

```

1  from numpy import linspace, zeros, log, dot, linalg
2  from matplotlib.pyplot import plot, xscale, yscale
3
4  def A(x,h,N) :
5      A = zeros((N-1,N-1))
6      for n in range(1,N-1) :
7          A[n,n-1] = -1/h**2 - 9*x[n+1]/(2*h)
8      for n in range(N-1) :
9          A[n,n] = 2/h**2
10     for n in range(N-2) :
11         A[n,n+1] = -1/h**2 + 9*x[n+1]/(2*h)
12     return A
13
14 def EigenvalueFinding(A,S_max,N) :
15     h = (1 - 0)/N
16     x = linspace(0,1,N+1)
17     lambd = zeros(S_max+1)
18     y = zeros((S_max+1,N-1))
19     y[0] = 1.
20     for s in range(S_max) :
21         y[s+1] = linalg.solve(A(x,h,N),y[s])
22         lambd[s+1] = 1/(dot(y[s+1],y[s+1])/dot(y[s],y[s+1]))
23     eigenvalue = lambd[s+1]
24     return eigenvalue
25
26 N = 20; S_max = 20
27 r = 2; S = 5
28 p = 2; q = 2
29
30 L = zeros((S,S))
31 R = zeros((S,S))
32 p_eff = zeros((S,S))
33
34 for s in range(S) :
35     L[s,0] = EigenvalueFinding(A,S_max,r**s*N)
36
37 for s in range(1,S) :
38     for l in range(s) :
39         R[s,l] = (L[s,l] - L[s-1,l])/(r**(p + l*q) - 1)
40         L[s,l+1] = L[s,l] + R[s,l]
41
42 for s in range(2,S) :
43     for l in range(s-1) :
44         p_eff[s,l] = log(abs(R[s-1,l]/R[s,l]))/log(r)
45
46 # Функция выводит форматированную таблицу
47 def PrintTriangular(A,i) :
48     print(' ',end=' ')
49     for l in range(len(A)) :
50         print(' p={0:<4d}'.format(p + l*q),end=' ')
51     print()
52     for m in range(len(A)) :
53         print(' s={0:<2d}'.format(m),end=' ')
54         for l in range(m + 1 - i) :
55             print('{0:7.4f}'.format(A[m,l]),end=' ')
56         print()
57     print()
58
59 print('Таблица приближённых значений интеграла:')
60 PrintTriangular(L,0)
61 print('Таблица оценок ошибок:')
62 PrintTriangular(R,1)
63 print('Таблица эффективных порядков точности:')
64 PrintTriangular(p_eff,2)
65
66 plot([r**s*N for s in range(1,S)],abs(R[1:,0]),'-bo')
67 xscale('log'); yscale('log')
68
69 # Листинг программы, реализующей приближённое вычисление

```

```
70 # минимального собственного значение задачи Штурма-Лиувилля
71 # с помощью рекуррентного сгущения сеток и многократного повышения
72 # точности по Ричардсону (с вычислением эффективных порядков точности)
```