

```

1  #! python3.7
2  # -*- coding: utf-8 -*-
3  from numpy import zeros, linspace, pi, sqrt, linalg
4  from matplotlib.pyplot import style, figure, axes
5  from celluloid import Camera
6
7  # Набор команд, за счёт которых анимация строится в отдельном окне
8  from IPython import get_ipython
9  get_ipython().run_line_magic('matplotlib', 'qt')
10
11 # Функция f подготавливает массив, содержащий элементы вектор-функции,
12 # определяющей правую часть решаемой системы ОДУ
13 def f(u,g,mass_1,mass_2,l_1,l_2) :
14     f = zeros(10)
15     f[0] = u[4]
16     f[1] = u[5]
17     f[2] = u[6]
18     f[3] = u[7]
19     f[4] = u[8]/mass_1*2*u[0] - u[9]/mass_1*2*(u[2] - u[0])
20     f[5] = -g + u[8]/mass_1*2*u[1] - u[9]/mass_1*2*(u[3] - u[1])
21     f[6] = u[9]/mass_2*2*(u[2] - u[0])
22     f[7] = -g + u[9]/mass_2*2*(u[3] - u[1])
23     f[8] = u[0]**2 + u[1]**2 - l_1**2
24     f[9] = (u[2] - u[0])**2 + (u[3] - u[1])**2 - l_2**2
25     return f
26
27 # Функция подготавливает массив, содержащий элементы матрицы D
28 def D() :
29     D = zeros((10,10))
30     # Задаются ненулевые диагональные элементы матрицы D
31     for i in range(8) :
32         D[i,i] = 1.
33     return D
34
35 # Функция подготавливает массив, содержащий элементы матрицы Якоби f_u
36 def f_u(u,mass_1,mass_2,) :
37     f_u = zeros((10,10))
38     # Задаются ненулевые компоненты матрицы Якоби
39     f_u[0,4] = 1.
40     f_u[1,5] = 1.
41     f_u[2,6] = 1.
42     f_u[3,7] = 1.
43     f_u[4,0] = u[8]/mass_1*2 + u[9]/mass_1*2
44     f_u[4,2] = -u[9]/mass_1*2
45     f_u[4,8] = 1/mass_1*2*u[0]
46     f_u[4,9] = -1/mass_1*2*(u[2] - u[0])
47     f_u[5,1] = u[8]/mass_1*2 + u[9]/mass_1*2
48     f_u[5,3] = -u[9]/mass_1*2
49     f_u[5,8] = 1/mass_1*2*u[1]
50     f_u[5,9] = -1/mass_1*2*(u[3] - u[1])
51     f_u[6,0] = -u[9]/mass_2*2
52     f_u[6,2] = u[9]/mass_2*2
53     f_u[6,9] = 1/mass_2*2*(u[2] - u[0])
54     f_u[7,1] = -u[9]/mass_2*2
55     f_u[7,3] = u[9]/mass_2*2
56     f_u[7,9] = 1/mass_2*2*(u[3] - u[1])
57     f_u[8,0] = 2*u[0]
58     f_u[8,1] = 2*u[1]
59     f_u[9,0] = -2*(u[2] - u[0])
60     f_u[9,1] = -2*(u[3] - u[1])
61     f_u[9,2] = 2*(u[2] - u[0])
62     f_u[9,3] = 2*(u[3] - u[1])
63     return f_u
64
65 # Определение входных данных задачи
66 t_0 = 0.; T = 14.16
67 x_1_0 = 3.; y_1_0 = -4.; x_2_0 = 3.; y_2_0 = -6.
68 v_1_x_0 = 0.; v_1_y_0 = 0.; v_2_x_0 = 0.; v_2_y_0 = 0.
69 g = 9.81; l_1 = 5.; l_2 = 2.; mass_1 = 1.0; mass_2 = 0.1

```

```

70 # Определение множителя Лагранжа
71 lambda_1_0 = lambda_2_0 = 100.
72
73 # Определение параметра схемы (нужный раскомментировать)
74 alpha = (1 + 1j)/2 # CROS1 (схема Розенброка с комплексным коэффициентом)
75 # alpha = 1.      # DIRK1 (обратная схема Эйлера)
76
77 # Определение числа интервалов сетки,
78 # на которой будет искомое приближённое решение
79 M = 5000
80 # Определение сетки
81 tau = (T - t_0)/M
82 t = linspace(t_0, T, M + 1)
83
84 # Выделение памяти под массив сеточных значений решения системы ОДУ
85 # В строке с номером m этого массива хранятся сеточные значения решения,
86 # соответствующие моменту времени t_m
87 u = zeros((M + 1, 10))
88
89 # Задание начальных условий
90 # (записываются в строку с индексом 0 массива u)
91 u[0, :] = [x_1_0, y_1_0, x_2_0, y_2_0, v_1_x_0, v_1_y_0, v_2_x_0, v_2_y_0,
92 lambda_1_0, lambda_2_0]
93
94 # Реализация схемы из семейства ROS1
95 # конкретная схема определяется коэффициентом alpha
96 for m in range(M) :
97     w_1 = linalg.solve(D() - alpha*tau*f_u(u[m], mass_1, mass_2), \
98         f(u[m], g, mass_1, mass_2, l_1, l_2))
99     u[m + 1] = u[m] + tau*w_1.real
100
101 # Анимация отрисовки решения
102 style.use('dark_background')
103 fig = figure()
104 camera = Camera(fig)
105 ax = axes(xlim=(-5.5, 5.5), ylim=(-8, 1))
106 ax.set_aspect('equal'); ax.set_xlabel('x'); ax.set_ylabel('y')
107 for m in range(M + 1) :
108     ax.plot(0, 0, color="yellow", marker='o', markersize=5)
109     ax.plot((-2, 2), (0, 0), '-', color="white")
110     # Отрисовка подвеса 1
111     ax.plot((0, u[m, 0]), (0, u[m, 1]), color="white")
112     # Отрисовка груза 1
113     ax.plot(u[m, 0], u[m, 1], color="white", marker='o', markersize=12)
114     # Отрисовка подвеса 2
115     ax.plot((u[m, 0], u[m, 2]), (u[m, 1], u[m, 3]), color="white")
116     # Отрисовка груза 2
117     ax.plot(u[m, 2], u[m, 3], color="white", marker='o', markersize=6)
118     # Отрисовка следа груза 1
119     ax.plot(u[:m, 0], u[:m, 1], '-g', linewidth=1)
120     # Отрисовка следа груза 2
121     ax.plot(u[:m, 2], u[:m, 3], '-y', linewidth=1)
122     if m%10==0 : # Сохраняем только каждый десятый кадр
123         camera.snap()
124
125 animation = camera.animate(interval=15, repeat=False, blit=True)
126
127 # Листинг программы, реализующей решение
128 # системы дифференциально-алгебраических уравнений
129 # с помощью схемы CROS1 или DIRK1
130 # (на примере моделирования движения двойного маятника)

```