

```

1  from numpy import *
2  from matplotlib.pyplot import *
3  from matplotlib.animation import *
4
5  # Набор команд, за счёт которых анимация строится в отдельном окне
6  from IPython import get_ipython
7  get_ipython().run_line_magic('matplotlib', 'qt')
8
9  # Функция f подготавливает массив, содержащий элементы вектор-функции,
10 # определяющей правую часть решаемой системы ОДУ
11 def f(u,g,mass,l):
12     f = zeros(5)
13     f[0] = u[2]
14     f[1] = u[3]
15     f[2] = 2*u[4]*u[0]/mass;
16     f[3] = -g + 2*u[4]*u[1]/mass;
17     f[4] = u[0]**2 + u[1]**2 - l**2;
18     return f
19
20 # Функция подготавливает массив, содержащий элементы матрицы D
21 def D():
22     D = zeros((5,5))
23     # Задаются ненулевые диагональные элементы матрицы D
24     for i in range(4):
25         D[i,i] = 1.
26     return D
27
28 # Функция подготавливает массив, содержащий элементы матрицы Якоби f_u
29 def f_u(u,g,mass,l):
30     f_u = zeros((5,5))
31     # Задаются ненулевые компоненты матрицы Якоби
32     f_u[0,2] = 1
33     f_u[1,3] = 1
34     f_u[2,0] = 2*u[4]/mass
35     f_u[2,4] = 2*u[0]/mass
36     f_u[3,1] = 2*u[4]/mass
37     f_u[3,4] = 2*u[1]/mass
38     f_u[4,0] = 2*u[0]
39     f_u[4,1] = 2*u[1]
40     return f_u
41
42 # Определение входных данных задачи
43 t_0 = 0.;
44 x_0 = 3.; y_0 = -4.
45 v_x_0 = 0.; v_y_0 = 0.
46 g = 9.81; l = 5.0; mass = 1.0
47 T = 2*(2*pi*sqrt(l/g)) # T равно двум периодам колебаний маятника
48
49 # Определение множителя Лагранжа
50 lambda_0 = (y_0*g - v_x_0**2 - v_y_0**2)*mass/(2*l**2);
51
52 # Определение параметра схемы (нужный раскомментировать)
53 alpha = (1 + 1j)/2; # CROS1 (схема Розенброка с комплексным коэффициентом)
54 # alpha = 1; # DIRK1 (обратная схема Эйлера)
55
56 # Определение числа интервалов сетки,
57 # на которой будет искомое приближённое решение
58 M = 500
59
60 # Определение сетки
61 tau = (T - t_0)/M
62 t = linspace(t_0,T,M + 1)
63
64 # Выделение памяти под массив сеточных значений решения системы ОДУ
65 # В строке с номером m этого массива хранятся сеточные значения решения,
66 # соответствующие моменту времени t_m
67 u = zeros((M + 1,5))
68
69 # Задание начальных условий

```

```

70 # (записываются в строку с номером 0 массива u)
71 u[0,:] = [x_0, y_0, v_x_0, v_y_0, lambda_0]
72
73 # Реализация схемы из семейства ROS1
74 # конкретная схема определяется коэффициентом alpha
75 for m in range(M):
76     w_1 = linalg.solve(D() - alpha*tau*f_u(u[m],g,mass,l),\
77         f(u[m],g,mass,l))
78     u[m + 1] = u[m] + tau*w_1.real
79
80 # Отрисовка решения
81 fig = figure()
82 ax = axes(xlim=(-5*1.62,5*1.62), ylim=(-7.5,3.5))
83 plot(0,0,'or', color="red", marker='o', markersize=7)
84 plot((-2,2),(0,0),'-')
85 rod, = ax.plot([], [], color="blue", lw=3)
86 bob, = ax.plot([], [], color="blue", marker='o', markersize=7)
87 def init():
88     rod.set_data([], [])
89     bob.set_data([], [])
90     return rod,bob,
91 def animate(i):
92     rod.set_data((0,u[i,0]),(0,u[i,1]))
93     bob.set_data(u[i,0],u[i,1])
94     return rod,bob,
95 anim = FuncAnimation(fig, animate, init_func=init,frames = M + 1, interval = 15,
blit=True)

```

Комментарий к файлу:

Листинг программы, реализующей решение задачи Коши для дифференциально-алгебраической системы уравнений, возникающей при моделировании движения материальной точки под действием силы тяжести и жёстком условии связи.