

```

1  #! python3.7
2  # -*- coding: utf-8 -*-
3  from numpy import zeros, linspace, tanh, eye, linalg
4  from matplotlib.pyplot import style, figure, axes
5  from celluloid import Camera
6
7  # Набор команд, за счёт которых анимация строится в отдельном окне
8  from IPython import get_ipython
9  get_ipython().run_line_magic('matplotlib', 'qt')
10
11 # Определение функции, задающей начальное условие
12 def u_init(x) :
13     u_init = 0.5*tanh((x - x_0)/eps)
14     return u_init
15
16 # Определение функции, задающей левое граничное условие
17 def u_left(t) :
18     u_left = -0.5
19     return u_left
20
21 # Определение функции, задающей правое граничное условие
22 def u_right(t) :
23     u_right = 0.5
24     return u_right
25
26 # Функция f подготавливает массив, содержащий элементы вектор-функции,
27 # определяющей правую часть решаемой системы ОДУ
28 def f(y,t,h,N,u_left,u_right,eps):
29     f = zeros(N-1)
30     f[0] = eps*(y[1] - 2*y[0] + u_left(t))/h**2 + y[0]*(y[1] - u_left(t))/(2*h) +
31     y[0]**3
32     for n in range(1,N-2):
33         f[n] = eps*(y[n+1] - 2*y[n] + y[n-1])/h**2 + y[n]*(y[n+1] - y[n-1))/(2*h) +
34         y[n]**3
35     f[N-2] = eps*(u_right(t) - 2*y[N-2] + y[N-3])/h**2 + y[N-2]*(u_right(t) -
36     y[N-3))/(2*h) + y[N-2]**3
37     return f
38
39 # Функция подготавливает массив, содержащий элементы матрицы Якоби f_u
40 def f_y(y,t,h,N,u_left,u_right,eps):
41     f_y = zeros((N-1,N-1))
42     # Определениене ненулевых элементов матрицы Якоби
43     f_y[0,0] = -2*eps/h**2 + (y[1] - u_left(t))/(2*h) + 3*y[0]**2
44     f_y[0,1] = eps/h**2 + y[0]/(2*h)
45     for n in range(1,N-2) :
46         f_y[n,n - 1] = eps/h**2 - y[n]/(2*h)
47         f_y[n,n] = -2*eps/h**2 + (y[n+1] - y[n-1])/(2*h) + 3*y[n]**2
48         f_y[n,n + 1] = eps/h**2 + y[n]/(2*h)
49     f_y[N-2,N-3] = eps/h**2 - y[N-2]/(2*h)
50     f_y[N-2,N-2] = -2*eps/h**2 + (u_right(t) - y[N-3])/(2*h) + 3*y[N-2]**2
51     return f_y
52
53 # Определение входных данных задачи
54 a = 0.; b = 1.
55 t_0 = 0.; T = 6.0
56
57 x_0 = 0.6
58 eps = 10**(-2.0)
59
60 # Определение параметра схемы (нужный раскомментировать)
61 alpha = (1 + 1j)/2 # CROS1 (схема Розенброка с комплексным коэффициентом)
62 # alpha = 1.      # DIRK1 (обратная схема Эйлера)
63
64 # Определение числа интервалов пространственно-временной сетки,
65 # на которой будет искомое приближённое решение
66 N = 200; M = 200
67
68 # Определение сетки по пространству
69 h = (b - a)/N; x = linspace(a,b,N+1)

```

```

67 # Определение сетки по времени
68 tau = (T - t_0)/M; t = linspace(t_0,T,M+1)
69
70 # Выделение памяти под массив сеточных значений решения УЧП
71 # В строке с номером m этого массива будут храниться сеточные значения решения,
72 # соответствующие моменту времени t_m
73 u = zeros((M + 1,N + 1))
74 # Выделение памяти под вспомогательный массив y
75 y = zeros((M + 1,N - 1))
76
77 # Задание начального условия (на начальном временном слое)
78 for n in range(N + 1) :
79     u[0,n] = u_init(x[n])
80
81 # Задание начального условия решаемой системы ОДУ
82 y[0] = u[0,1:N]
83
84 # Реализация схемы из семейства ROS1
85 # (конкретная схема определяется коэффициентом alpha)
86 for m in range(M) :
87     w_1 = linalg.solve(eye(N-1) -
88         alpha*tau*f_y(y[m],t[m],h,N,u_left,u_right,eps),f(y[m],t[m] +
89         tau/2,h,N,u_left,u_right,eps))
90     y[m + 1] = y[m] + tau*w_1.real
91     u[m + 1,0] = u_left(t[m+1])
92     u[m + 1,1:N] = y[m + 1]
93     u[m + 1,N] = u_right(t[m+1])
94
95 # Анимация отрисовки решения
96 style.use('dark_background')
97 fig = figure()
98 camera = Camera(fig)
99 ax = axes(xlim=(a,b), ylim=(-1.,1.))
100 ax.set_xlabel('x'); ax.set_ylabel('u')
101 for m in range(M + 1) :
102     # Отрисовка решения в момент времени t_m
103     ax.plot(x,u[m], color='y', ls='-', lw=2)
104     camera.snap()
105 animation = camera.animate(interval=50, repeat=False, blit=True)
106
107 # Листинг программы, реализующей решение нелинейного уравнения
108 # типа Бюргера методом прямых

```