

```

1  #! python3.7
2  # -*- coding: utf-8 -*-
3  from numpy import zeros, linspace, linalg, eye
4  from matplotlib.pyplot import style, figure, axes
5
6  def f(y,h,N,eps,u_left,u_right) :
7      f = zeros(N-1)
8      f[0] = eps*(y[1] - 2*y[0] + u_left)/h**2 - y[0]*(y[1] - u_left)/(2*h) - y[0]
9      for n in range(1,N-2) :
10          f[n] = eps*(y[n+1] - 2*y[n] + y[n-1])/h**2 - y[n]*(y[n+1] - y[n-1])/(2*h) -
11              y[n]
11      f[N-2] = eps*(u_right - 2*y[N-2] + y[N-3])/h**2 - y[N-2]*(u_right -
12          y[N-3])/(2*h) - y[N-2]
12  return f
13
14 def f_y(y,h,N,eps,u_left,u_right) :
15     f_y = zeros((N-1,N-1))
16     f_y[0,0] = eps*(-2/h**2) - (y[1] - u_left)/(2*h) - 1.
17     for n in range(1,N-1) :
18         f_y[n,n-1] = eps/h**2 + y[n]/(2*h)
19     for n in range(1,N-2) :
20         f_y[n,n] = eps*(-2)/h**2 - (y[n+1] - y[n-1])/(2*h) - 1.
21     for n in range(N-2) :
22         f_y[n,n+1] = eps/h**2 - y[n]/(2*h)
23     f_y[N-2,N-2] = eps*(-2/h**2) - (u_right - y[N - 3])/(2*h) - 1.
24  return f_y
25
26 # Определение входных данных задачи
27 a = 0.; b = 1.; eps = 0.1
28 u_left = 4.; u_right = -3.5
29
30 # Число итераций метода Ньютона
31 S = 10
32
33 # Определение числа интервалов сетки,
34 # на которой будет искаться приближённое решение
35 N = 50
36
37 # Определение сетки
38 h = (b - a)/N
39 x = linspace(a,b,N+1)
40
41 # Выделение памяти под массивы сеточных значений приближённых решений краевой задачи
42 # и соответствующей нелинейной системы на каждой итерации метода Ньютона.
43 # В строке с номером s хранятся сеточные значения соответствующего приближения на
43 # s-ой итерации
44 u = zeros((S+1,N+1)); y = zeros((S+1,N-1))
45
46 # Начальное приближение является нулевым вектором
47 y[0] = u[0,1:N]
48
49 for s in range(S) :
50     # Реализация итерации метода Ньютона
51     y[s+1] = y[s] -
52         linalg.solve(f_y(y[s],h,N,eps,u_left,u_right),f(y[s],h,N,eps,u_left,u_right))
53     # Заполнение массива сеточных значений решения
54     # очередного приближения решения краевой задачи
55     u[s+1,0] = u_left
55     u[s+1,1:N] = y[s+1,:]
56     u[s+1,N] = u_right
57
58 # Отрисовка решения
59 style.use('dark_background')
60
61 fig1 = figure()
62 ax1 = axes(xlim=(a,b), ylim=(-6,8.))
63 ax1.set_xlabel('x'); ax1.set_ylabel('y')
64 ax1.plot(x,u[S],'-ow',markersize=5)
65
```

66 # Листинг программы, реализующей приближённое решение краевой задачи
67 # для ОДУ второго порядка с помощью сеточного метода