Альтернативы, виды t-тестов и доверительный интервал

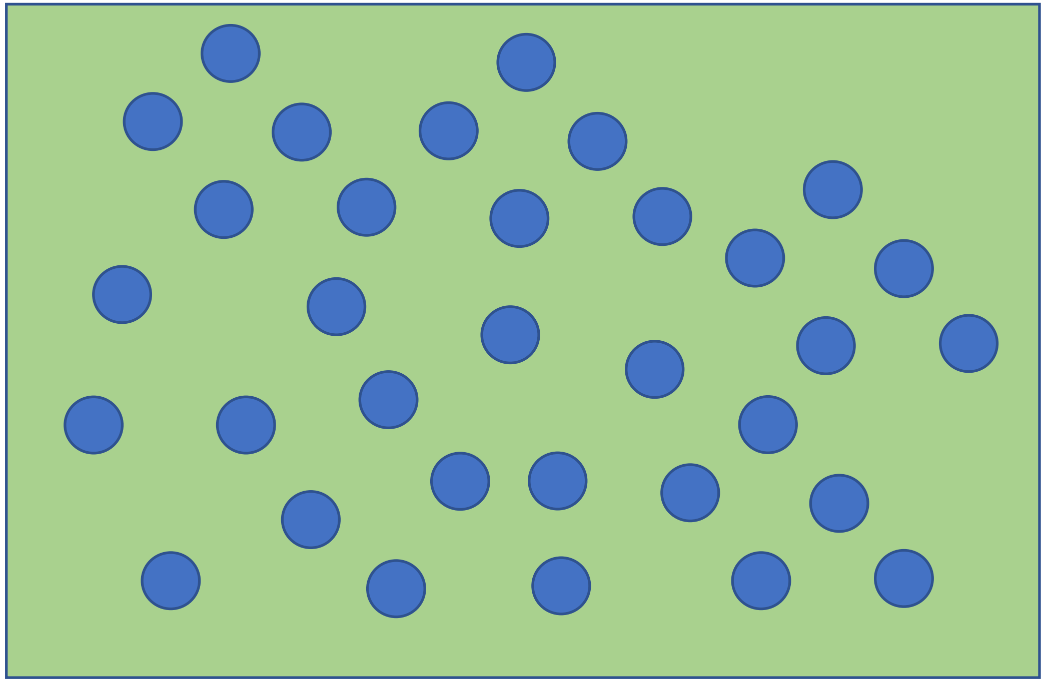
Вероятность ошибки первого рода

Пусть мы ввели некую процедуру T, которая на основе выборки отвергает или не отвергает H_0.

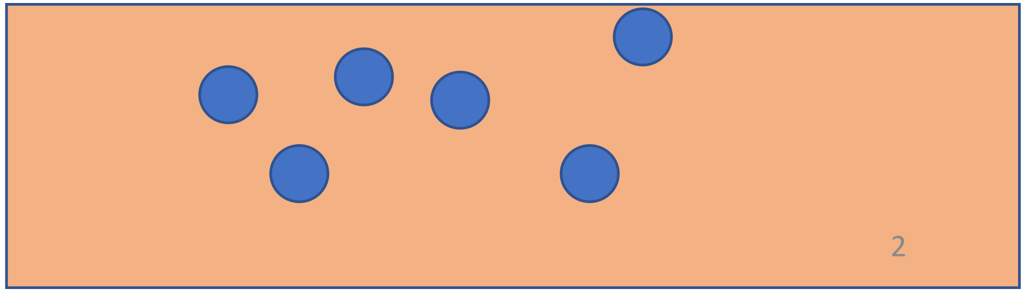
Допустим, мы провели бесчисленное множество экспериментов, для которых H_0 - верна, и оказалось, что наша процедура ошибочно отвергает H_0 в доле случаев α.

Тогда мы говорим, что вероятность ошибки первого рода равна α

$\boldsymbol{H_0}$ не отвергнута ошибочно



$\boldsymbol{H_0}$ ошибочно отвергнута



P-value и вероятность ошибки первого рода

Процедура T, которая состоит в том, что мы считаем $p - value$ нашего наблюдения и если

$$p - value \leq \alpha$$

отвергаем гипотезу H_0, будет поддерживать ошибку первого рода на уровне α (уровень значимости α)

Статистический фреймворк

На основе своих знаний о предмете изучение, сформулируй нулевую и альтернативную гипотезу и выбери уровень значимости α

↓

Проведи эксперимент и получи наблюдения

↓

Получи значение $p\text{-}value$ и сравни его с α

↓

На основании сравнения, отвергни или не отвергни H_0

Z-test (нормальный тест)

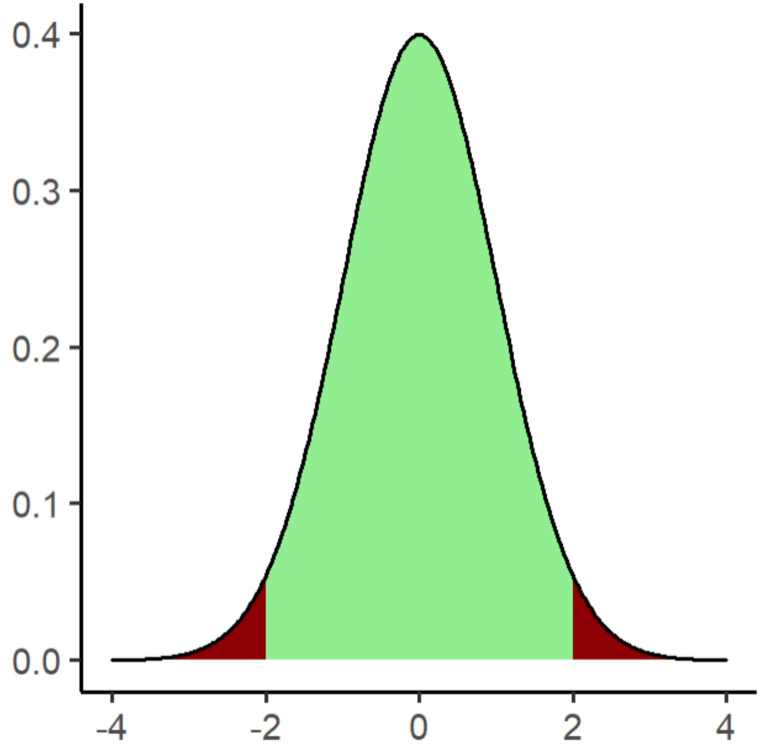
Допустим, у нас есть выборка размера $\mathrm{N} \geq 40$ из генеральной совокупности. Мы хотим проверить гипотезу о том, что среднее генеральной совокупности равно a. Что мы можем сделать?

Z-test (нормальный тест)

Так размер выборки достаточно большой, то мы можем считать, что условия ЦПТ выполняются.

Тогда выборочное среднее распределено нормально с неким средним и дисперсией.

$$\overline{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{N})$$



Откуда взять параметры?

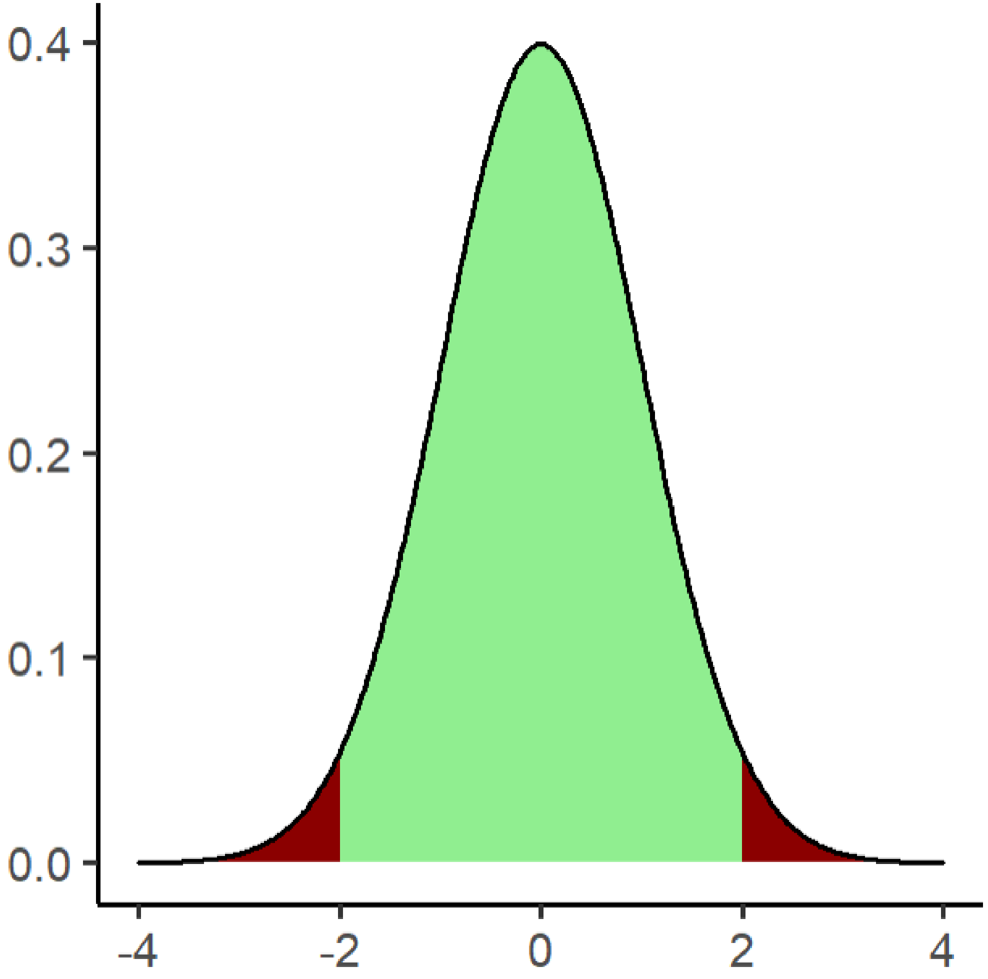
Z-test (нормальный тест)

$$\overline{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{N})$$

$$H_0: \mu = a$$

$$\overline{X} \sim N(a, \frac{\sigma^2}{N})$$

Откуда взять дисперсию?



Z-test (нормальный тест)

$$\overline{X} \sim N(a, \frac{\sigma^2}{N})$$

$$\sigma^2 = s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2$$

$$\overline{X} \sim N(a, \frac{s^2}{N})$$

Z-test (нормальный тест)

$$\overline{X} \sim N(a, \frac{\sigma^2}{N})$$

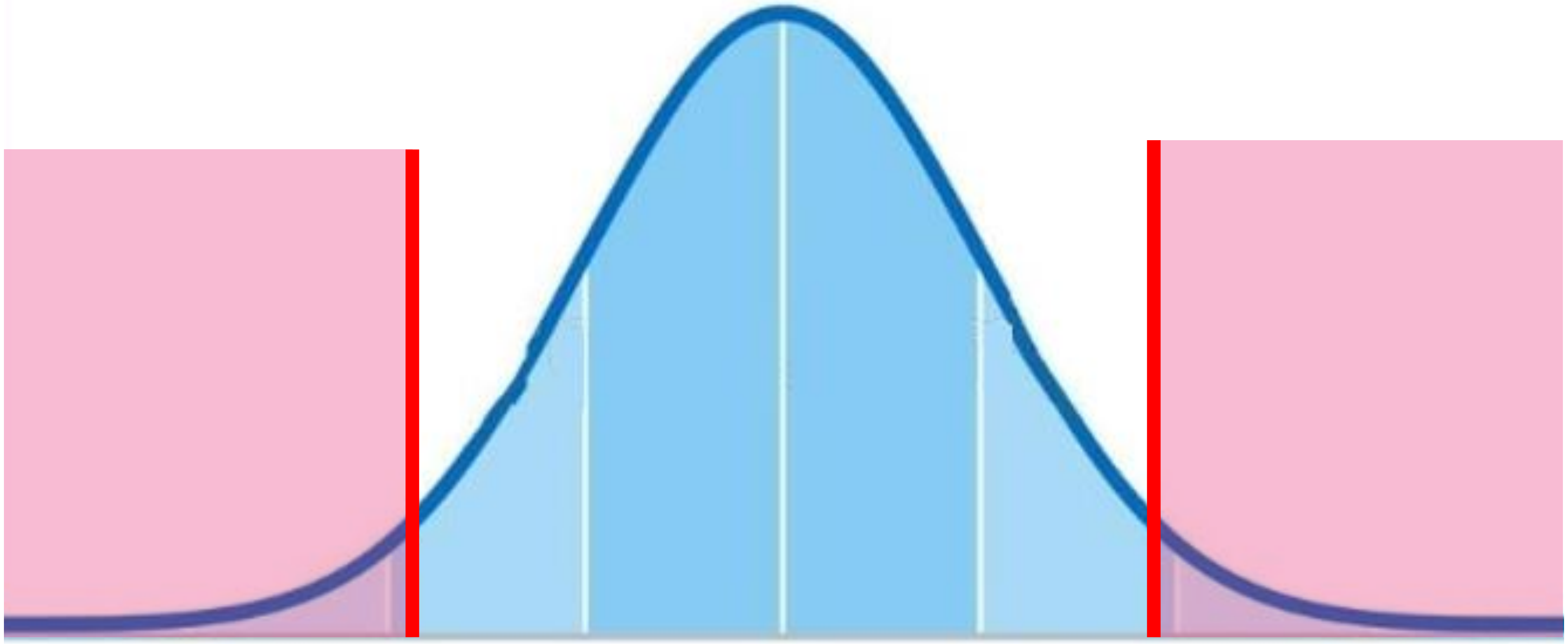
$$H_0: \mu = a$$

Осталось определиться с нашей альтернативной гипотезой. На данным момент решим, что мы считаем, что важно знать и ситуации, когда реальное среднее больше a , и когда оно меньше.

$$H_1: \mu \neq a$$

Двусторонняя альтернатива

Мы воспринимаем значения, которые находятся на обоих «хвостах» распределения

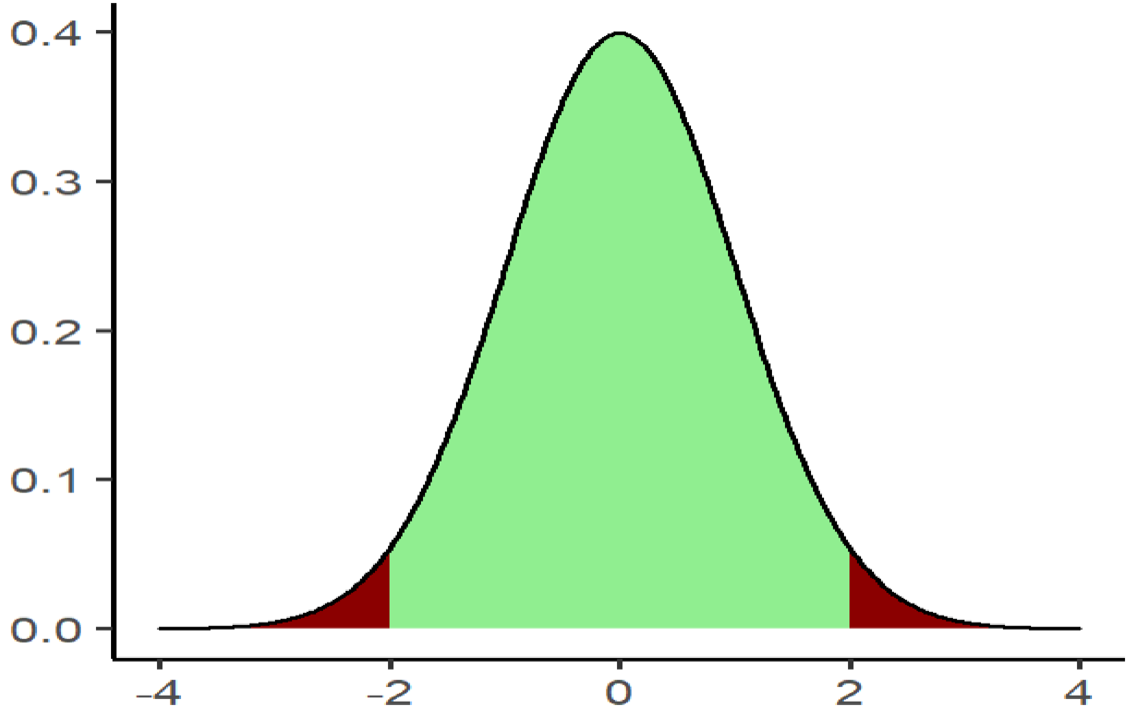


Z-test (нормальный тест)

$$H_0: \mu = a$$

$$H_1: \mu \neq a$$

$$\overline{X} \sim N(a, \frac{\sigma^2}{N})$$



$$\text{p-value} = P\left(\overline{X} \leq \overline{x}\right) * 2$$

$\overline{x}$ - выборочное среднее, посчитанное по нашим данным

Z-test (нормальный тест)

У нас есть данные по возрасту людей, у которых проявилась болезнь X. Мы считаем, что в среднем данная болезнь проявляется в возрасте 49 лет.

Размер выборки – 100 человек

Выборочное среднее выборки – 45.2

Выборочная дисперсия – 5.9

Z-test (нормальный тест)

У нас есть данные по возрасту людей, у которых проявилась болезнь X. Мы считаем, что в среднем данная болезнь проявляется в возрасте 49 лет.

Размер выборки – 100 человек

Выборочное среднее выборки – 45.2

Выборочное стандартное отклонение – 5.9

$$H_0: \mu = 49 \qquad H_1: \mu \neq 49$$

$$\overline{X} \sim N(49, \frac{5.9^2}{N}) \qquad \overline{x} = 45.2$$

Z-test (нормальный тест)

$$H_0: \mu = 49 \qquad H_1: \mu \neq 49$$

$$\overline{X} \sim N(49, \frac{5.9^2}{N}) \qquad \overline{x} = 45.2$$

$$\text{p-value} = 2 \cdot P\left(\overline{X} \leq \overline{x}\right)$$

Z-test (нормальный тест)

```
half <- pnorm(45.2, mean=49, sd=5.9/sqrt(100))
pval <- half * 2
print(pval)
```

```
## [1] 1.18941e-10
```

На уровне значимости 0.05 отвергаем гипотезу о том, что средний возраст проявления болезни – 49

Односторонние альтернативы (левосторонняя)

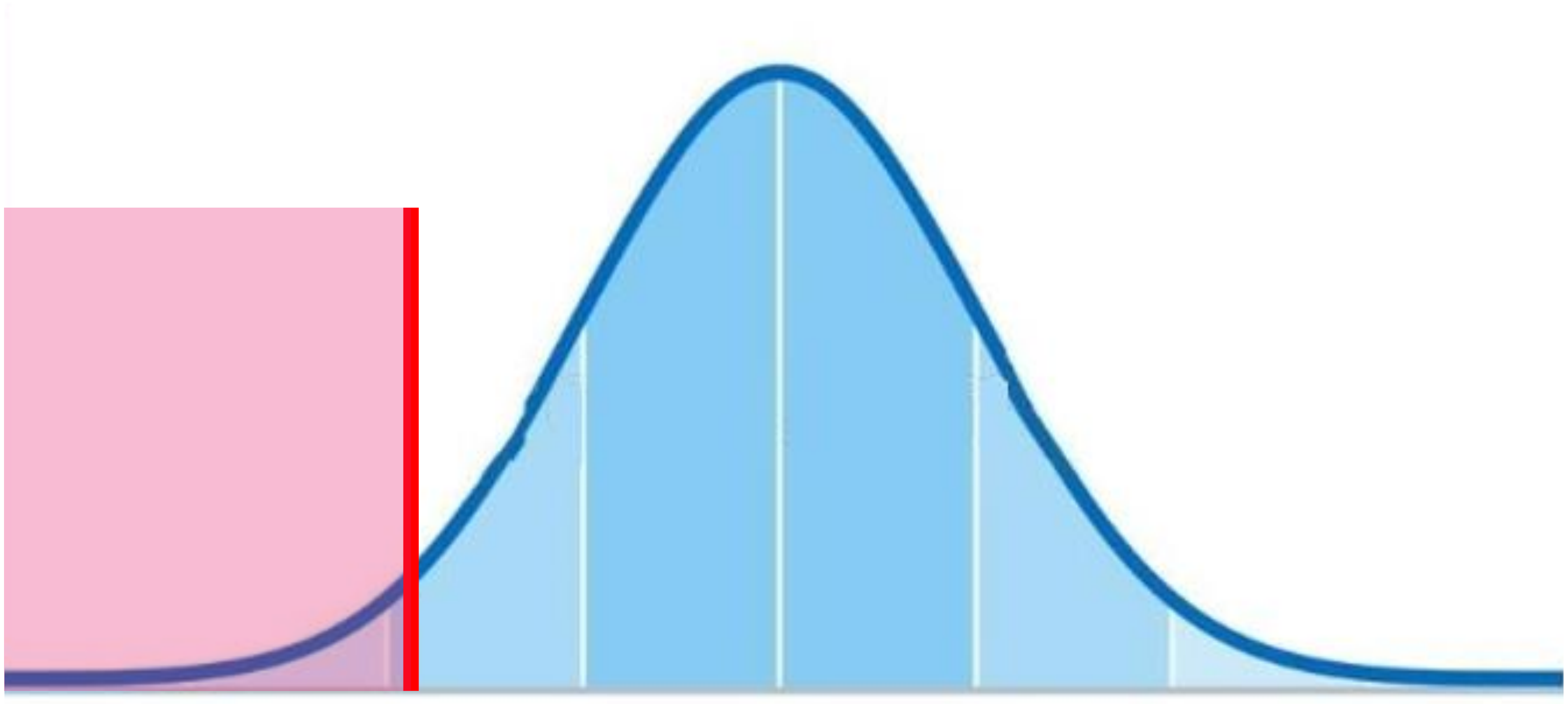
У нас есть данные по возрасту людей, у которых проявилась болезнь X. В литературе утверждается, что в среднем данная болезнь проявляется в возрасте 49 лет.

Мы, однако, считаем, что болезнь проявляется раньше 49 лет.

$$H_1: \mu < 49$$

Односторонняя альтернатива (левосторонняя)

Мы воспринимаем как более критичные только значения, которые меньше нашего



Z-test (нормальный тест, левосторонняя альтернатива)

$$H_0: \mu = 49 \qquad H_1: \mu < 49$$

$$\overline{X} \sim N(49, \frac{5.9^2}{N}) \qquad \overline{x} = 45.2$$

$$\text{p-value} = P\left(\overline{X} \leq \overline{x}\right)$$

Z-test (нормальный тест, левосторонняя альтернатива)

```
pval <- pnorm(45.2, mean=49, sd=5.9/sqrt(100))
print(pval)
```

```
## [1] 5.94705e-11
```

На уровне значимости 0.05 отвергаем гипотезу о том, что средний возраст **не раньше** 49

Односторонние альтернативы (правосторонняя)

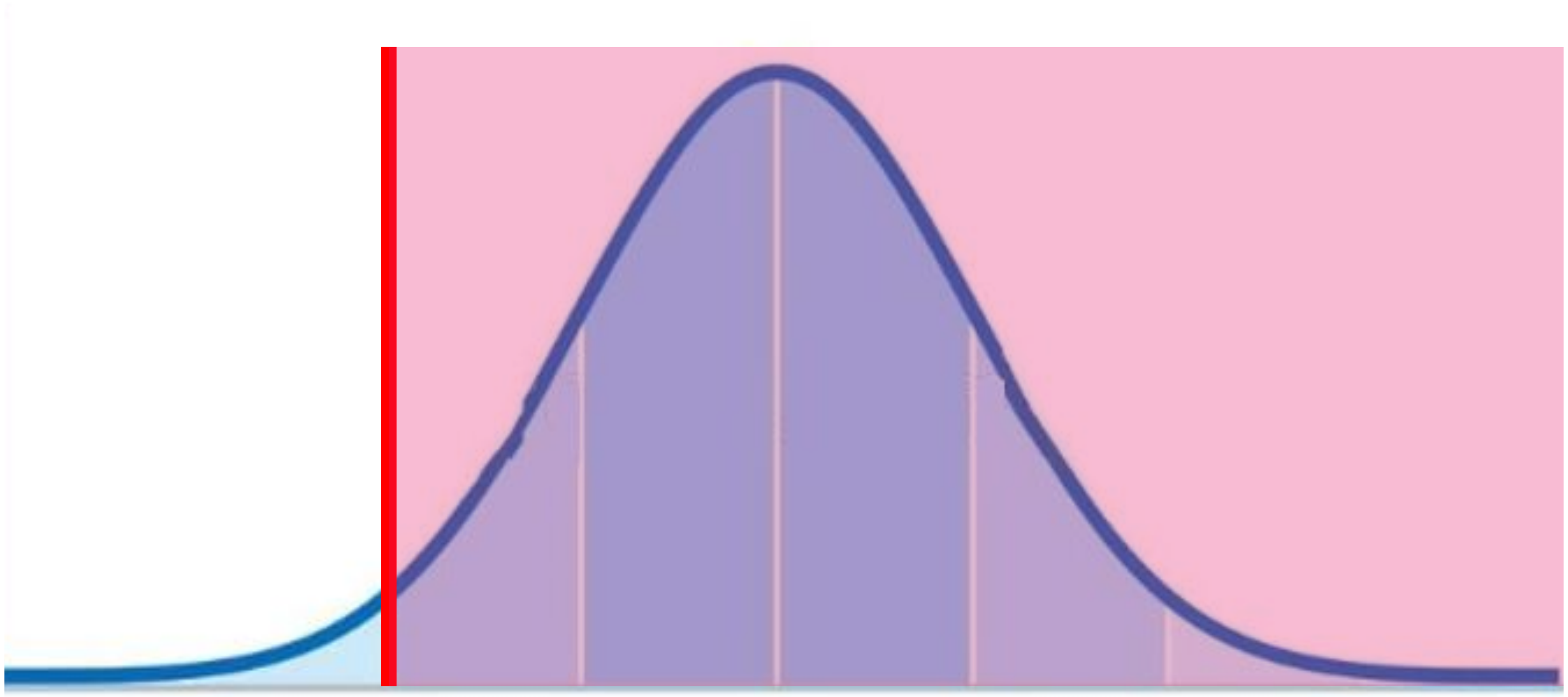
У нас есть данные по возрасту людей, у которых проявилась болезнь X. В литературе утверждается, что болезнь имеет важное социальное значение, так как в среднем данная болезнь проявляется достаточно рано - в возрасте 49 лет.

Мы, однако, считаем, что болезнь проявляется позже 49 лет.

$$H_1: \mu > 49$$

Односторонняя альтернатива (правосторонняя)

Мы воспринимаем как более критичные только значения, которые больше нашего



Z-test (нормальный тест, правосторонняя альтернатива)

$$H_0: \mu = 49 \qquad H_1: \mu > 49$$

$$\overline{X} \sim N(49, \frac{5.9^2}{N}) \qquad \overline{x} = 45.2$$

$$\text{p-value} = P\left(\overline{X} \geq \overline{x}\right)$$

Z-test (нормальный тест, правосторонняя альтернатива)

```
pval <- 1 - pnorm(45.2, mean=49, sd=5.9/sqrt(100))
print(pval)
```

```
## [1] 1
```

На уровне значимости 0.05 мы не можем отвергнуть гипотезу о том, что возраст начала заболевания **не больше** 49 лет.

Z-test

Допустим, у нас есть выборка размера $\mathrm{N} < 40$ из генеральной совокупности.

Но мы знаем, что:

1) Генеральная совокупность распределена нормально
2) Из прошлых экспериментов нам известна дисперсия генеральной совокупности σ^2

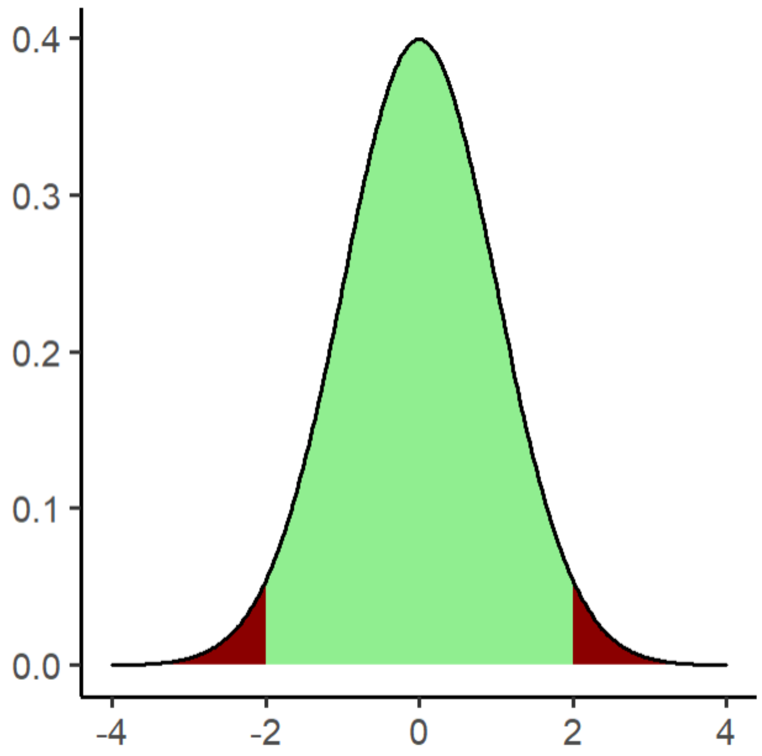
Мы хотим проверить гипотезу о том, что среднее генеральной совокупности равно a. Что мы можем сделать?

Z-test

Так генеральная совокупность распределена

Тогда выборочное среднее распределено нормально с неким средним и известной дисперсией.

$$\overline{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{N})$$



Откуда взять среднее?

Z-test

$$\overline{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{N})$$

$$H_0: \mu = a$$

$$\overline{X} \sim N(a, \frac{\sigma^2}{N})$$

Далее можно делать аналогично тому, что мы делали раньше

Z-test???

Допустим, у нас есть выборка размера $\mathrm{N} < 40$ из генеральной совокупности.

Но мы знаем, что:

1) Генеральная совокупность распределена нормально

Мы хотим проверить гипотезу о том, что среднее генеральной совокупности равно a. Что мы можем сделать?

Z-test???

$$\overline{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{N})$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1}\sum(x_i - \bar{x})^2$$

$$H_0: \mu = a$$

Дальше делаем все так же?

$$\overline{X} \sim N(a, \frac{s^2}{N})$$

P-value и вероятность ошибки первого рода

Процедура T, которая состоит в том, что мы считаем $p - value$ нашего наблюдения и если

$$p - value \leq \alpha$$

отвергаем гипотезу H_0, будет поддерживать ошибку первого рода на уровне α (уровень значимости α)

А давайте проверим, что у нас это действительно выполняется

Z-test, большая выборка

```r
set.seed(111)
size <- 100
mean <- 49
smpls <- rnorm(1000000, mean=49, sd=5.9) + runif(1000000, min=-5, max=5)
smpls <- matrix(smpls, ncol=size)
means <- sapply(1:nrow(smpls), function(x){mean(smpls[x,])})
sds <- sapply(1:nrow(smpls), function(x){sd(smpls[x,]) / sqrt(size)})
pval <- pnorm(means, mean=49, sd=sds)
mean(pval < 0.05)
```

```
## [1] 0.0495
```

Z-test, маленькая выборка, нормальная генеральная совокупность, известная дисперсия

```
set.seed(111)
size <- 10
smpls <- rnorm(100000, mean=49, sd=5.9)
smpls <- matrix(smpls, ncol=size)
means <- sapply(1:nrow(smpls), function(x){mean(smpls[x,])})
pval <- pnorm(means, mean=49, sd=5.9/sqrt(size))
mean(pval < 0.05)
```

```
## [1] 0.0511
```

Z-test, маленькая выборка, нормальная генеральная совокупность, неизвестная дисперсия

```
set.seed(111)
size <- 10
smpls <- rnorm(100000, mean=49, sd=5.9)
smpls <- matrix(smpls, ncol=size)
means <- sapply(1:nrow(smpls), function(x){mean(smpls[x,])})
sds <- sapply(1:nrow(smpls), function(x){sd(smpls[x,]) / sqr
t(size)})
pval <- pnorm(means, mean=49, sd=sds)
mean(pval < 0.05)
```

```
## [1] 0.071
```

Z-test???

$$\overline{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{N}) \qquad s^2 = \frac{1}{n-1}\sum(x_i - \bar{x})^2$$

$$H_0: \mu = a$$

$$\overline{X} \sim N(a, \frac{s^2}{N})$$

Так делать нельзя – выборочная дисперсия на малой выборке не оценивает реальную точно

Распределение Стьюдента

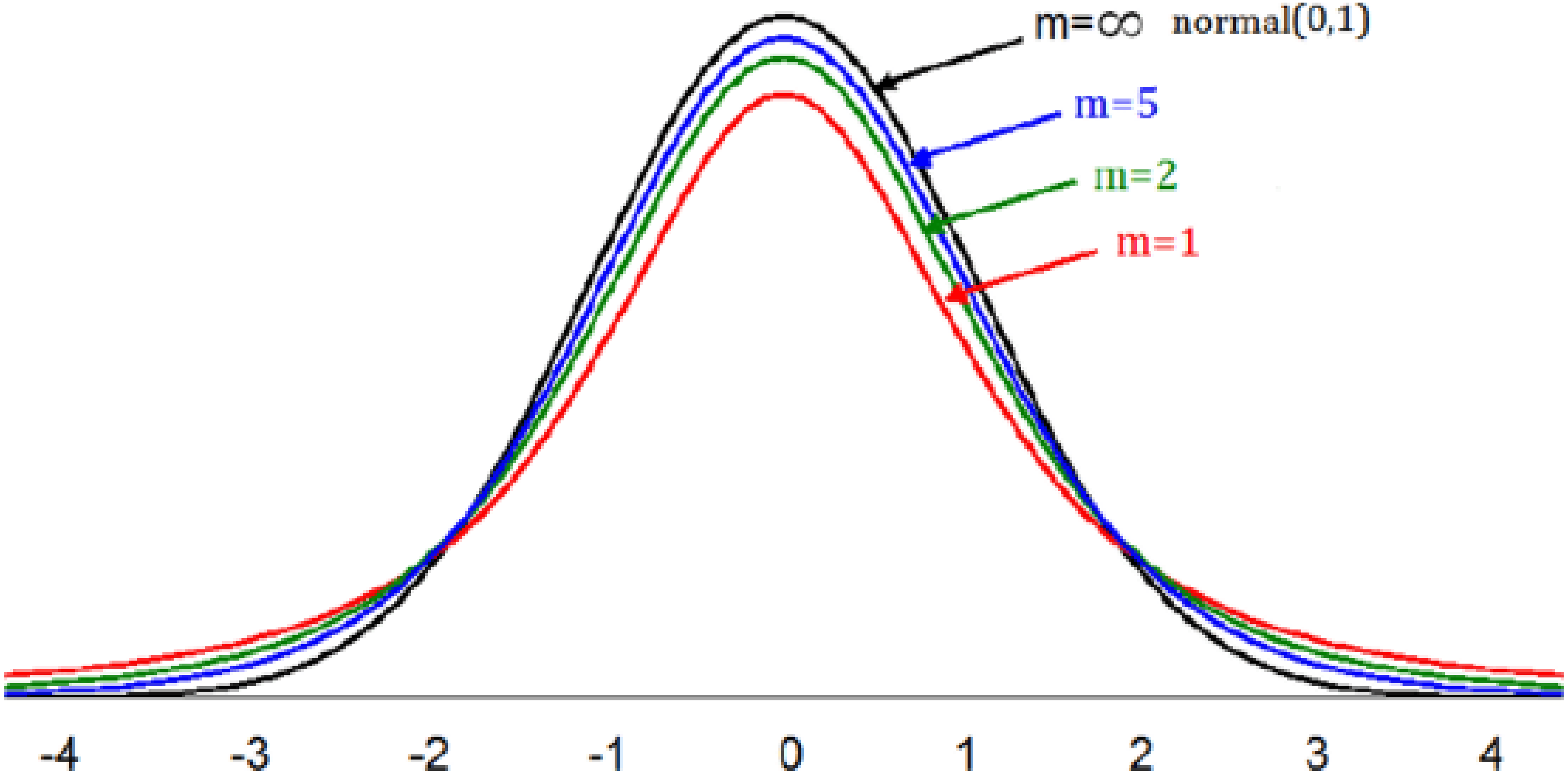
$$\overline{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{N}) \qquad s^2 = \frac{1}{n-1}\sum(x_i - \bar{x})^2$$

$$H_0: \mu = a$$

$$\frac{\overline{X} - a}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim t(n-1)$$

Зато такая величина распределена по известному распределению – распределению Стьюдента с $n - 1$ степенями свободы

Распределение Стьюдента



Главное отличие от нормального распределения – более тяжелые хвосты – больший вес «критичности» наших наблюдений

Распределение Стьюдента

```r
set.seed(111)
size <- 10
smpls <- rnorm(100000, mean=49, sd=5.9)
smpls <- matrix(smpls, ncol=size)
means <- sapply(1:nrow(smpls), function(x){mean(smpls[x,])})
sds <- sapply(1:nrow(smpls), function(x){sd(smpls[x,]) / sqrt(size)})
tscore <- (means - 49) / sds
pval <- pt(tscore, df=size-1)
mean(pval < 0.05)
```

```
## [1] 0.0507
```

Если заменить нормальное распределение на распределение Стьюдента с подходящим числом степеней свободы – получим все, что хотели

t-test (тест Стьюдента)

$$\overline{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{N}) \qquad s^2 = \frac{1}{n-1}\sum(x_i - \bar{x})^2$$

$$H_0: \mu = a$$

$$\frac{\overline{X} - a}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim t(n-1)$$

Зато такая величина распределена по известному распределению – распределению Стьюдента с $n-1$ степенями свободы

t-test (тест Стьюдента)

```
set.seed(111)
size <- 10
smpls <- rnorm(100000, mean=49, sd=5.9)
smpls <- matrix(smpls, ncol=size)
pvals <- lapply(1:nrow(smpls), function(x){t.test(smpls[x, ], mu=49)$p.value})
mean(pvals < 0.05)
```

```
## [1] 0.0512
```

t.test – функция на все случаи использования t-test. Абсолютно все. С некоторыми небольшими ограничениями можно использовать и когда нужен z-test. Т.к его в стандартном R нет

Одновыборочный тест Стьюдента

У нас есть выборка из генеральной совокупности, про которую известно, что она нормальная. Хотим проверить гипотезу о равенстве среднего генеральной совокупности заданному числу

$$H_0: \mu = a$$

$$H_1: \mu \neq a \qquad H_1: \mu < a \qquad H_1: \mu > a$$

Двусторонняя альтернатива

```
h <- starwars$height
h <- h[!is.na(h)]
t.test(h, mu = 180)
```

```
##
##  One Sample t-test
##
## data:  h
## t = -1.4604, df = 80, p-value = 0.1481
## alternative hypothesis: true mean is not equal to 180
## 95 percent confidence interval:
##  166.6697 182.0464
## sample estimates:
## mean of x
##   174.358
```

Левосторонняя альтернатива

```
library(dplyr)
h <- starwars$height
h <- h[!is.na(h)]
t.test(h, mu = 180, alternative = "less")
```

```
##
##  One Sample t-test
##
## data:  h
## t = -1.4604, df = 80, p-value = 0.07405
## alternative hypothesis: true mean is less than 180
## 95 percent confidence interval:
##      -Inf 180.7872
## sample estimates:
## mean of x
##   174.358
```

Правосторонняя альтернатива

```r
library(dplyr)
h <- starwars$height
h <- h[!is.na(h)]
t.test(h, mu = 180, alternative = "greater")
```

```
##
##  One Sample t-test
##
## data:  h
## t = -1.4604, df = 80, p-value = 0.9259
## alternative hypothesis: true mean is greater than 180
## 95 percent confidence interval:
##  167.9289      Inf
## sample estimates:
## mean of x
##   174.358
```

Двувыборочный тест Стьюдента

У нас есть две выборки из разных нормальных генеральных совокупностей.

Мы считаем, что дисперсии генеральных совокупностей не отличаются

Мы хотим сравнить средние этих генеральных совокупностей

$$H_0: \mu_x - \mu_y = 0$$

$$\mathrm{d}f = n + m - 2$$

$$H_1: \mu_x - \mu_y \neq 0$$

$$H_1: \mu_x - \mu_y > 0$$

$$H_1: \mu_x - \mu_y < 0$$

Двусторонняя альтернатива

```
h <- starwars$height
hx <- starwars %>% filter(species == "Human") %>% pull(height)
hy <- starwars %>% filter(species != "Human") %>% pull(height)
t.test(hx, hy, var.equal=TRUE)
```

```
##
##  Two Sample t-test
##
## data:  hx and hy
## t = 0.51514, df = 76, p-value = 0.6079
## alternative hypothesis: true difference in means is not equal to
0
## 95 percent confidence interval:
##  -12.15550  20.63732
## sample estimates:
## mean of x mean of y
##  176.6452  172.4043
```

Левосторонняя альтернатива

```
h <- starwars$height
hx <- starwars %>% filter(species == "Human") %>% pull(height)
hy <- starwars %>% filter(species != "Human") %>% pull(height)
t.test(hx, hy, alternative = "less", var.equal = TRUE)
```

```
##
##  Two Sample t-test
##
## data:  hx and hy
## t = 0.51514, df = 76, p-value = 0.696
## alternative hypothesis: true difference in means is less than 0
## 95 percent confidence interval:
##      -Inf 17.94923
## sample estimates:
## mean of x mean of y
##  176.6452  172.4043
```

Правосторонняя альтернатива

```r
library(dplyr)
h <- starwars$height
hx <- starwars %>% filter(species == "Human") %>% pull(height)
hy <- starwars %>% filter(species != "Human") %>% pull(height)
t.test(hx, hy, alternative = "greater", var.equal = TRUE)
```

```
##
##  Two Sample t-test
##
## data:  hx and hy
## t = 0.51514, df = 76, p-value = 0.304
## alternative hypothesis: true difference in means is greater than
0
## 95 percent confidence interval:
##  -9.467423       Inf
## sample estimates:
## mean of x mean of y
##  176.6452  172.4043
```

Двувыборочный тест Стьюдента 2

У нас есть две выборки из разных нормальных генеральных совокупностей.

Мы считаем, что дисперсии генеральных совокупностей не отличаются

Мы хотим сравнить средние этих генеральных совокупностей. Но нас не устраивает «хоть какая-то разница». Нам интересны случаи, когда разница была хотя бы a

$$\mathrm{d}f = n + m - 2$$

$$H_0: \mu_x - \mu_y = a$$

$$H_1: \mu_x - \mu_y \neq a$$

$$H_1: \mu_x - \mu_y > a$$

$$H_1: \mu_x - \mu_y < a$$

```r
h <- starwars$height
hx <- starwars %>% filter(species == "Human") %>% pull(height)
hy <- starwars %>% filter(species != "Human") %>% pull(height)
t.test(hx, hy, var.equal=TRUE, mu=20, alternative="less")
```

```
##
##  Two Sample t-test
##
## data:  hx and hy
## t = -1.9143, df = 76, p-value = 0.02968
## alternative hypothesis: true difference in means is less than 20
## 95 percent confidence interval:
##      -Inf 17.94923
## sample estimates:
## mean of x mean of y
##  176.6452  172.4043
```

Тест Велча

У нас есть две выборки из разных генеральных совокупностей.
У нас нет оснований считать, что дисперсии генеральных совокупностей не отличаются
Мы хотим сравнить средние этих генеральных совокупностей

$$H_0: \mu_x - \mu_y = 0 \qquad \mathrm{d}f = f(n, m) \approx \min(n, m)$$

$$H_1: \mu_x - \mu_y \neq 0 \qquad H_1: \mu_x - \mu_y > 0$$

$$H_1: \mu_x - \mu_y < 0$$

```r
library(dplyr)
h <- starwars$height
hx <- starwars %>% filter(species == "Human") %>% pull(height)
hy <- starwars %>% filter(species != "Human") %>% pull(height)
t.test(hx, hy, var.equal=FALSE)
```

```
##
##  Welch Two Sample t-test
##
## data:  hx and hy
## t = 0.61604, df = 56.44, p-value = 0.5403
## alternative hypothesis: true difference in means is not equal to
0
## 95 percent confidence interval:
##  -9.547347 18.029158
## sample estimates:
## mean of x mean of y
##  176.6452  172.4043
```

Как узнать, что у генеральных совокупностей дисперсии одинаковы

1) Предположить на основании своих знаний из области
2) Провести тест на равенство дисперсий – СОВРЕМЕННАЯ СТАТИСТИКА ПРОТИВ ЭТОГО ПОДХОДА

Любой статистический тест может ошибаться. Если тест сказал вам, что дисперсии равны, а они не равны – вы примените к данным совершенно не тот тест и получите непредсказуемые результаты

Парный тест Стьюдента

У нас есть две выборки из разных генеральных совокупностей. Однако выборки связаны в пары. Например – у нас есть анализ эксперимента до и после.

Нам плевать на дисперсии выборок

Мы хотим сравнить **среднее разниц этих генеральных совокупностей**. Потому и все требования предъявляются к разницам. В том числе и нормальность..

$$H_0: \mu_{x-y} = 0$$

$$H_1: \mu_{x-y} \neq 0$$

$$H_1: \mu_{x-y} > 0$$

$$H_1: \mu_{x-y} < 0$$

```r
library(dplyr)
h <- starwars$height
h <- starwars %>% filter(species == "Human") %>% pull(height)
m <- starwars %>% filter(species == "Human") %>% pull(mass)
t.test(h, m, paired=TRUE, mu=100, alternative = "greater")
```

```
##
##  Paired t-test
##
## data:  h and m
## t = -1.0287, df = 21, p-value = 0.8423
## alternative hypothesis: true difference in means is greater than
100
## 95 percent confidence interval:
##  91.35015      Inf
## sample estimates:
## mean of the differences
##                96.76364
```

Доверительный интервал

Точечная оценка (например, выборочное среднее) не

содержит информации о том, насколько мы в ней уверены. Условно говоря, если мы сказали, что среднее равно 3.5, то насколько мы уверены, что среднее не равно 3.4?

Аналогично, p-value говорит нам только о значимости эффекта, но не о его размере. Мы можем собрать огромную выборку и найти, что лечебный эффект прикладывания подорожника к ранке – ускорение заживления слабой ранки на полминуты.

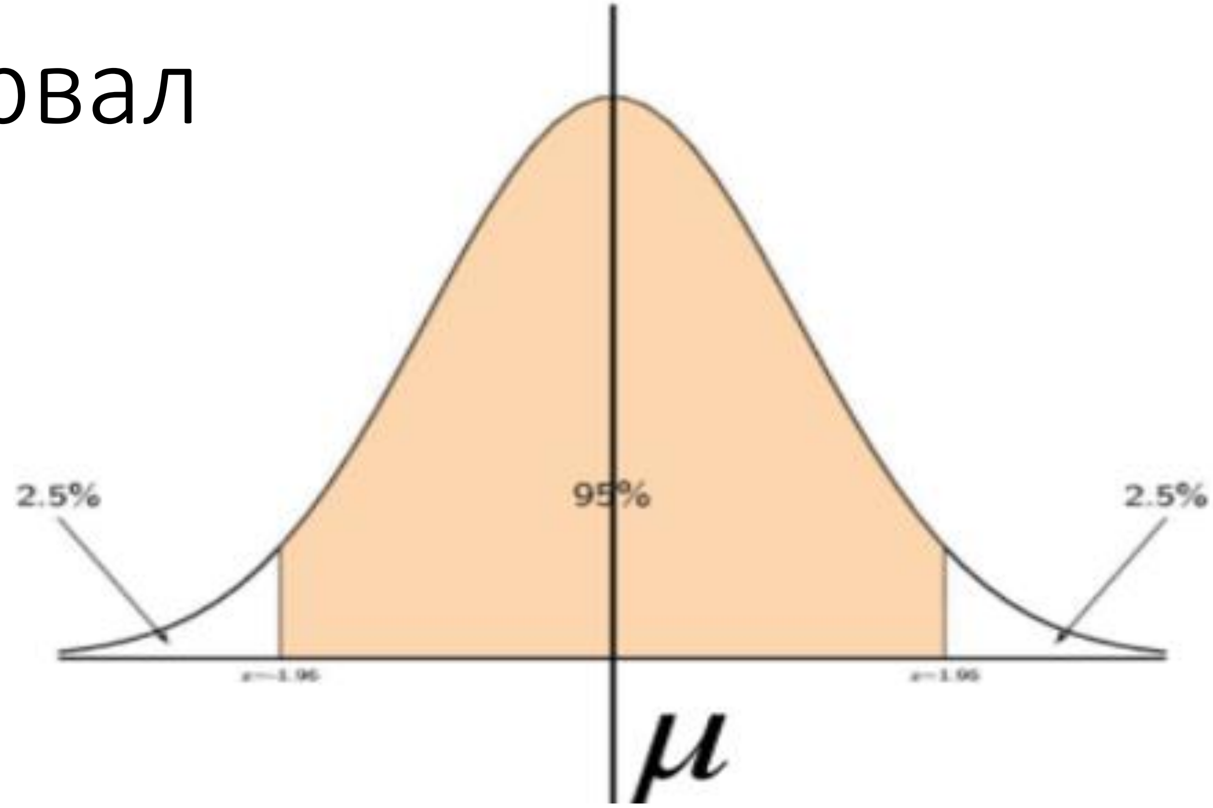
Вряд ли нам интересен такой эффект

Доверительный интервал

$$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$$

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$

$$-1.96 \le \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \le 1.96$$



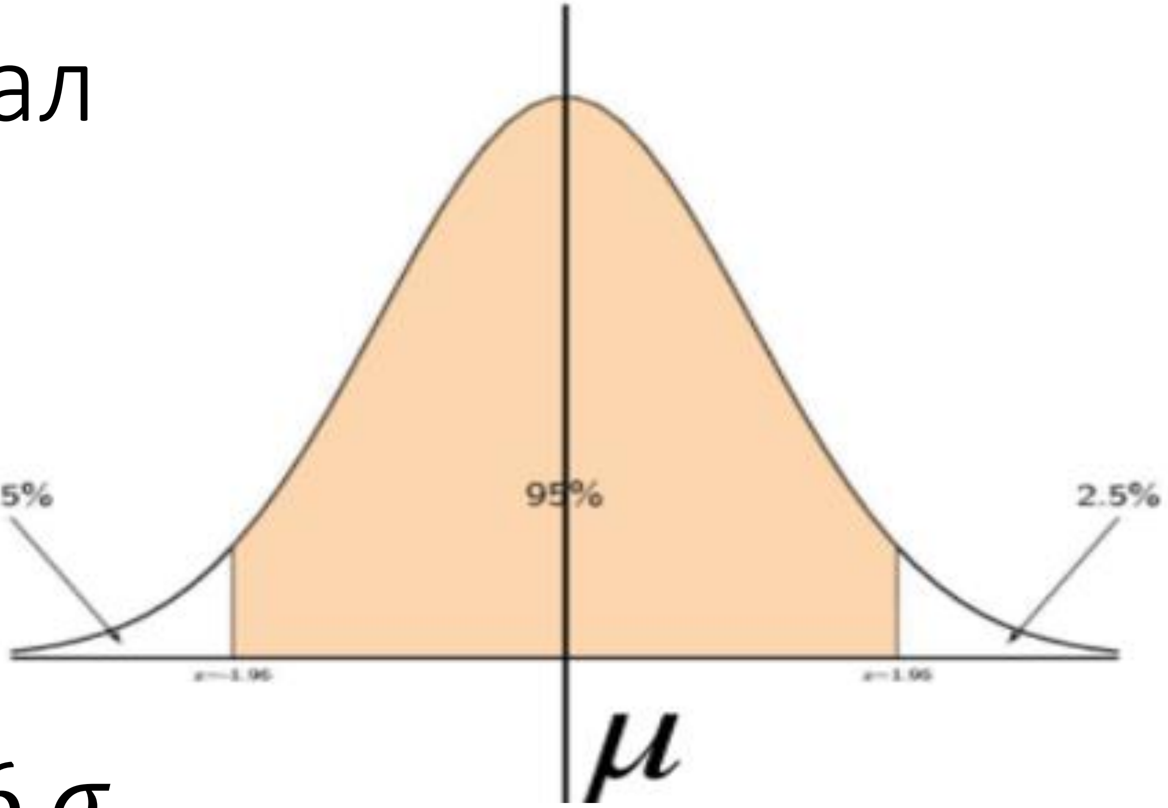
В 95% случаев

$$\frac{-1.96\,\sigma}{\sqrt{n}} - \bar{X} \le -\mu \le \frac{1.96\,\sigma}{\sqrt{n}} - \bar{X}$$

Доверительный интервал

$$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$$

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$$



$$\bar{X} - \frac{1.96\,\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{X} + \frac{1.96\,\sigma}{\sqrt{n}}$$ В 95% случаев

$$\bar{X} - \frac{1.96\,\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{X} + \frac{1.96\,\sigma}{\sqrt{n}}$$ В 95% случаев

Доверительный интервал

$$\bar{X} - \frac{1.96\,\sigma}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{X} + \frac{1.96\,\sigma}{\sqrt{n}} \qquad SE = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

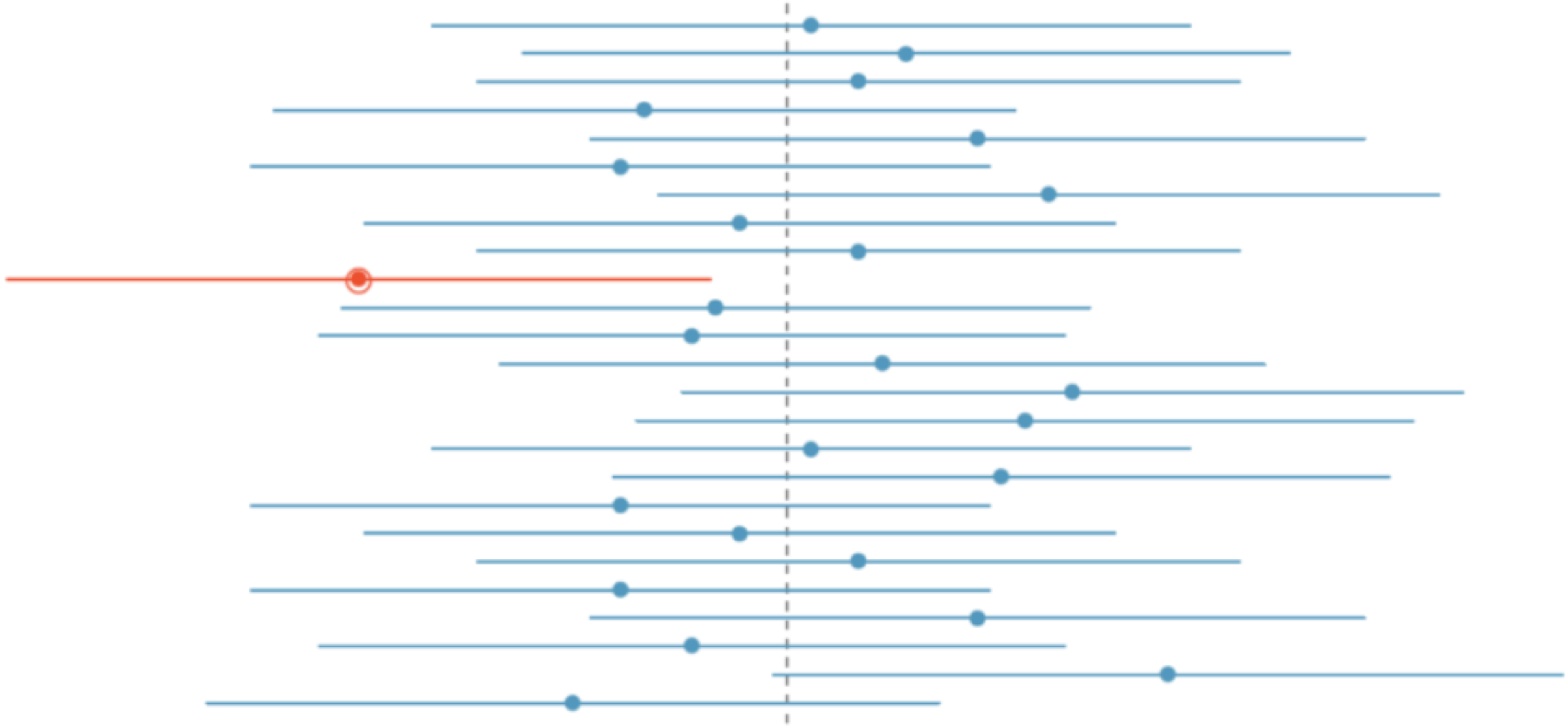
$$\bar{X} - 1.96 \cdot SE \le \mu \le \bar{X} + 1.96 \cdot SE$$

$$\mu \in [\bar{X} - 1.96 \cdot SE, \bar{X} + 1.96 \cdot SE]$$

$$\mu \in \bar{X} \pm 1.96 \cdot SE$$

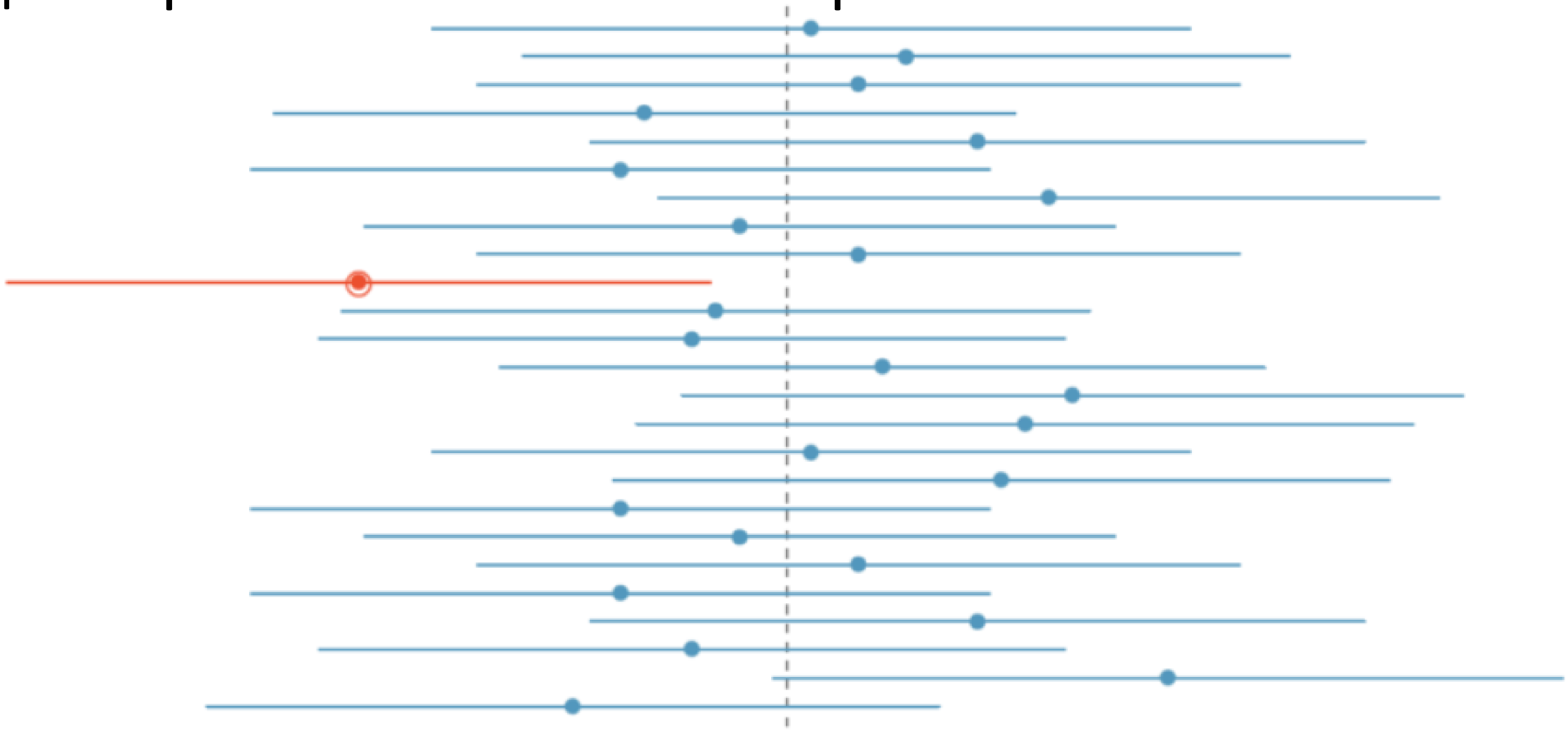
Когда интервал симметричен

Доверительный интервал



95%-доверительный интервал - 95% построенных по такой же процедуре интервалов будут содержать истинное среднее

Доверительный интервал

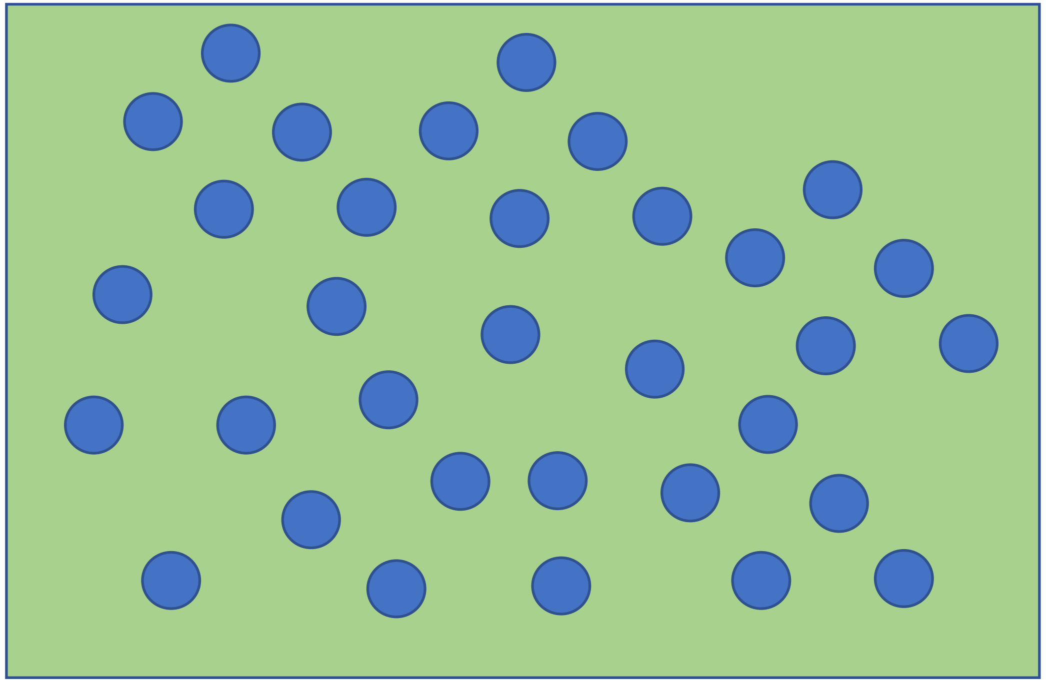


Говорить, что построенный по данной выборке 95%-доверительный интервал содержит истинное среднее с вероятностью 95% неверно. Выборка нам уже дана.

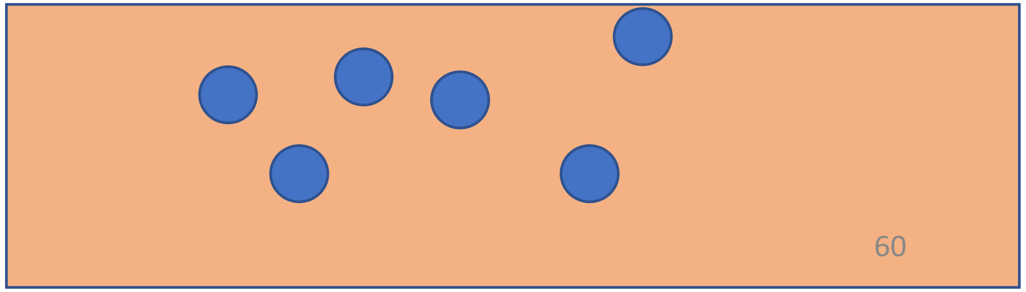
Доверительный интервал либо содержит истинное среднее, либо нет.

Доверительный интервал

95% случаев – доверительный интервал включает истинное значение среднего



5% случаев – доверительный интервал не включает истинное значение среднего



Доверительный интервал

Неформально: Интервал, который показывает приблизительные границы, в которых находится параметр для генеральных совокупностей

Формально: Это некая процедура, принимающая уровень значимости α и применяемая к нашей выборке и возвращающая границы отрезка. Гарантируется, что если мы будем применять эту процедуру много-много раз для других выборок того же размера, что наша, то получаемый отрезок будет включать реальное значение параметра в $(1 - \alpha) \cdot 100\ \%$ случаев

t.test считает доверительный интервал для вас

```r
library(dplyr)
h <- starwars$height
hx <- starwars %>% filter(species == "Human") %>% pull(height)
hy <- starwars %>% filter(species != "Human") %>% pull(height)
t.test(hx, hy, var.equal=TRUE)
```

```
##
##  Two Sample t-test
##
## data:  hx and hy
## t = 0.51514, df = 76, p-value = 0.6079
## alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
## 95 percent confidence interval:
##  -12.15550  20.63732
## sample estimates:
## mean of x mean of y
##  176.6452  172.4043
```

90% доверительный интервал

```
library(dplyr)
h <- starwars$height
hx <- starwars %>% filter(species == "Human") %>% pull(height)
hy <- starwars %>% filter(species != "Human") %>% pull(height)
t.test(hx, hy, var.equal=TRUE, conf.level = 0.90)
```

```
##
##  Two Sample t-test
##
## data:  hx and hy
## t = 0.51514, df = 76, p-value = 0.6079
## alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0
## 90 percent confidence interval:
##  -9.467423 17.949235
## sample estimates:
## mean of x mean of y
##  176.6452  172.4043
```