

```

1  #! python3.7
2  # -*- coding: utf-8 -*-
3  from numpy import zeros, linspace, cos, pi, eye, linalg
4  from matplotlib.pyplot import style, figure, axes
5  from celluloid import Camera
6
7  # Набор команд, за счёт которых анимация строится в отдельном окне
8  from IPython import get_ipython
9  get_ipython().run_line_magic('matplotlib', 'qt')
10
11 # Определение функции, задающей начальное условие
12 def u_init_0(x) :
13     if x >= 4 and x <= 6:
14         u_init_0 = cos(pi/2*(x - 5))
15     else:
16         u_init_0 = 0.
17     return u_init_0
18
19 # Определение функции, задающей второе начальное условие
20 def u_init_1(x) :
21     u_init_1 = 0.
22     return u_init_1
23
24 # Определение функции, задающей левое граничное условие
25 def u_left(t) :
26     u_left = 0.
27     return u_left
28
29 # Определение функции, задающей правое граничное условие
30 def u_right(t) :
31     u_right = 0.
32     return u_right
33
34 def g(x,t):
35     g = 0.
36     return g
37
38 # Функция f подготавливает массив, содержащий элементы вектор-функции,
39 # определяющей правую часть решаемой системы ОДУ
40 def f(y,x,N,h,t,c,u_left,u_right,g) :
41     f = zeros(2*N-2)
42     for n in range(0,N-1) :
43         f[n] = y[N-1+n]
44     f[N-1] = c**2*(y[1] - 2*y[0] + u_left(t))/h**2 + g(x[1],t)
45     for n in range(N,2*N-3) :
46         f[n] = c**2*(y[n-N+2] - 2*y[n-N+1] + y[n-N])/h**2 + g(x[n-N+2],t)
47     f[2*N-3] = c**2*(u_right(t) - 2*y[N-2] + y[N-3])/h**2 + g(x[N-1],t)
48     return f
49
50 # Функция подготавливает массив, содержащий элементы матрицы Якоби f_u
51 def f_y(y,x,N,h,t,c,u_left,u_right,g) :
52     f_y = zeros((2*N-2,2*N-2))
53     # Определениене ненулевых элементов матрицы Якоби
54     for n in range(0,N-1) :
55         f_y[n,N-1+n] = 1.
56     for n in range(N-1,2*N-3) :
57         f_y[n,n-N+2] = c**2/h**2
58     for n in range(N-1,2*N-2) :
59         f_y[n,n-N+1] = -2*c**2/h**2
60     for n in range(N,2*N-2) :
61         f_y[n,n-N] = c**2/h**2
62     return f_y
63
64 # Определение входных данных задачи
65 a = 0.; b = 10.
66 t_0 = 0.; T = 20.0
67 c = 1.
68
69 # Определение параметра схемы (нужный раскомментировать)

```

```

70 alpha = (1 + 1j)/2 # CROS1 (схема Розенброка с комплексным коэффициентом)
71 # alpha = 1.      # DIRK1 (обратная схема Эйлера)
72
73 # Определение числа интервалов пространственно-временной сетки,
74 # на которой будет искомое приближённое решение
75 N = 500; M = 1000
76
77 # Определение сетки по пространству
78 h = (b - a)/N; x = linspace(a,b,N+1)
79 # Определение сетки по времени
80 tau = (T - t_0)/M; t = linspace(t_0,T,M+1)
81
82 # Выделение памяти под массив сеточных значений решения УЧП
83 # В строке с номером m этого массива будут храниться сеточные значения решения,
84 # соответствующие моменту времени t_m
85 u = zeros((M + 1, N + 1))
86 # Выделение памяти под вспомогательный массив y
87 y = zeros((M + 1, 2*N - 2))
88
89 # Задание начального условия (на начальном временном слое)
90 for n in range(N + 1) :
91     u[0,n] = u_init_0(x[n])
92
93 # Задание начального условия решаемой системы ОДУ
94 for n in range(N-1) :
95     y[0,n] = u_init_0(x[n+1])
96     y[0,n + N-1] = u_init_1(x[n+1])
97
98 # Реализация схемы из семейства ROS1
99 # (конкретная схема определяется коэффициентом alpha)
100 for m in range(M) :
101     w_1 = linalg.solve(eye(2*N-2) -
102         alpha*tau*f_y(y[m],x,N,h,t[m],c,u_left,u_right,g),f(y[m],x,N,h,t[m] +
103         tau/2,c,u_left,u_right,g))
104     y[m + 1] = y[m] + tau*w_1.real
105     u[m + 1,0] = u_left(t[m+1])
106     u[m + 1,1:N] = y[m + 1,0:N-1]
107     u[m + 1,N] = u_right(t[m+1])
108
109 # Анимация отрисовки решения
110 style.use('dark_background')
111 fig = figure()
112 camera = Camera(fig)
113 ax = axes(xlim=(a,b), ylim=(-2.,2.))
114 ax.set_xlabel('x'); ax.set_ylabel('u')
115 # Отрисовываем только каждый 2-й кадр
116 for m in range(0,M + 1,2) :
117     # Отрисовка решения в момент времени t_m
118     ax.plot(x,u[m], color='y', ls='-', lw=2)
119     camera.snap()
120 animation = camera.animate(interval=15, repeat=False, blit=True)
121
122 # Листинг программы, реализующей решение линейного уравнения
123 # гиперболического типа, описывающего колебание струны
124 # с помощью метода прямых

```