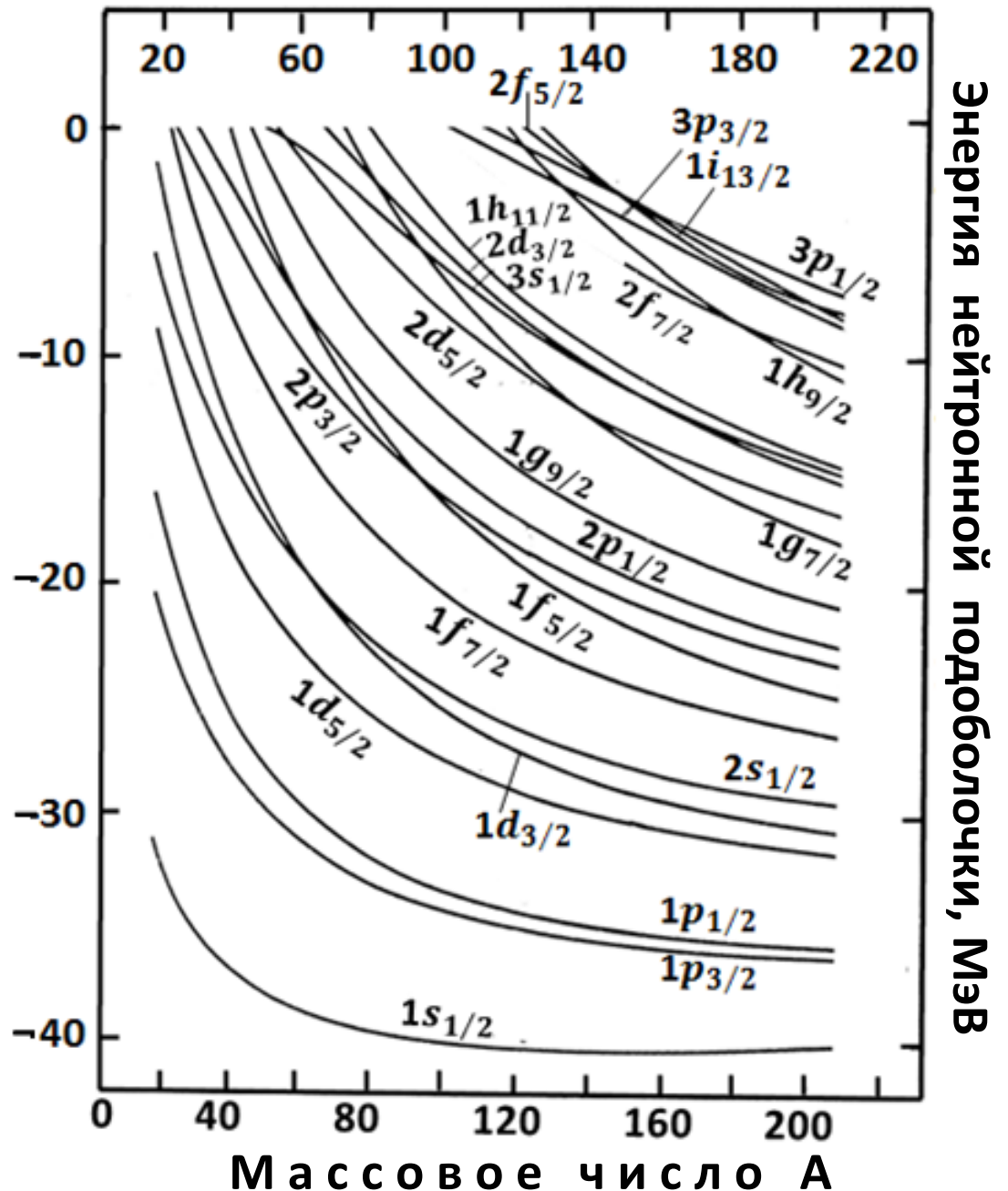
$$v_j = 2j + 1$$

Простейший пример – ядро $^{16}_8\text{O}$ в основном состоянии

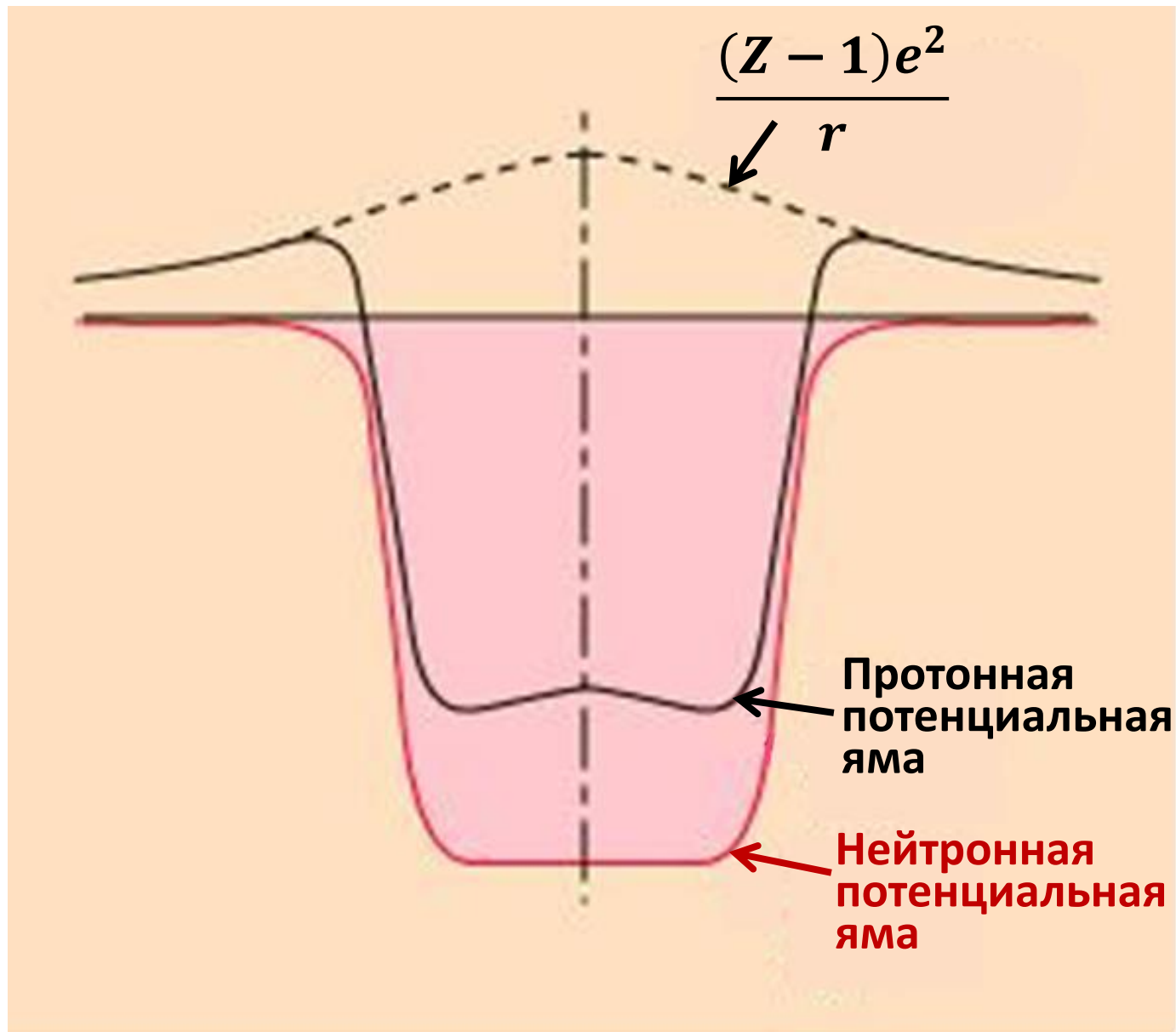


**Зависимость
энергии
ядерных
нейтронных
подоболочек
от числа нуклонов
в потенциале
Вудса-Саксона
(C.J. Vaja)**

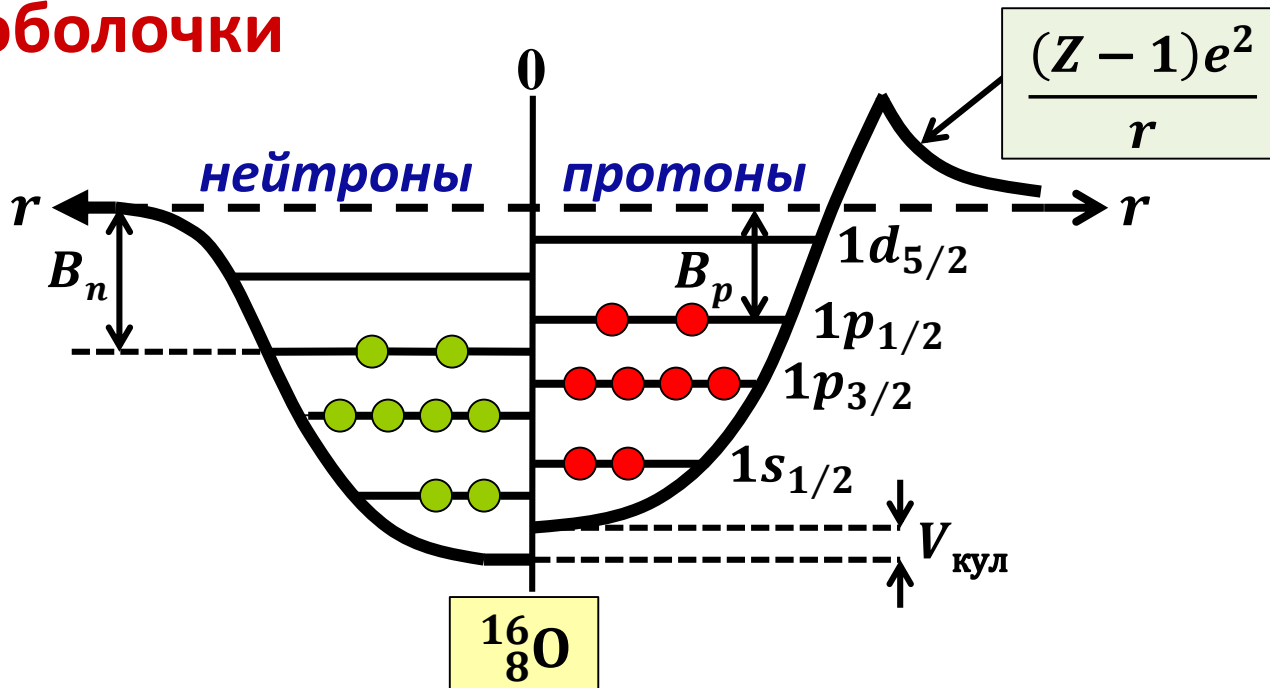
**Расстояние между
оболочками
в потенциале
гармонического
осциллятора**
 $\hbar\omega \approx 41 \cdot A^{-1/3} \text{ МэВ}$



Кулоновское отталкивание добавляется к потенциальной яме для протонов



Нейтронные и протонные подболочки



Дважды магические ядра:

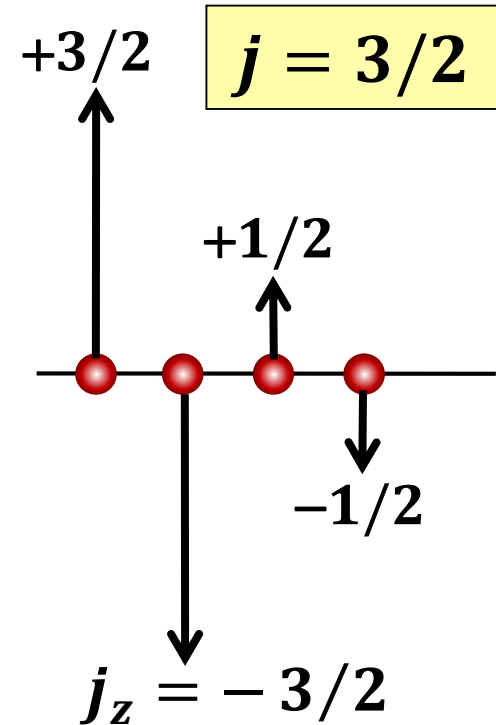
	^4_2He	$^{16}_8\text{O}$	$^{40}_{20}\text{Ca}$	$^{48}_{20}\text{Ca}$	$^{208}_{82}\text{Pb}$
Число нейтронов	2	8	20	28	126
Число протонов	2	8	20	20	82

Спин и чётность основных состояний ядер в одночастичной модели оболочек

1. Ядро с заполненными подоболочками:

На них нуклонами заняты состояния со всеми возможными проекциями полного момента j на выделенное направление (ось z). Каждому нуклону с проекцией $+j_z$ будет соответствовать нуклон с $-j_z$ и суммарный момент нуклонов на каждой подоболочке $\vec{j} = \vec{0}$.

Чётность замкнутой подоболочки положительна, так как она содержит чётное число $(2j+1)$ нуклонов одной чётности.



Итак, для ядер с замкнутыми подоболочками

$$J^P = 0^+$$

2.

Один нуклон сверх заполненных подоболочек:

Остов заполненных подоболочек имеет спин-чётность 0^+ . Поэтому J^P такого ядра определяется полным моментом j и чётностью $p = (-1)^l$ нуклона сверх замкнутых подоболочек, где l – орбитальный момент внешнего нуклона. Таким образом, в рассматриваемом случае :

$$J^P = j^p = j^{(-1)^l}$$

3. Не хватает одного нуклона до заполнения подоболочки:

Ядро с «дыркой» в заполненной подоболочке также имеет

$$J^P = j^p = j^{(-1)^l}$$

где j , p и l относятся к отсутствующему нуклону.

3. Ядро с «дыркой» в заполненной подболочке

Пусть полный угловой момент нуклона на такой подболочке и его чётность соответственно j и p .

Обозначим момент и чётность подболочки с «дыркой» J и P . Так как добавление нуклона в подболочку замыкает её, имеем

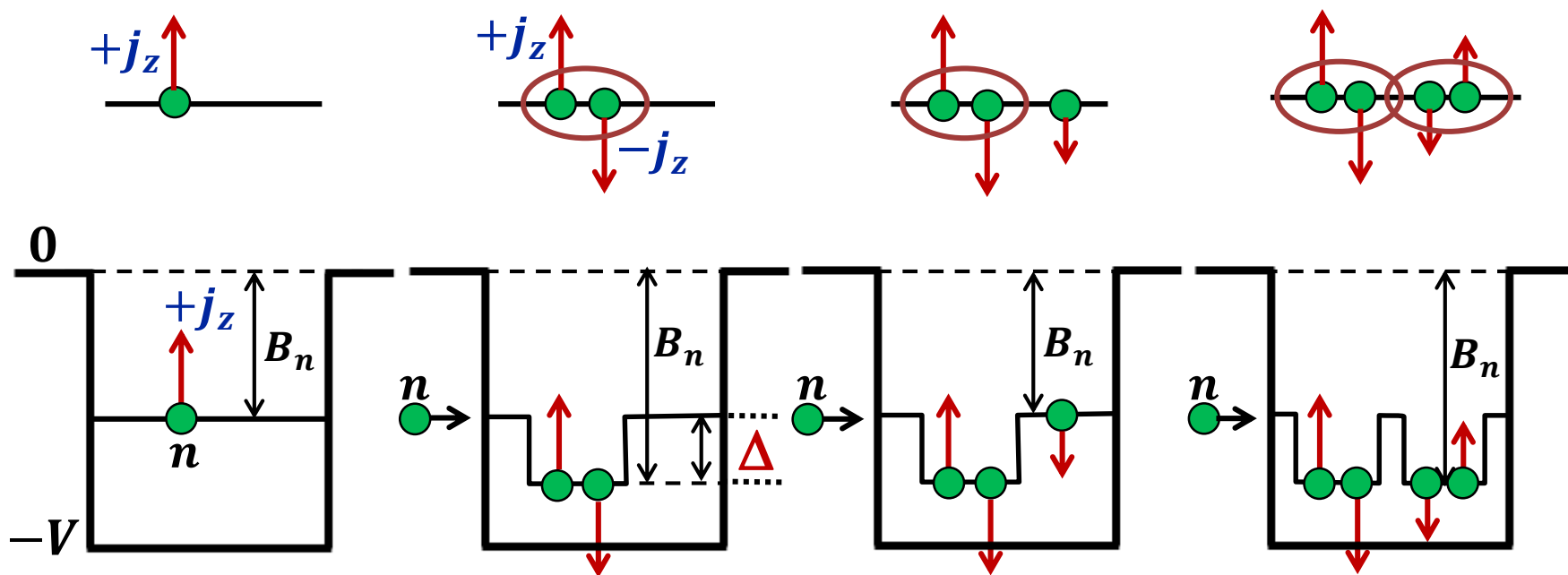
$$\begin{aligned} \vec{J} + \vec{j} &= \vec{0} & \text{и} & & J &= j, \\ P \cdot p &= +1 & \text{и} & & P &= p. \end{aligned}$$

То-есть, для ядра с «дыркой» имеем те же правила нахождения спина и чётности основного состояния, что и для ядра с одним нуклоном сверх замкнутых подболочек:

$$J^P = j^p = j^{(-1)^l}$$

Учёт эффекта спаривания нуклонов в модели оболочек

Энергия спаривания $\Delta \approx 1 \div 3$ МэВ.
Глубина ядерного потенциала $V \approx 50$ МэВ:



Анимация на Лекции

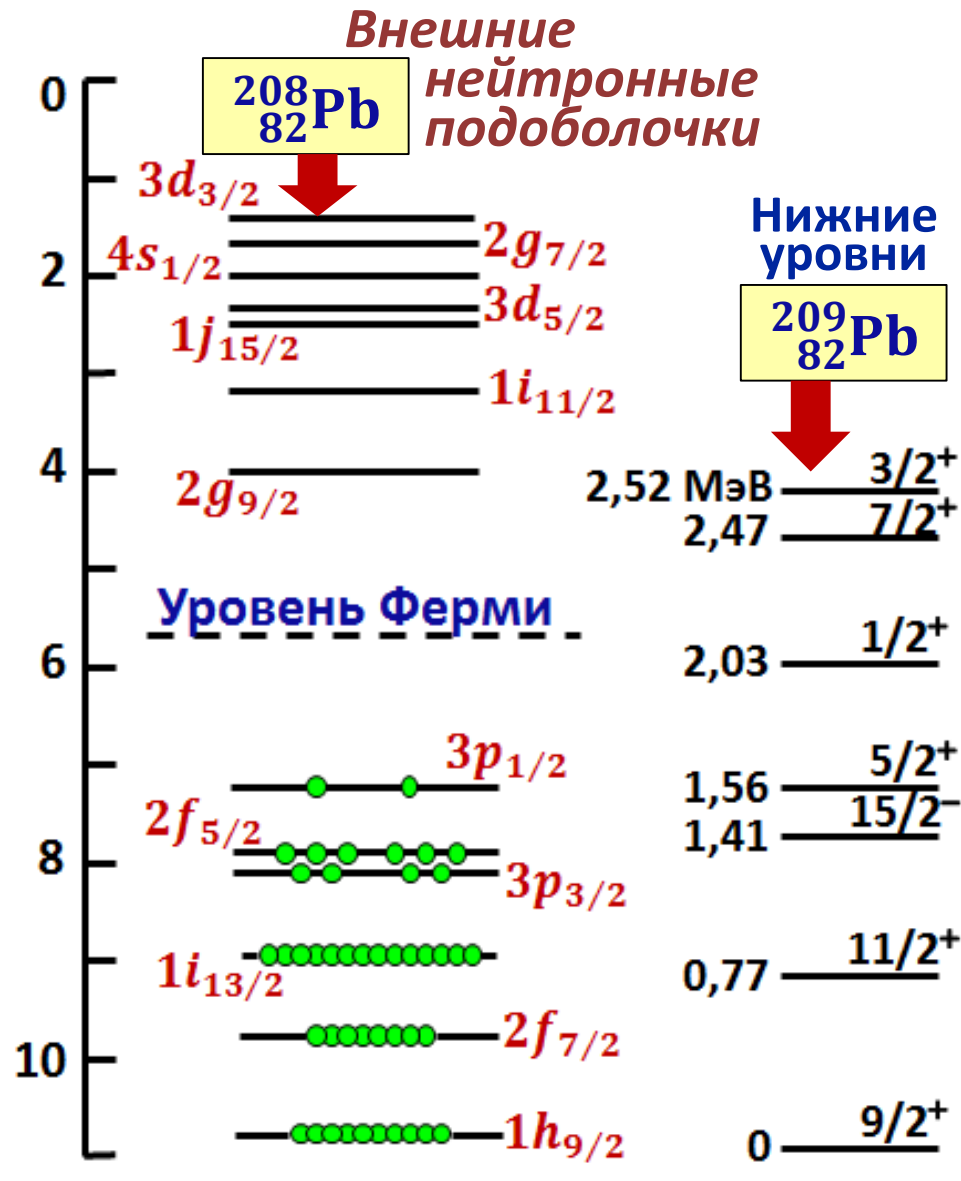
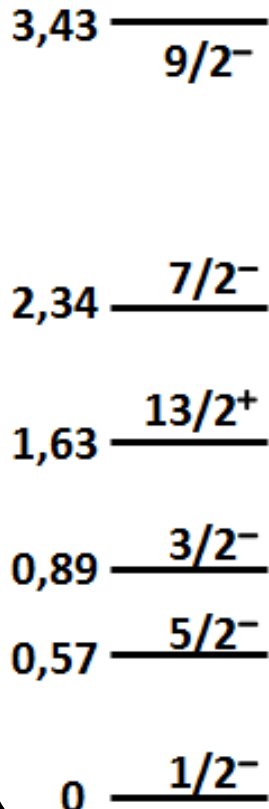
В основном (и низколежащих) состояниях ядра нуклоны одного типа на подоболочке объединяются в пары с противоположными по знаку j_z . Полный момент количества движения каждой такой пары протонов или нейтронов равен **0**. Поэтому, если на подоболочке nl_j находится чётное число нуклонов каждого сорта, то все они объединены в пары (спарены) и подоболочка имеет $J = 0$. Если на подоболочке нечётное число нуклонов одного типа, то один из них не связан в пару и J подоболочки равен j этого неспаренного нуклона, т. е. $J = j$. Итак, в основном состоянии ядра имеем:

- чётно-чётное ядро: $J^P = 0^+$;
- нечётное ядро: $J = j, \quad P = (-1)^l$;
- нечётно-нечётное ядро: $|j_p - j_n| \leq J \leq j_p + j_n,$
 $P = (-1)^{l_p + l_n}.$

Одночастичные
и однодырочные
нейтронные
возбуждения
ядер $Pb-207$
и $Pb-209$

Нижние
уровни

$^{207}_{82}Pb$



Анимация на Лекции

Заключительные замечания о ядерной модели оболочек

1

Рассмотренный вариант ядерной модели оболочек называют **одночастичной моделью оболочек (ОМО)**. Это самый простой вариант модели оболочек. Он относится к сферическим ядрам (ядрам с заполненными оболочками и близкими к ним, в частности к магическим ядрам) и предполагает, что между нуклонами на подоболочках нет взаимодействий кроме сил спаривания. Всё взаимодействие между нуклонами в ядре сведено к их общей потенциальной яме.

2

Более сложный вариант модели оболочек, так называемая **многочастичная модель оболочек (ММО)**, учитывает, что межнуклонные силы в ядре не исчерпываются общей для всех нуклонов потенциальной ямой. Есть некая добавка к этой одинаковой для всех нуклонов потенциальной яме, которая не может быть учтена этой ямой. Т.е. существует некое **остаточное взаимодействие** между нуклонами, принципиально не сводимое к общей потенциальной яме. В **ММО** делается попытка учесть это остаточное взаимодействие.

3

Большинство ядер несферические и к ним неприменима сферическая модель оболочек.

Для несферических ядер разработана модель оболочек, учитывающая, что нуклоны в таких ядрах движутся в несферической потенциальной яме.