

```

1  #! python3.7
2  # -*- coding: utf-8 -*-
3  from numpy import zeros, linspace
4  from matplotlib.pyplot import style, figure, axes
5
6  def k(x) :
7      if x < x_special :
8          k = 0.3
9      elif x >= x_special :
10         k = 1.
11         return k
12
13  def r(x) :
14      return 1.
15
16  def f(x) :
17      return 10.
18
19  # Определение функции, вычисляющей значение x_n
20  def x(n) :
21      x = a + (b-a)/N*n
22      return x
23
24  # Функция подготавливает массивы, которые содержат
25  # элементы диагоналей трёхдиагональной матрицы решаемой СЛАН
26  def DiagonalsPreparation() :
27
28      # Выходные параметры:
29      # a, b и c - диагонали трёхдиагональной матрицы
30      #
31      # [ a(0)  c(0)                ]
32      # [ b(1)  a(1)  c(1)          ]
33      # [          b(2)  a(2)  c(2)  ]
34      # [                ...  ...  ... ]
35      # [                ...  ...  c(N-1) ]
36      # [                b(N)  a(N)  ]
37
38      # Выделение памяти под массивы,
39      # содержащие элементы соответствующих диагоналей
40      a = zeros(N+1); b = zeros(N+1); c = zeros(N+1)
41
42      # Заполнение массивов ненулевыми значениями трёхдиагональной матрицы
43      a[0] = 1.
44      for n in range(1,N) :
45          b[n] = 2*k(x(n-1/2))/(x(n) - x(n-1)) - 1/2*r(x(n-1/2))*(x(n) - x(n-1))
46          a[n] = -2*k(x(n+1/2))/(x(n+1) - x(n)) - 2*k(x(n-1/2))/(x(n) - x(n-1)) - \
47              1/2*r(x(n+1/2))*(x(n+1) - x(n)) - 1/2*r(x(n-1/2))*(x(n) - x(n-1))
48          c[n] = 2*k(x(n+1/2))/(x(n+1) - x(n)) - 1/2*r(x(n+1/2))*(x(n+1) - x(n))
49      a[N] = 1.
50
51      return a, b, c
52
53  # Функция подготавливает вектор правой части решаемой СЛАН
54  def B() :
55      B = zeros(N+1)
56      B[0] = u_left
57      for n in range(1,N) :
58          B[n] = f(x(n-1/2))*(x(n) - x(n-1)) + f(x(n+1/2))*(x(n+1) - x(n))
59      B[N] = u_right
60      return B
61
62  def TridiagonalMatrixAlgorithm(a,b,c,B) :
63      # Функция реализует метод прогонки (алгоритм Томаса)
64      # для решения СЛАН  $A X = B$  с трёхдиагональной матрицей

```

```

65
66     # Входные параметры:
67     # B - вектор правой части длины n
68     # a, b, c - вектора длины n, содержащие элементы
69     # диагоналей (b(0) и c(n-1) не используются)
70
71     # [ a(0) c(0)           ] [ X(0) ] [ B(0) ]
72     # [ b(1) a(1) c(1)     ] [ X(1) ] [ B(1) ]
73     # [           b(2) a(2) c(2) ] [   ] [   ]
74     # [           ...  ...  ... ] [ ... ] = [ ... ]
75     # [           ...  ...  c(n-2) ] [X(n-2)] [B(n-2)]
76     # [           b(n-1) a(n-1) ] [X(n-1)] [B(n-1)]
77
78     n = len(B)
79     v = zeros(n)
80     X = zeros(n)
81
82     w = a[0]
83     X[0] = B[0]/w
84     for i in range(1,n) :
85         v[i - 1] = c[i - 1]/w
86         w = a[i] - b[i]*v[i - 1]
87         X[i] = (B[i] - b[i]*X[i - 1])/w
88     for j in range(n-2,-1,-1) :
89         X[j] = X[j] - v[j]*X[j + 1]
90
91     return X
92
93     # Определение входных данных задачи
94     a = 0.; b = 1.
95     u_left = 0.; u_right = 0.
96
97     # Определение точки разрыва коэффициента
98     x_special = 0.7
99
100    # Определение числа интервалов сетки,
101    # на которой будет искаться приближённое решение
102    N = 50
103
104    # Вычисление решения
105    u = TridiagonalMatrixAlgorithm(*DiagonalsPreparation(),B())
106
107    # Отрисовка решения
108    style.use('dark_background')
109
110    fig1 = figure()
111    ax1 = axes(xlim=(a,b), ylim=(-3.,3.))
112    ax1.set_xlabel('x'); ax1.set_ylabel('u')
113    ax1.plot([x(n) for n in range(N+1)],u,'-ow',markersize=5)
114
115    # Листинг программы, реализующей приближённое решение
116    # краевой задачи для ОДУ второго порядка с помощью бикомпактной схемы
117    # в случае слоистой среды

```