

```

1  #! python3.7
2  # -*- coding: utf-8 -*-
3  from numpy import zeros, linspace, sin, pi, linalg
4  from matplotlib.pyplot import style, figure, axes
5  from celluloid import Camera
6
7  # Набор команд, за счёт которых анимация строится в отдельном окне
8  from IPython import get_ipython
9  get_ipython().run_line_magic('matplotlib', 'qt')
10
11 # Определение функции, задающей начальное условие
12 def u_init(x) :
13     u_init = -100*sin(pi*x)**100 + 100*x**2
14     return u_init
15
16 # Функция f подготавливает массив, содержащий элементы вектор-функции,
17 # определяющей правую часть решаемой системы ОДУ
18 def f(y,h,N):
19     f = zeros(N-1)
20     f[0] = -1/2*y[0] - h/8*y[0]**2
21     f[1] = -(y[1] - 7/4*y[0]) - h/2*y[0]*(y[1] - 1/4*y[0])
22     for n in range(2,N-1) :
23         f[n] = -(y[n] - 2*y[n-1] + y[n-2]) - h/2*y[n-1]*(y[n] - y[n-2])
24     return f
25
26 # Функция подготавливает матрицу дифференциального оператора решаемой системы ОДУ
27 def D(N,h) :
28     D = zeros((N-1,N-1))
29     # Определениене ненулевых элементов матрицы D
30     D[0,0] = 1/4*(2 - h**2)
31     D[1,0] = -(7/4 + h**2)
32     D[1,1] = 1.
33     for n in range(2,N-1) :
34         D[n,n-2] = 1.
35         D[n,n-1] = -(2 + h**2)
36         D[n,n] = 1.
37     return D
38
39 # Функция подготавливает массив, содержащий элементы матрицы Якоби f_u
40 def f_y(y,h,N):
41     f_y = zeros((N-1,N-1))
42     # Определениене ненулевых элементов матрицы Якоби
43     f_y[0,0] = -1/2 - h/4*y[0]
44     f_y[1,0] = 7/4 - h/2*(y[1] - 1/2*y[0])
45     f_y[1,1] = -1 - h/2*y[0]
46     for n in range(2,N-1) :
47         f_y[n,n-2] = -1 + h/2*y[n-1]
48         f_y[n,n-1] = 2 - h/2*(y[n] - y[n-2])
49         f_y[n,n] = -1 - h/2*y[n-1]
50     return f_y
51
52 # Определение входных данных задачи
53 a = 0.; b = 1.
54 t_0 = 0.; T = 0.5
55
56 # Определение параметра схемы (нужный раскомментировать)
57 alpha = (1 + 1j)/2 # CROS1 (схема Розенброка с комплексным коэффициентом)
58 # alpha = 1.      # DIRK1 (обратная схема Эйлера)
59
60 # Определение числа интервалов пространственно-временной сетки,
61 # на которой будет искаться приближённое решение
62 N = 200; M = 250
63
64 # Определение сетки по пространству

```

```

65 h = (b - a)/N; x = linspace(a,b,N+1)
66 # Определение сетки по времени
67 tau = (T - t_0)/M; t = linspace(t_0,T,M+1)
68
69 # Выделение памяти под массив сеточных значений решения УЧП
70 # В строке с номером m этого массива будут храниться сеточные значения решения,
71 # соответствующие моменту времени t_m
72 u = zeros((M + 1,N + 1))
73 # Выделение памяти под вспомогательный массив y
74 y = zeros((M + 1,N - 1))
75
76 # Задание начального условия (на начальном временном слое)
77 for n in range(N+1) :
78     u[0,n] = u_init(x[n])
79
80 # Задание начального условия решаемой системы ОДУ
81 y[0] = u[0,2:N+1]
82
83 # Реализация схемы из семейства ROS1
84 # (конкретная схема определяется коэффициентом alpha)
85 for m in range(M) :
86     w_1 = linalg.solve(D(N,h) - alpha*tau*f_y(y[m],h,N),f(y[m],h,N))
87     y[m + 1] = y[m] + tau*w_1.real
88     u[m + 1,0] = 0
89     u[m + 1,1] = 1/4*y[m + 1,0]
90     u[m + 1,2:N+1] = y[m + 1]
91
92 # Анимация отрисовки решения
93 style.use('dark_background')
94 fig = figure()
95 camera = Camera(fig)
96 ax = axes(xlim=(a,b), ylim=(-130.,130.))
97 ax.set_xlabel('x'); ax.set_ylabel('u')
98 for m in range(M + 1) :
99     # Отрисовка решения в момент времени t_m
100     ax.plot(x,u[m], color='y', ls='-', lw=2)
101     camera.snap()
102 animation = camera.animate(interval=50, repeat=False, blit=True)
103
104 # Листинг программы, реализующей решение нелинейного уравнения
105 # типа Бенджамена-Бона-Махони-Бюргера методом прямых

```