

```

1  #! python3.7
2  # -*- coding: utf-8 -*-
3  from numpy import zeros, linspace, pi, sqrt, linalg
4  from matplotlib.pyplot import style, figure, axes
5  from celluloid import Camera
6
7  # Набор команд, за счёт которых анимация строится в отдельном окне
8  from IPython import get_ipython
9  get_ipython().run_line_magic('matplotlib', 'qt')
10
11 # Функция f подготавливает массив, содержащий элементы вектор-функции,
12 # определяющей правую часть решаемой системы ОДУ
13 def f(u,g,mass,l) :
14     f = zeros(5)
15     f[0] = u[2]
16     f[1] = u[3]
17     f[2] = 2*u[4]*u[0]/mass
18     f[3] = -g + 2*u[4]*u[1]/mass
19     f[4] = u[0]**2 + u[1]**2 - l**2
20     return f
21
22 # Функция подготавливает массив, содержащий элементы матрицы D
23 def D() :
24     D = zeros((5,5))
25     # Задаются ненулевые диагональные элементы матрицы D
26     for i in range(4) :
27         D[i,i] = 1.
28     return D
29
30 # Функция подготавливает массив, содержащий элементы матрицы Якоби f_u
31 def f_u(u,mass) :
32     f_u = zeros((5,5))
33     # Задаются ненулевые компоненты матрицы Якоби
34     f_u[0,2] = 1.
35     f_u[1,3] = 1.
36     f_u[2,0] = 2*u[4]/mass
37     f_u[2,4] = 2*u[0]/mass
38     f_u[3,1] = 2*u[4]/mass
39     f_u[3,4] = 2*u[1]/mass
40     f_u[4,0] = 2*u[0]
41     f_u[4,1] = 2*u[1]
42     return f_u
43
44 # Определение входных данных задачи
45 t_0 = 0.
46 x_0 = 3.; y_0 = -4.
47 v_x_0 = 0.; v_y_0 = 0.
48 g = 9.81; l = 5.0; mass = 1.0
49 T = 2*(2*pi*sqrt(l/g)) # T равно двум периодам колебаний маятника
50 # Определение множителя Лагранжа
51 lambda_0 = (y_0*g - v_x_0**2 - v_y_0**2)*mass/(2*l**2)
52
53 # Определение параметра схемы (нужный раскомментировать)
54 alpha = (1 + 1j)/2 # CROS1 (схема Розенброка с комплексным коэффициентом)
55 # alpha = 1.      # DIRK1 (обратная схема Эйлера)
56
57 # Определение числа интервалов сетки,
58 # на которой будет искомое приближённое решение
59 M = 500
60 # Определение сетки
61 tau = (T - t_0)/M
62 t = linspace(t_0,T,M + 1)
63
64 # Выделение памяти под массив сеточных значений решения системы ОДУ
65 # В строке с номером m этого массива хранятся сеточные значения решения,
66 # соответствующие моменту времени t_m
67 u = zeros((M + 1,5))
68
69 # Задание начальных условий

```

```

70 # (записываются в строку с индексом 0 массива u)
71 u[0,:] = [x_0, y_0, v_x_0, v_y_0, lambda_0]
72
73 # Реализация схемы из семейства ROS1
74 # конкретная схема определяется коэффициентом alpha
75 for m in range(M) :
76     w_1 = linalg.solve(D() - alpha*tau*f_u(u[m],mass), f(u[m],g,mass,l))
77     u[m + 1] = u[m] + tau*w_1.real
78
79 # Анимация отрисовки решения
80 style.use('dark_background')
81 fig = figure()
82 camera = Camera(fig)
83 ax = axes(xlim=(-5.5,5.5), ylim=(-8,1))
84 ax.set_aspect('equal'); ax.set_xlabel('x'); ax.set_ylabel('y')
85 for m in range(M + 1) :
86     ax.plot(0,0, color="yellow", marker='o', markersize=5)
87     ax.plot((-2,2), (0,0), '-', color="white")
88     # Отрисовка подвеса
89     ax.plot((0,u[m,0]), (0,u[m,1]), color="white")
90     # Отрисовка груза
91     ax.plot(u[m,0],u[m,1], color="white", marker='o', markersize=10)
92     camera.snap()
93 animation = camera.animate(interval=15, repeat=False, blit=True)
94
95 # Листинг программы, реализующей решение
96 # системы дифференциально-алгебраических уравнений
97 # с помощью схемы CROS1 или DIRK1
98 # (на примере моделирования движения маятника)

```