

```

1  #! python3.7
2  # -*- coding: utf-8 -*-
3  from numpy import zeros, linspace, tanh, eye, linalg
4  from matplotlib.pyplot import style, figure, axes
5  from celluloid import Camera
6
7  # Набор команд, за счёт которых анимация строится в отдельном окне
8  from IPython import get_ipython
9  get_ipython().run_line_magic('matplotlib', 'qt')
10
11 # Определение функции, задающей начальное условие
12 def u_init(x) :
13     u_init = 0.5*tanh((x - x_0)/eps)
14     return u_init
15
16 # Определение функции, задающей левое граничное условие
17 def u_left(t) :
18     u_left = -0.5
19     return u_left
20
21 # Определение функции, задающей правое граничное условие
22 def u_right(t) :
23     u_right = 0.5
24     return u_right
25
26 def k(x) :
27     if x < x_special :
28         k = 1.
29     elif x >= x_special :
30         k = 5.
31     return k
32
33 # Определение функции, вычисляющей значение x_n
34 def x(n) :
35     x = a + (b-a)/N*n
36     return x
37
38 # Функция f подготавливает массив, содержащий элементы вектор-функции,
39 # определяющей правую часть решаемой системы ОДУ
40 def f(y,t):
41     f = zeros(N+1)
42     f[0] = y[0] - u_left(t)
43     for n in range(1,N) :
44         f[n] = 4*eps*(k(x(n+1/2))/(x(n+1) - x(n))*(y[n+1] - y[n]) \
45                 - k(x(n-1/2))/(x(n) - x(n-1))*(y[n] - y[n-1])) \
46                 + (y[n+1]**2 - y[n-1]**2) \
47                 + (y[n-1]**3 + y[n]**3)*(x(n) - x(n-1)) \
48                 + (y[n]**3 + y[n+1]**3)*(x(n+1) - x(n))
49     f[N] = y[N] - u_right(t)
50     return f
51
52 # Функция подготавливает матрицу дифференциального оператора решаемой системы ОДУ
53 def D() :
54     D = zeros((N+1,N+1))
55     # Определениене ненулевых элементов матрицы D
56     for n in range(1,N) :
57         D[n,n-1] = x(n) - x(n-1)
58         D[n,n] = x(n+1) - x(n-1)
59         D[n,n+1] = x(n+1) - x(n)
60     return D
61
62 # Функция подготавливает массив, содержащий элементы матрицы Якоби f_u
63 def f_y(y,t):
64     f_y = zeros((N+1,N+1))
65     # Определениене ненулевых элементов матрицы Якоби
66     f_y[0,0] = 1.
67     for n in range(1,N) :
68         f_y[n,n-1] = 4*eps*(k(x(n-1/2))/(x(n) - x(n-1))) - 2*y[n-1] \
69                 + (3*y[n-1]**2)*(x(n) - x(n-1))

```

```

70     f_y[n,n] = 4*eps*(-k(x(n+1/2))/(x(n+1) - x(n)) \
71         - k(x(n-1/2))/(x(n) - x(n-1))) \
72         + (3*y[n]**2)*(x(n) - x(n-1)) \
73         + (3*y[n]**2)*(x(n+1) - x(n))
74     f_y[n,n+1] = 4*eps*(k(x(n+1/2))/(x(n+1) - x(n)) + 2*y[n+1] \
75         + (3*y[n+1]**2)*(x(n+1) - x(n))
76     f_y[N,N] = 1.
77     return f_y
78
79     # Определение входных данных задачи
80     a = 0.; b = 1.
81     t_0 = 0.; T = 6.0
82
83     x_0 = 0.6
84     eps = 10**(-2.0)
85
86     # Определение точки разрыва коэффициента
87     x_special = 0.7
88
89     # Определение параметра схемы (нужный раскомментировать)
90     alpha = (1 + 1j)/2 # CROS1 (схема Розенброка с комплексным коэффициентом)
91     # alpha = 1.      # DIRK1 (обратная схема Эйлера)
92
93     # Определение числа интервалов пространственно-временной сетки,
94     # на которой будет искомое приближённое решение
95     N = 200; M = 200
96
97     # Определение сетки по времени
98     tau = (T - t_0)/M; t = linspace(t_0,T,M+1)
99
100    # Выделение памяти под массив сеточных значений решения УЧП
101    # В строке с номером m этого массива будут храниться сеточные значения решения,
102    # соответствующие моменту времени t_m
103    u = zeros((M + 1,N + 1))
104    # Выделение памяти под вспомогательный массив y
105    y = zeros((M + 1,N + 1))
106
107    # Задание начального условия (на начальном временном слое)
108    for n in range(N + 1) :
109        u[0,n] = u_init(x(n))
110
111    # Задание начального условия решаемой системы ОДУ
112    y[0] = u[0]
113
114    # Реализация схемы из семейства ROS1
115    # (конкретная схема определяется коэффициентом alpha)
116    for m in range(M) :
117        w_1 = linalg.solve(D()- alpha*tau*f_y(y[m],t[m]),f(y[m],t[m] + tau/2))
118        y[m + 1] = y[m] + tau*w_1.real
119        u[m + 1] = y[m + 1]
120
121    # Анимация отрисовки решения
122    style.use('dark_background')
123    fig = figure()
124    camera = Camera(fig)
125    ax = axes(xlim=(a,b), ylim=(-1.,1.))
126    ax.set_xlabel('x'); ax.set_ylabel('u')
127    for m in range(M + 1) :
128        # Отрисовка решения в момент времени t_m
129        ax.plot([x(n) for n in range(N+1)],u[m], color='y', ls='-', lw=2)
130        # Отрисовка границы раздела сред
131        ax.plot([x_special,x_special],[-1., 1.], color='r', ls='--', lw=1)
132        camera.snap()
133    animation = camera.animate(interval=50, repeat=False, blit=True)
134
135    # Листинг программы, реализующей решение нелинейного уравнения
136    # типа Бюргерса с помощью бикомпактной схемы
137    # в случае слоистой среды

```