

```

1  from numpy import linspace, zeros, empty, exp, linalg, dot
2  from matplotlib.pyplot import style, figure, axes
3
4  # Функция подготавливает матрицу СЛАУ
5  def system_matrix(N,x,h,N_s,s,l_y,l_z) :
6      A = zeros((3*N_s,N+1))
7      for j in range(0,3*N_s,3) :
8          A[j,0] = 1/2*(s[int(j/3)] - x[0])*h/((s[int(j/3)] - x[0])**2 + l_y**2 +
9              l_z**2)**3/2
10         for n in range(1,N) :
11             A[j,n] = (s[int(j/3)] - x[n])*h/((s[int(j/3)] - x[n])**2 + l_y**2 +
12                 l_z**2)**3/2
13             A[j,N] = 1/2*(s[int(j/3)] - x[N])*h/((s[int(j/3)] - x[N])**2 + l_y**2 +
14                 l_z**2)**3/2
15         for j in range(1,3*N_s,3) :
16             A[j,0] = 1/2*l_y*h/((s[int((j-1)/3)] - x[0])**2 + l_y**2 + l_z**2)**3/2
17             for n in range(1,N) :
18                 A[j,n] = l_y*h/((s[int((j-1)/3)] - x[n])**2 + l_y**2 + l_z**2)**3/2
19             A[j,N] = 1/2*l_y*h/((s[int((j-1)/3)] - x[N])**2 + l_y**2 + l_z**2)**3/2
20         for j in range(2,3*N_s,3) :
21             A[j,0] = 1/2*l_z*h/((s[int((j-2)/3)] - x[0])**2 + l_y**2 + l_z**2)**3/2
22             for n in range(1,N) :
23                 A[j,n] = l_z*h/((s[int((j-2)/3)] - x[n])**2 + l_y**2 + l_z**2)**3/2
24             A[j,N] = 1/2*l_z*h/((s[int((j-2)/3)] - x[N])**2 + l_y**2 + l_z**2)**3/2
25         return A
26
27 def conjugate_gradient_method(A,M,N,b,x,alpha) :
28     # Выделение памяти под вспомогательные массивы
29     r = empty(N); p = empty(N); q = empty(N)
30     # Инициализация счётчика итераций
31     iter = 1
32     # Реализация метода сопряжённых градиентов :
33     p = 0.
34     while iter <= N :
35         # Вычисление невязки r
36         if iter == 1 :
37             r = dot(A.T,dot(A,x) - b) + alpha*x
38         else :
39             # При iter >= 2 невязка вычисляется по рекуррентной формуле
40             ScalP = dot(p,q)
41             r = r - 1/ScalP*q
42         # Вычисление вспомогательного вектора p
43             ScalP = dot(r,r)
44             p = p + 1/ScalP*r
45         # Вычисление вектора q (основная операция)
46             q = dot(A.T,dot(A,p)) + alpha*p
47         # Вычисление нового приближения для решения
48             ScalP = dot(p,q)
49             x = x - 1/ScalP*p
50         # Увеличение счётчика итераций на единицу
51             iter = iter + 1
52     return x
53
54 def rho_model(x) :
55     return 2*exp(-(x - 0.382)**2/0.009) + 1.2*exp(-(x - 0.618)**2/0.018)
56
57 a = 0.; b = 1.
58
59 N_model = 100
60
61 h_model = (b - a)/N_model
62 x_model = linspace(a,b,N_model+1)
63
64 X_model = zeros(N_model+1)
65 for n in range(N_model+1) :
66     X_model[n] = rho_model(x_model[n])
67
68 c = -1.; d = 2.
69 l_y = 0.8 ; l_z = 0.2

```

```

67
68 N_s = 200
69 x_s = linspace(c,d,N_s)
70
71 A = system_matrix(N_model,x_model,h_model,N_s,x_s,l_y,l_z)
72
73 B = dot(A,X_model)
74
75 N = 200
76 h = (b - a)/N
77 x = linspace(a,b,N+1)
78
79 A = system_matrix(N,x,h,N_s,x_s,l_y,l_z)
80
81 alpha = 10**(-13)
82 X_inv_cgm = zeros(N+1)
83 X_inv_cgm = conjugate_gradient_method(A,3*N_s,N+1,B,X_inv_cgm,alpha)
84
85 # Отрисовка решения
86 style.use('dark_background')
87
88 fig = figure()
89 ax = axes(xlim=(a,b), ylim=(-0.5,2.5))
90 ax.set_xlabel('x'); ax.set_ylabel('rho')
91 ax.plot(x_model,X_model,'-g',lw=2)
92 ax.plot(x,X_inv_cgm,'-y',lw=2)
93
94 # Листинг программы, реализующей приближённое решение
95 # интегрального уравнения Фредгольма 1-го рода
96 # на примере решения обратной задачи электростатики
97 # (решение ищется с помощью минимизации целевого функционала
98 # методом сопряжённых градиентов)
99 # (с регуляризацией)

```