

# Управление состояниями Гаусс-Нейрона с помощью переходов Ландау-Зиннера

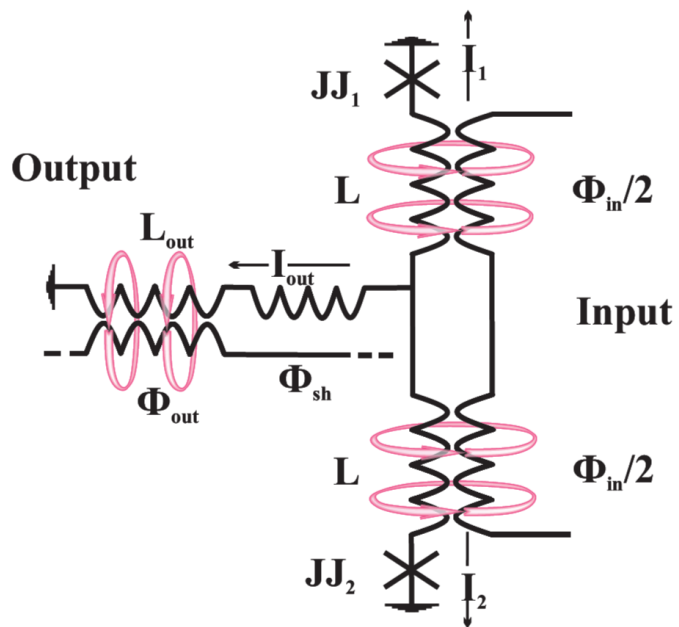
**Докладчик:**  
аспирант 1-го года обучения ФзФ ННГУ  
лаб.-исследователь лаб.теории наноструктур НИФТИ ННГУ  
Пикунов Павел Владимирович

**Научный руководитель:**  
к.ф.-м.н., н.с., зав.лаб. теории наноструктур НИФТИ ННГУ  
Бастракова Марина Валерьевна

# План доклада

1. **Модель Гаусс-Нейрона**  
Суперкомпьютерные технологии
2. **Функция активации**
3. **Метод решения**
4. **Уровни энергии в зависимости от различных параметров**
5. **Изучение переходов Ландау-Зиннера**
6. **Фиделити**
7. **Карты параметров**
8. **Утечка**

# Модель Гаусс-Нейрона



$$\begin{cases} i_1 + i_2 + i_{out} = 0 \\ \varphi_1 + li_1 + \varphi_{in} = i_{out} l_{out} + \varphi_{sh} \\ \varphi_2 + li_2 - \varphi_{in} = i_{out} l_{out} + \varphi_{sh} \end{cases}$$

$$\begin{cases} C \left( \frac{\hbar}{2e} \right)^2 \ddot{\varphi}_1 + I_c \sin \varphi_1 = i_1 \\ C \left( \frac{\hbar}{2e} \right)^2 \ddot{\varphi}_2 + I_c \sin \varphi_2 = i_2 \end{cases}$$

$$\theta = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}, \quad \Psi = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}$$

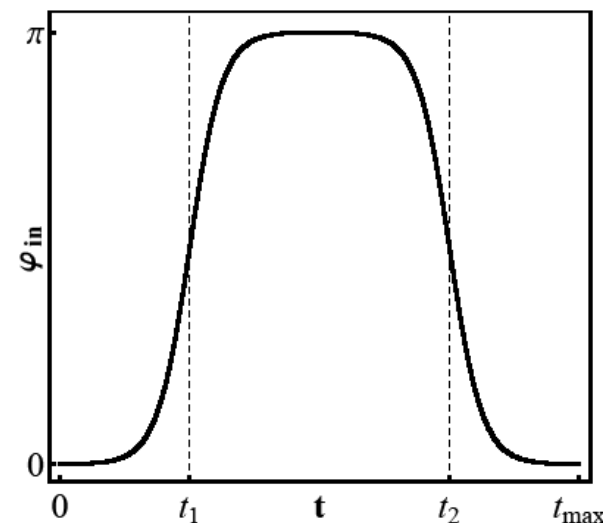
$$\begin{cases} C \left( \frac{\hbar}{2e} \right)^2 \ddot{\theta} + E_J \sin \theta \cos \Psi = E_J \left( -\frac{\theta}{2l_{out} + l} + \frac{\varphi_{sh}}{2l_{out} + l} \right) \\ C \left( \frac{\hbar}{2e} \right)^2 \ddot{\Psi} + E_J \sin \Psi \cos \theta = E_J \left( -\frac{\Psi}{l} - \frac{\varphi_{in}}{l} \right) \end{cases}$$

$$\varphi_i = \frac{2\pi}{\Phi_0} \Phi, \quad l = \frac{2\pi}{\Phi_0} I_c L, \quad E_J = \frac{I_c \hbar}{2e}, \quad E_c = \frac{(2e)^2}{2C}$$

$$H = \frac{E_C}{\hbar^2} (p_\Theta^2 + p_\Psi^2) + E_J \left( \frac{(\Theta - \Theta_{sh})^2}{2(2l_{out} + l)} + \frac{(\Psi + \Psi_{in})^2}{2l} \right) + E_J (1 - \cos \Psi \cos \Theta)$$

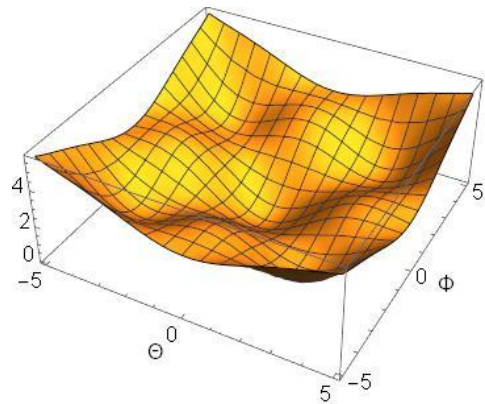
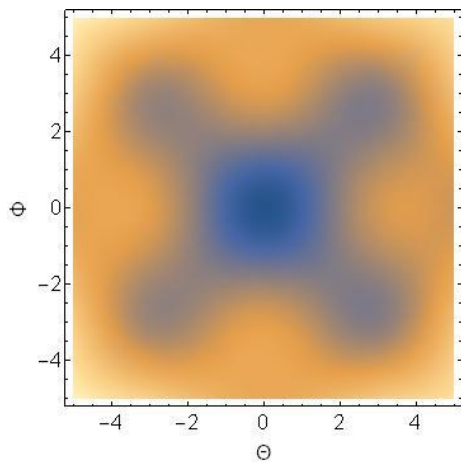
$$\Psi_{in}(t) = A \left( \frac{1}{1 + e^{-2D(t-t_1)}} + \frac{1}{1 + e^{2D(t-t_2)}} \right) - A$$

$E_C, E_J$  - емкостная энергия джозефсоновского перехода и джозефсоновская энергия

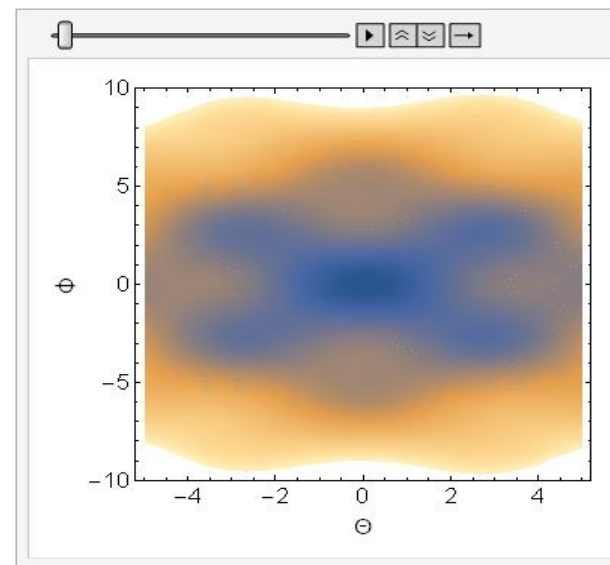


# Модель Гаусс-Нейрона

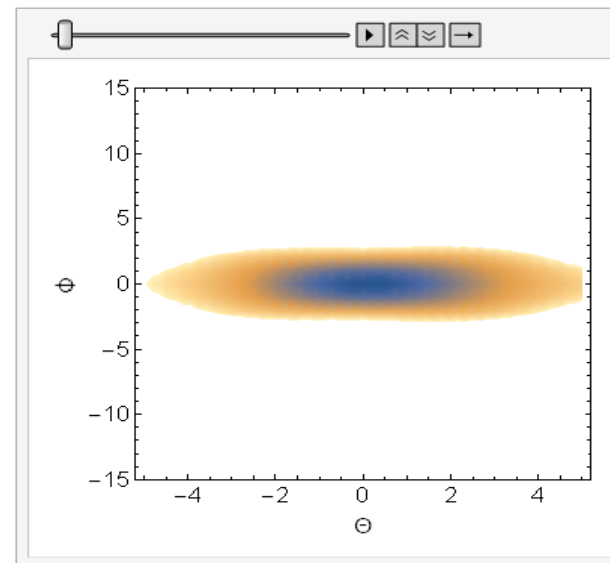
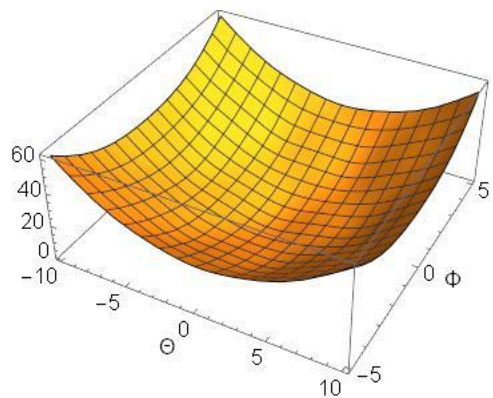
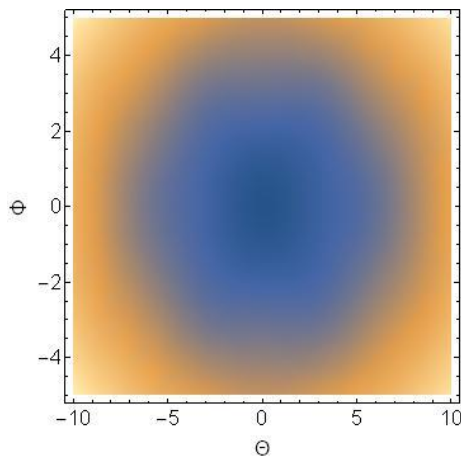
$l_{out} = 0.5$   $l = 5$  при  $t = 0$



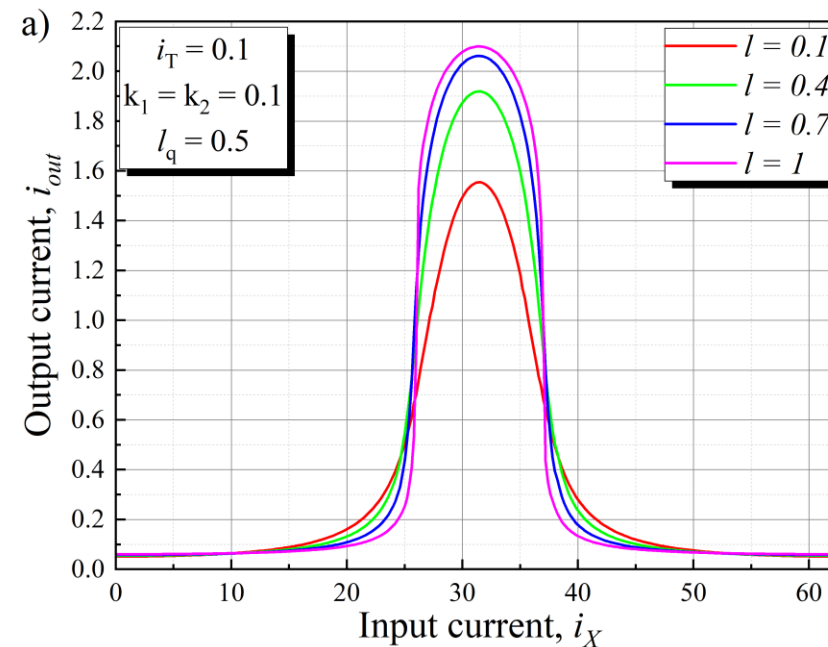
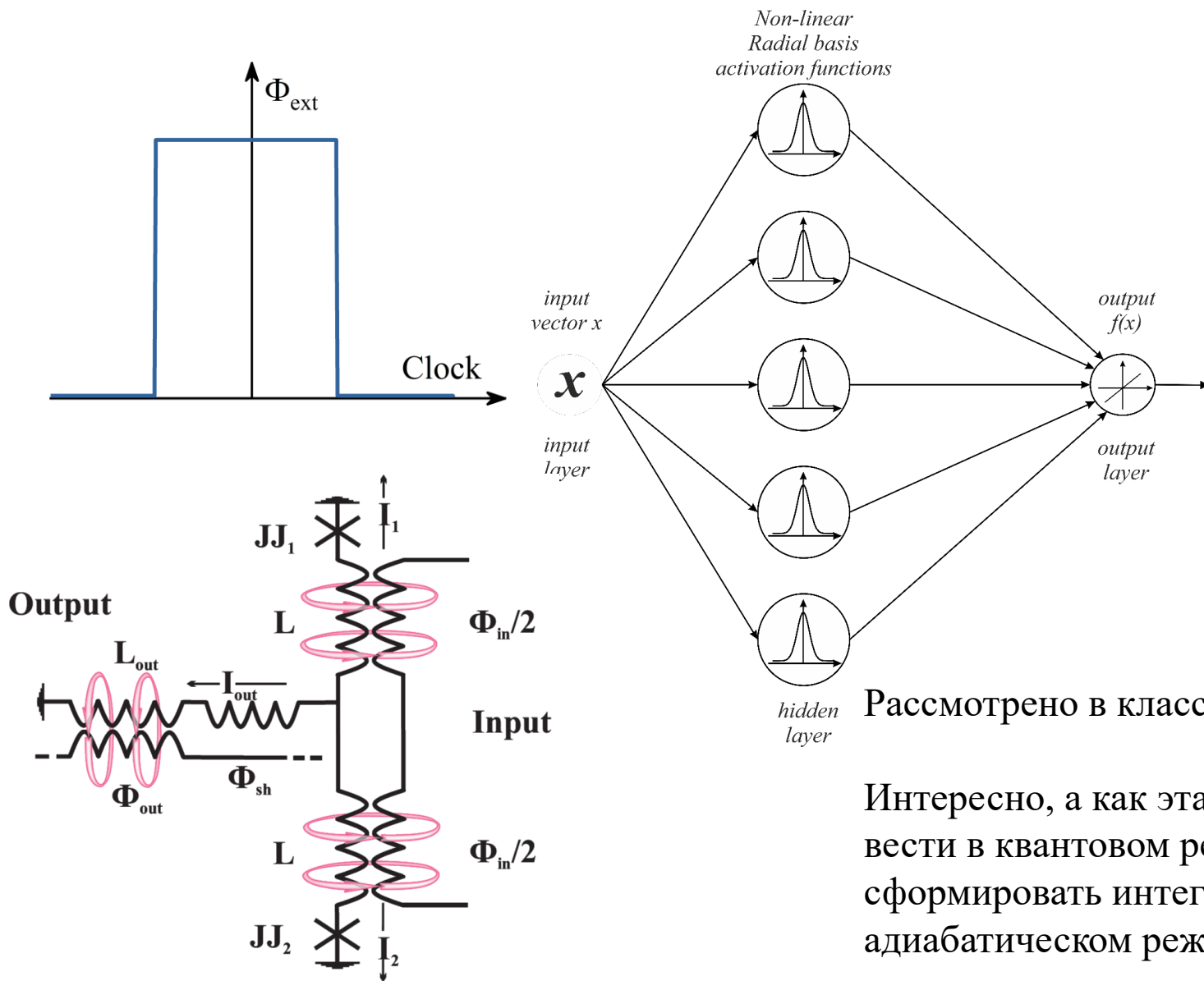
Эволюция профилей во времени



$l_{out} = 0.5$   $l = 0.5$  при  $t = 0$



# Предназначение Гаусс-Нейрона



Рассмотрено в классике.

Интересно, а как эта система будет себя вести в квантовом режиме, получится ли сформировать интегральные характеристики в адиабатическом режиме близкие к классике?

# Метод решения

Уравнение Фон Неймана

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho = \frac{1}{i\hbar} [H, \rho],$$

В адиабатическом приближении используем  
мгновенный базис

$$H(t)|\Psi_n(t)\rangle = E_n(t)|\Psi_n(t)\rangle$$

$$\rho(t) = \sum_{m,n} \rho_{mn}(t) |\Psi_m(t)\rangle \langle \Psi_n(t)|$$

$$\dot{\rho}_{mn} = i \frac{E_n(t) - E_m(t)}{\hbar} \rho_{mn}$$

После каждого момента времени требуется  
переписать матрицу плотности в новом базисе

$$\rho_{ij} = \sum_{n,m} \sum_{k,l} \rho'_{kl} C_{kn} C_{lm}^* C_{in} C_{mj}^*$$

$$C_{mn} = \langle \Psi'_m | \Psi_n \rangle$$

Псевдокод алгоритма

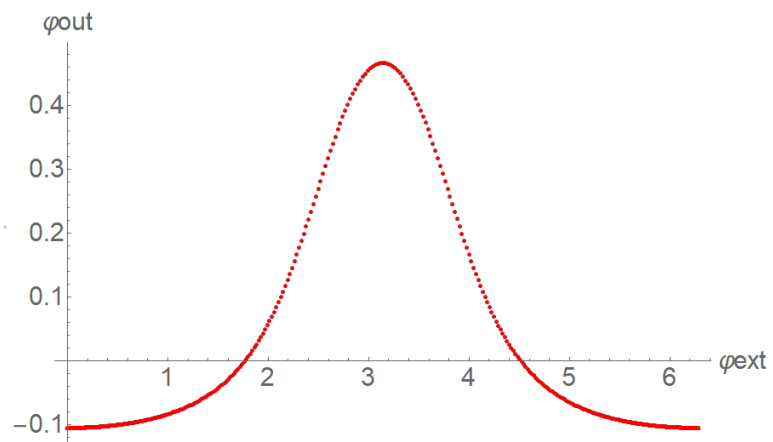
```
// N is a dimension of the density matrix that stores in full or
// band storage
// M is a dimension of the density matrix in full storage
// L is a number of time intervals
complex DensityMatrix[N] ;
complex k1[M], k2[M], k3[M], k4[M] = 0;
real ActivationFunction[L];
for TimeInterval = 0 to EndTime/dt do
    Time = TimeInterval * dt ;
    #pragma omp parallel
        Setting hamiltonian matrix at Time ;
        Finding eigen values/vectors of hamiltonian ;
        Finding k-matrices for Runge-Kutta ;
        Finding DensityMatrix at Time + dt ;
        Changing to another instantaneous basis;
        Finding activation function at Time + dt ;
end
```

# Функция активации

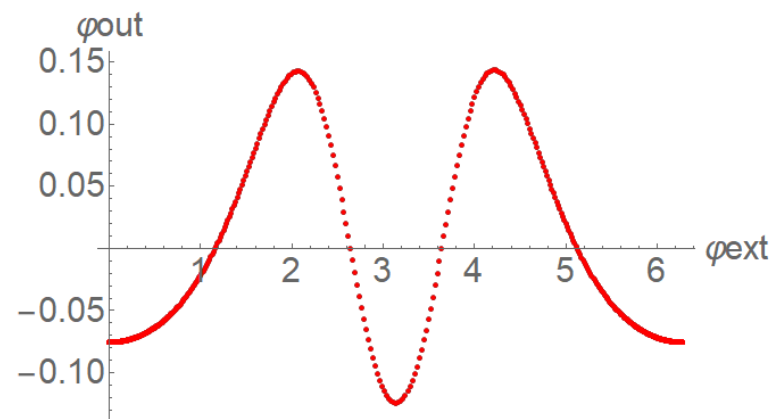
$$\varphi_{\text{out}} = \frac{2l_{\text{out}}}{l+2l_{\text{out}}} (\langle \theta \rangle - \varphi_{\text{sh}})$$

$l_{\text{out}} = 0.5$   $l = 0.5$

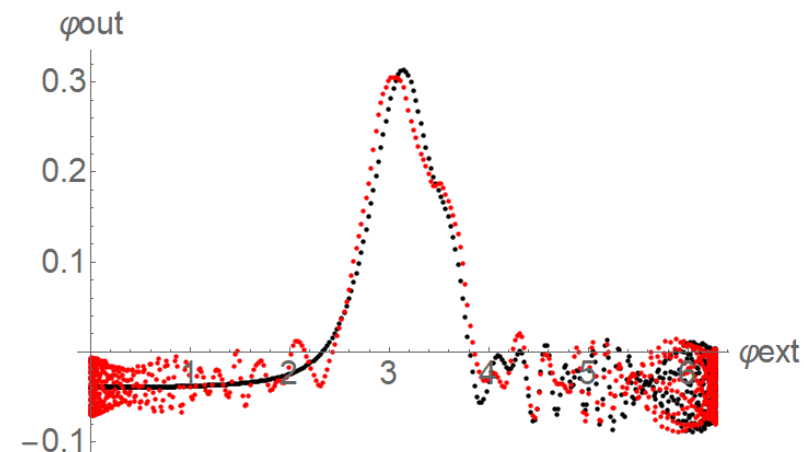
Чёрный цвет – прямой ход, красный -- обратный



В начальный момент времени  
в основном состоянии



В начальный момент времени  
в 1-ом возбужденном состоянии



Почему так происходит?

# Переходы Ланду-Зинера

Модельный гамильтониан в момент антикроссинга

$$\bar{H}_{\text{sys}}(\tau_{LZ}) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \varepsilon(\tau_{LZ}) & \Delta \\ \Delta & -\varepsilon(\tau_{LZ}) \end{pmatrix}$$

Расстояние между уровнями

$$\Delta = E_1(t_{LZ}) - E_0(t_{LZ})$$

Уровни энергии в момент антикроссинга

$$E_{0,1}(\tau_{LZ}) = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\Delta^2 + \varepsilon^2(\tau_{LZ})}$$

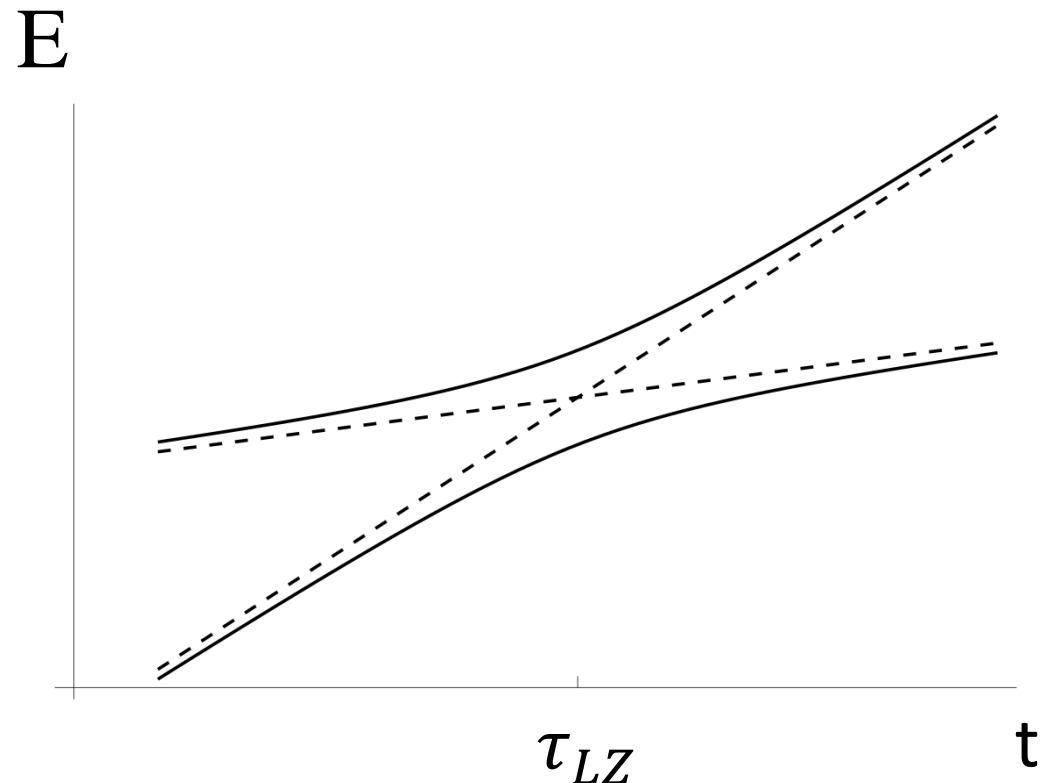
Линейная аппроксимация вблизи антикроссинга

$$\Delta E = E_2(t) - E_1(t) \equiv \alpha t,$$

Классическая формула ЛЗ:

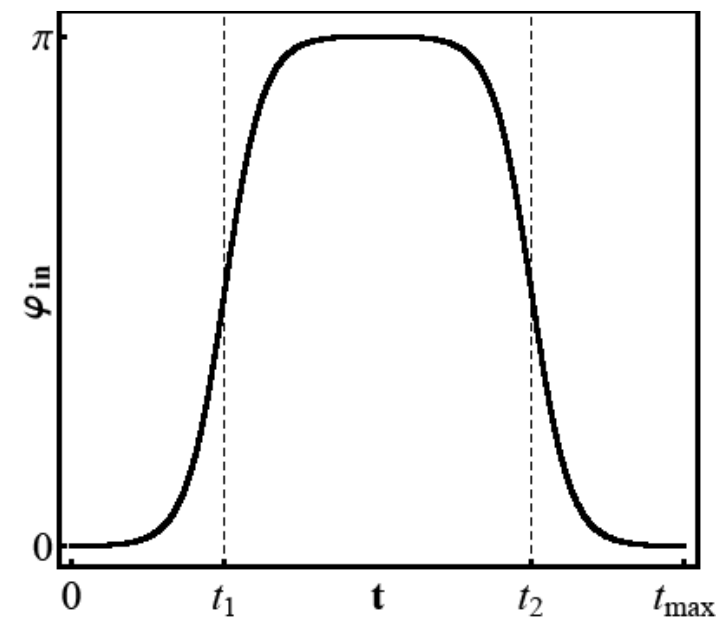
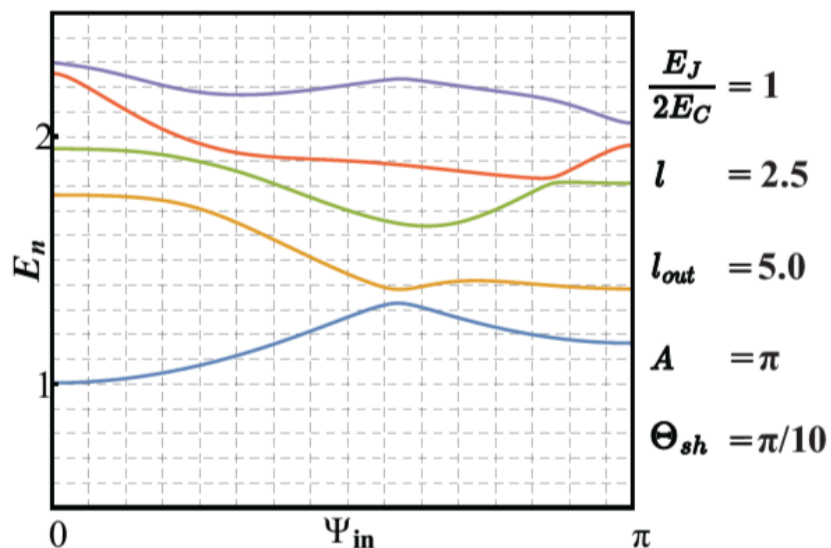
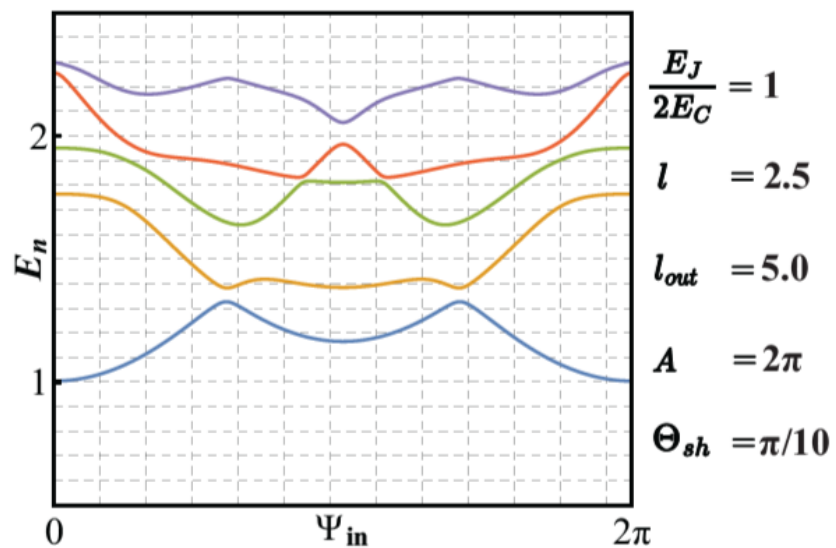
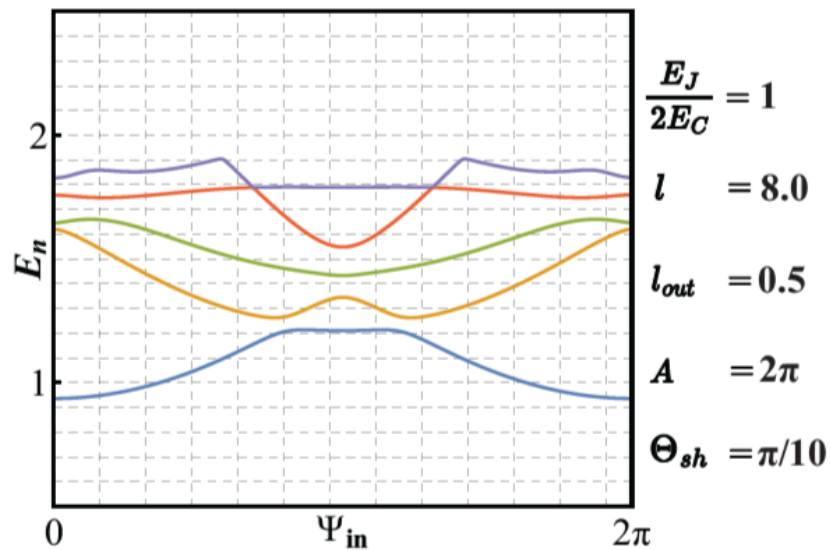
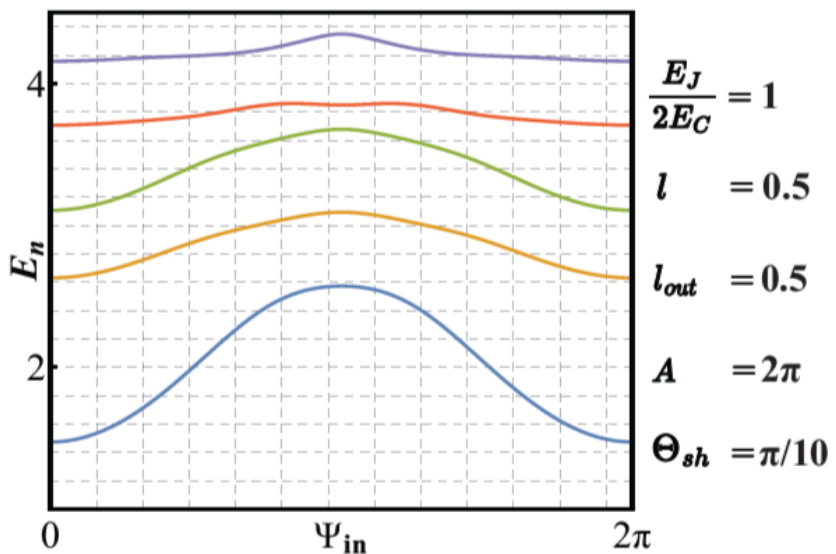
$$P_D = e^{-2\pi\Gamma}$$

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{a^2/\hbar}{\left| \frac{\partial}{\partial t} (E_2 - E_1) \right|} = \frac{a^2/\hbar}{\left| \frac{dq}{dt} \frac{\partial}{\partial q} (E_2 - E_1) \right|} \\ &= \frac{a^2}{\hbar|\alpha|} \end{aligned}$$





# Уровни энергии в зависимости от различных параметров



# Уровни энергии в зависимости от различных параметров

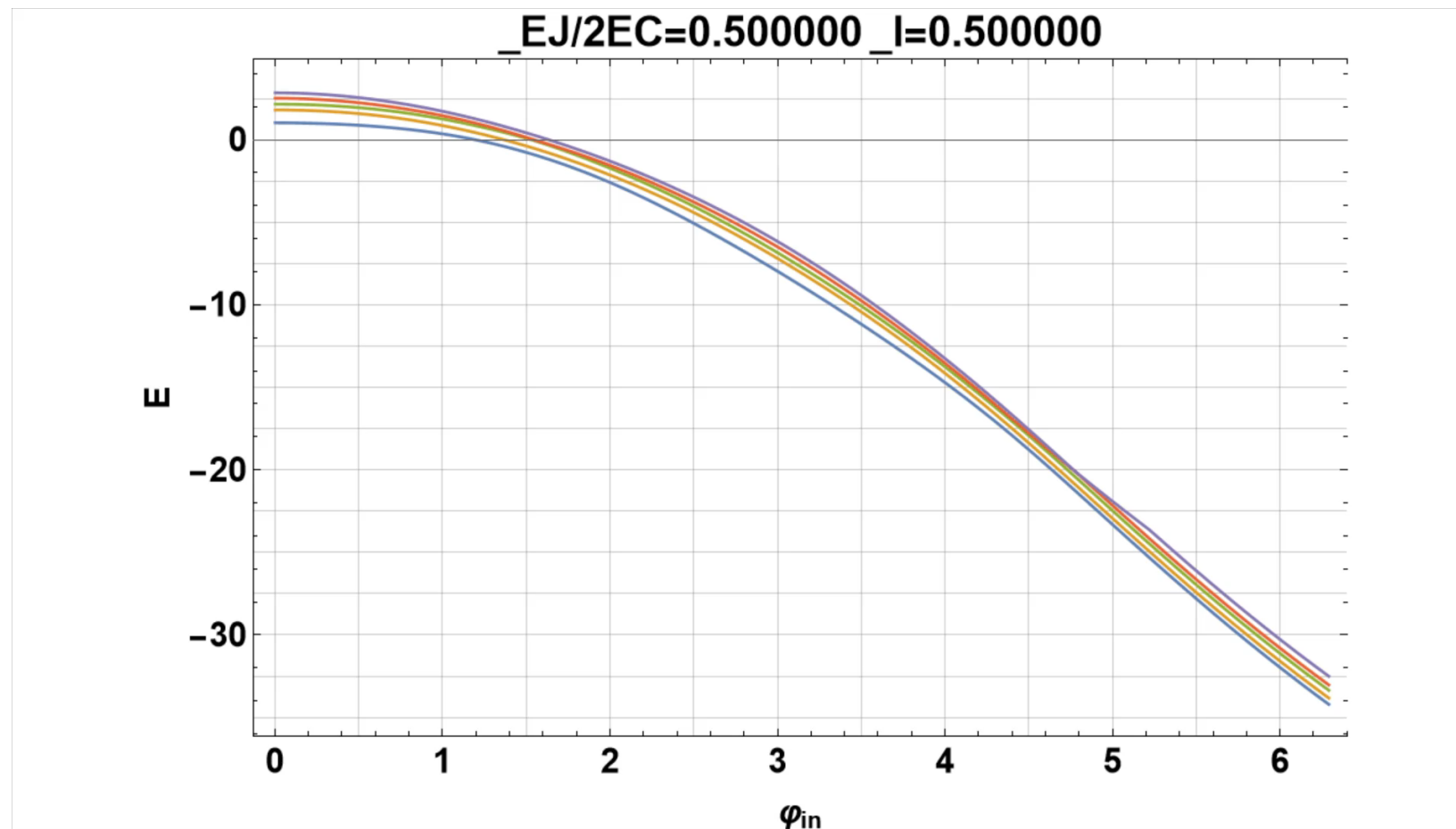
$E_j/2E_c$  = изменяется в анимации

$D = 0,008$

$\varphi_{sh} = \text{Pi}/10$

$l_{out} = 0.5$

$l$  = изменяется в анимации



# Уровни энергии в зависимости от различных параметров

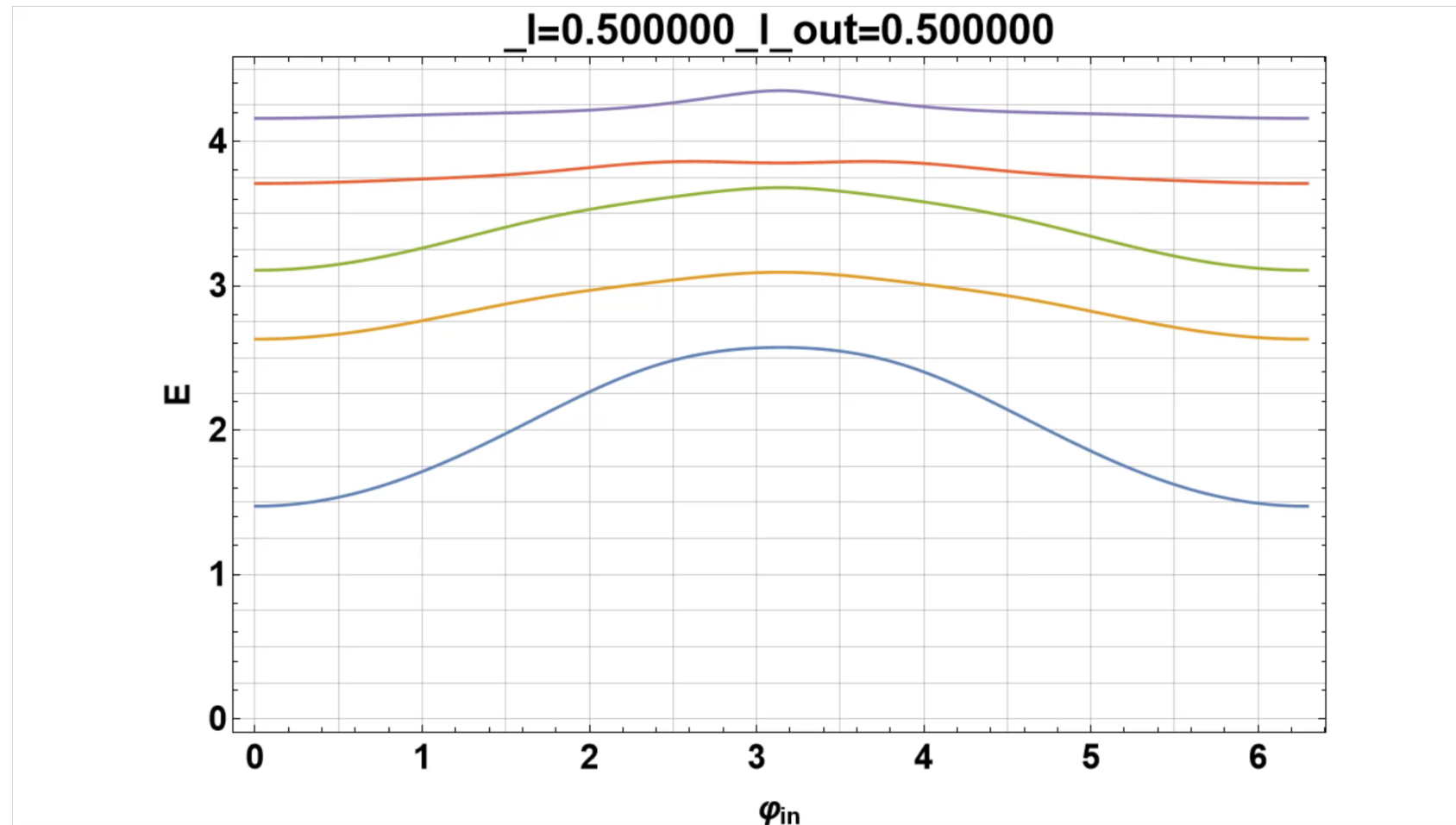
$$E_j/2E_c = 1.0$$

$$D = 0,008$$

$$\varphi_{sh} = \text{Pi}/10$$

$l_{out}$  = изменяется в анимации

$l$  = изменяется в анимации

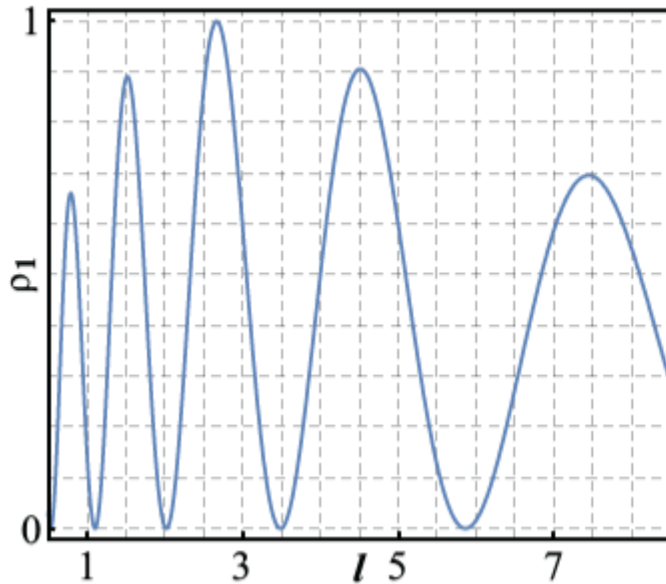


# Изучение переходов Ландау-Зиннера

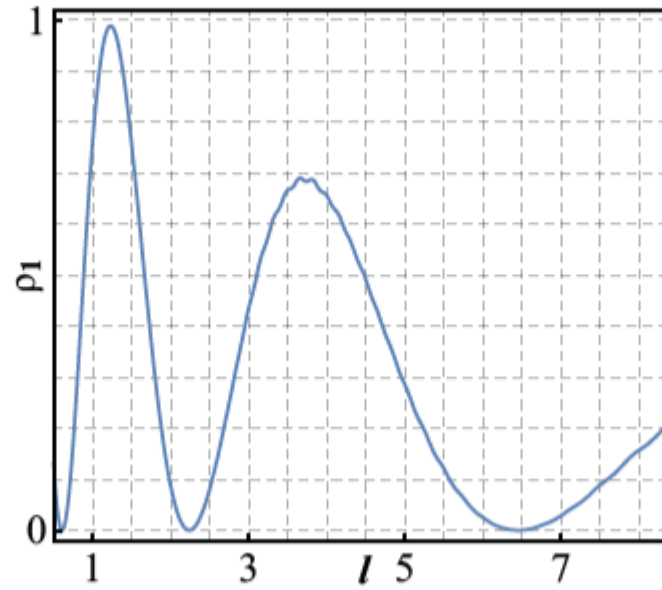
Остальные параметры системы:

$$\frac{E_J}{2E_C} = 1 \quad A = \pi \quad \Theta_{sh} = \pi/10 \quad l_{out} = 5.0$$

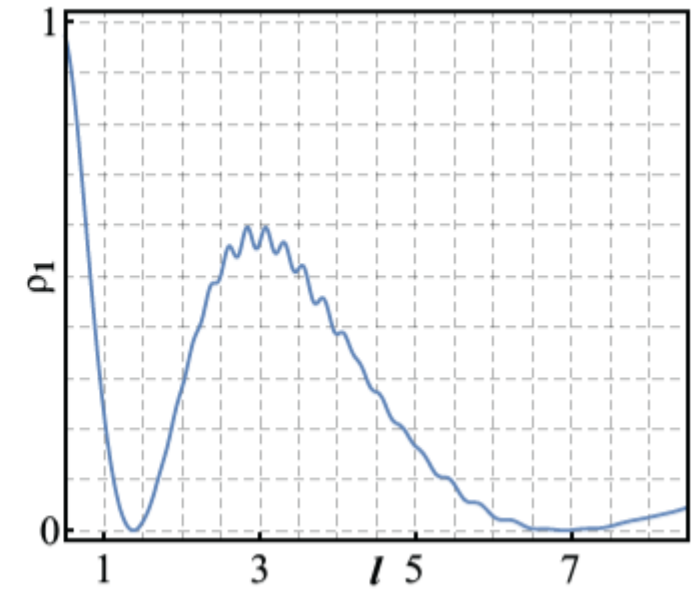
$D = 0.008$



$D = 0.016$



$D = 0.024$

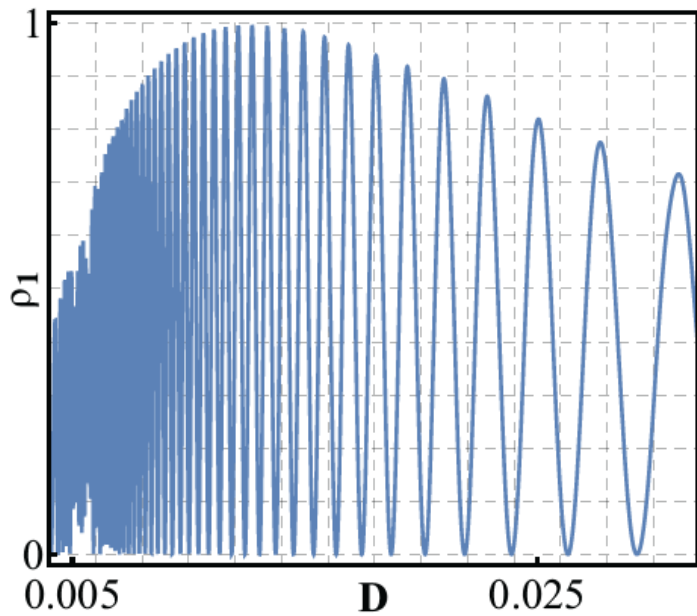


# Изучение переходов Ландау-Зинера

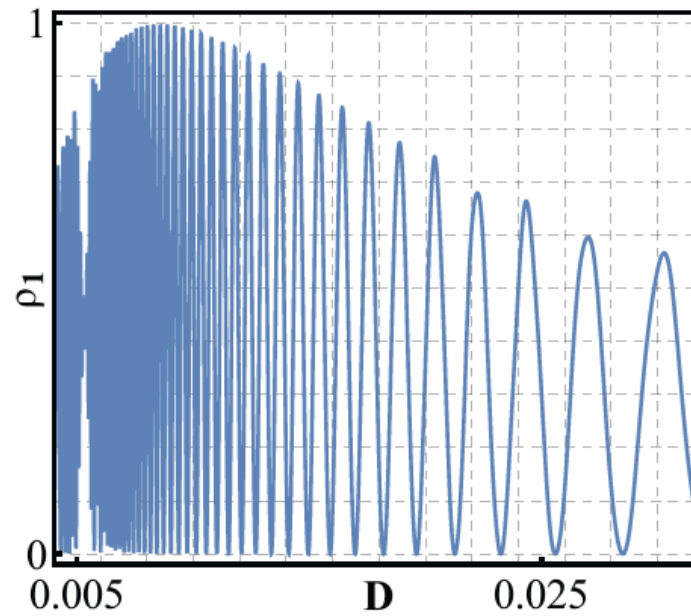
Остальные параметры системы:

$$\frac{E_J}{2E_C} = 1 \quad A = \pi \quad \Theta_{sh} = \pi/10 \quad l_{out} = 5.0$$

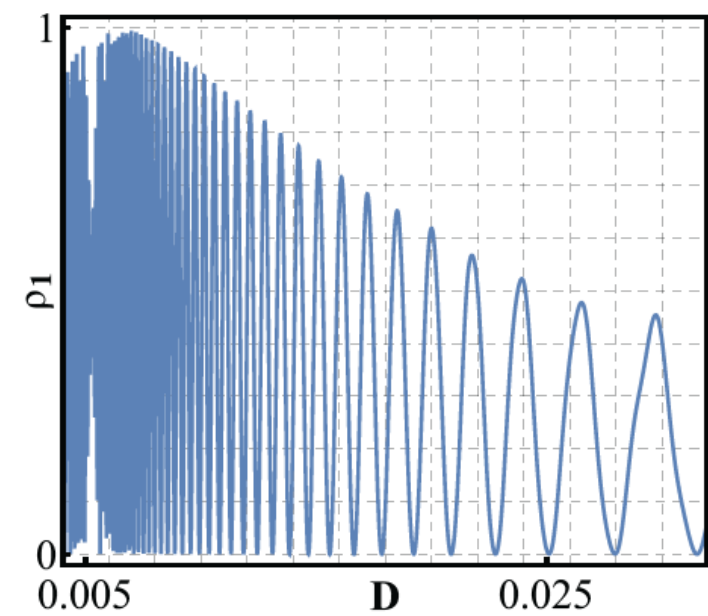
$l = 1.5$



$l = 2.5$

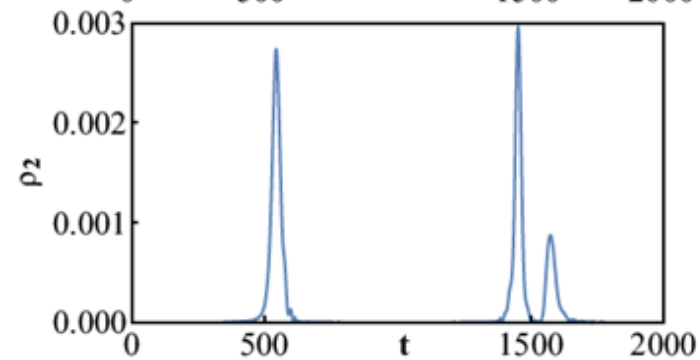
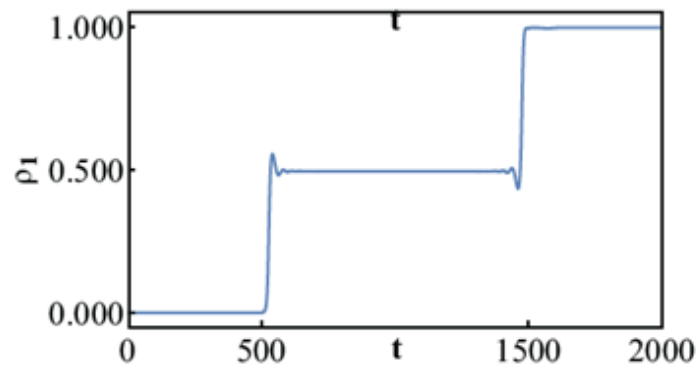
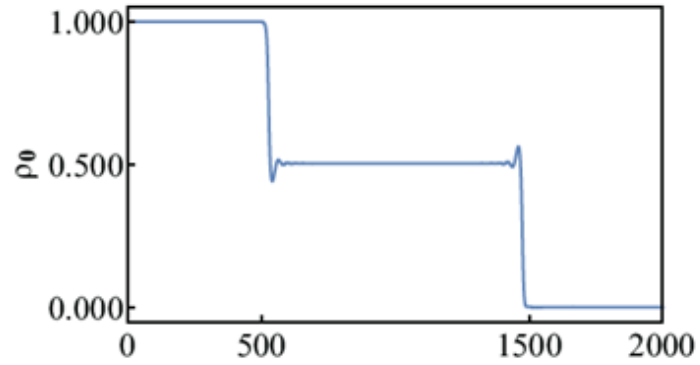


$l = 3.5$



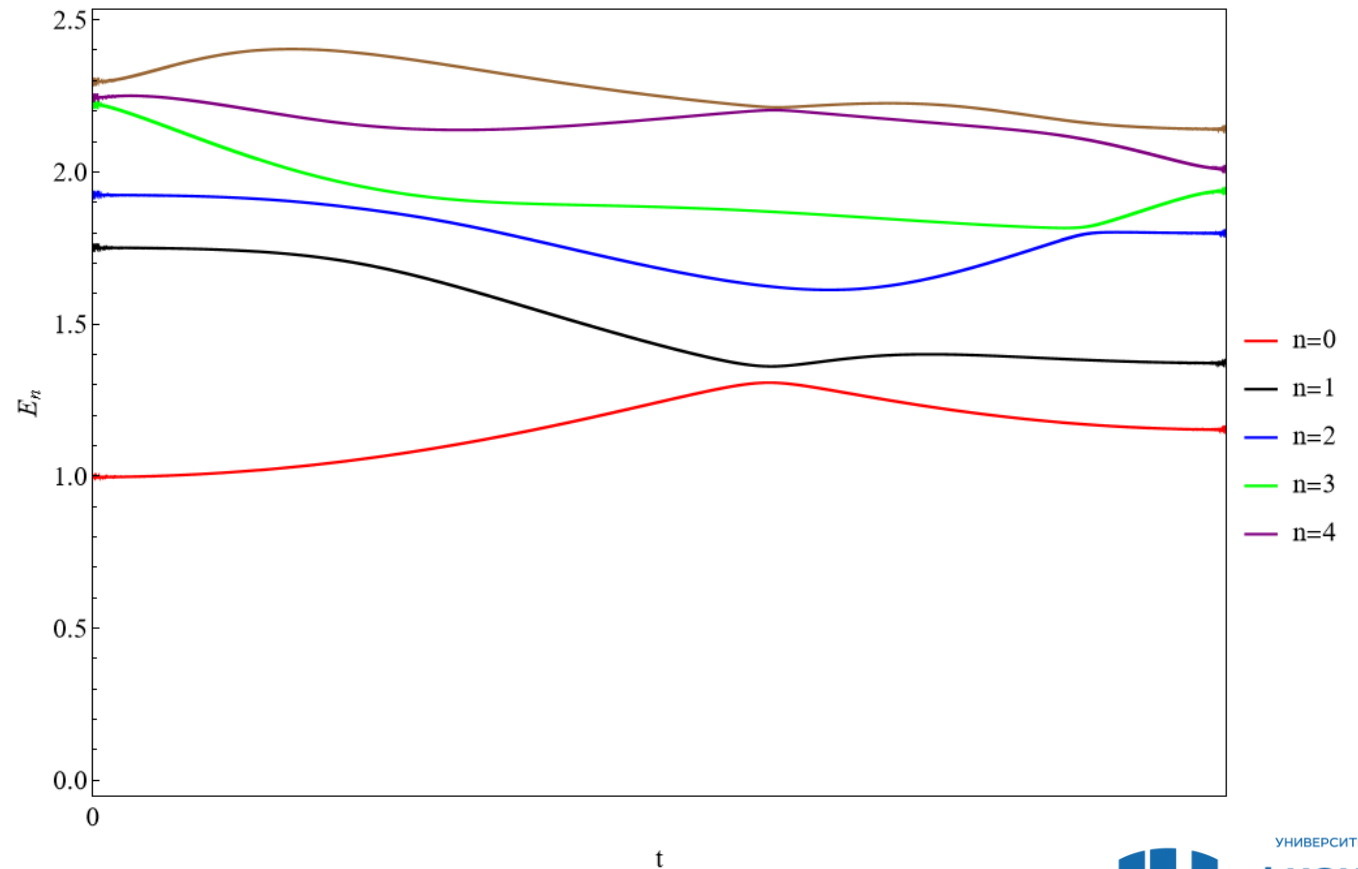
# Изучение переходов Ландау-Зиннера

$l = 2.6885$     $D = 0.008$

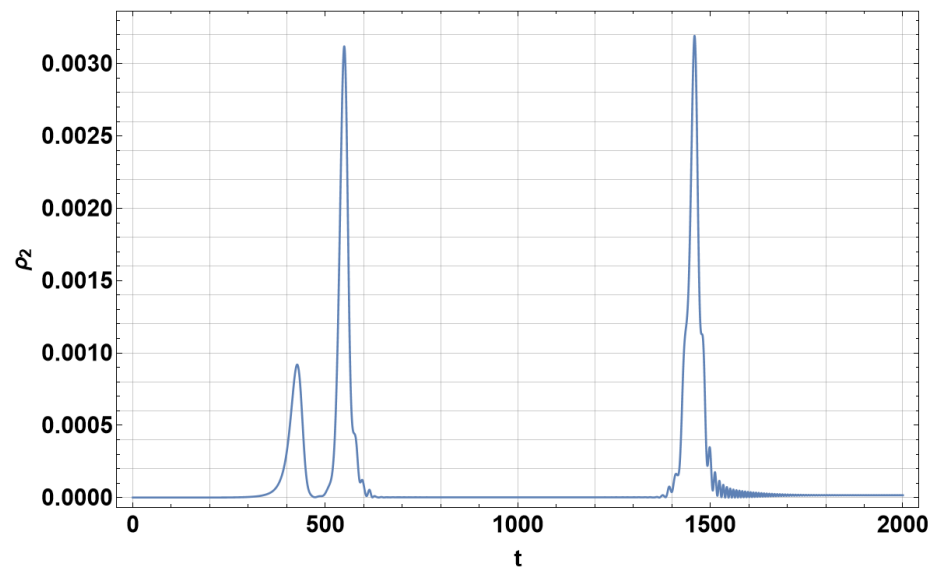
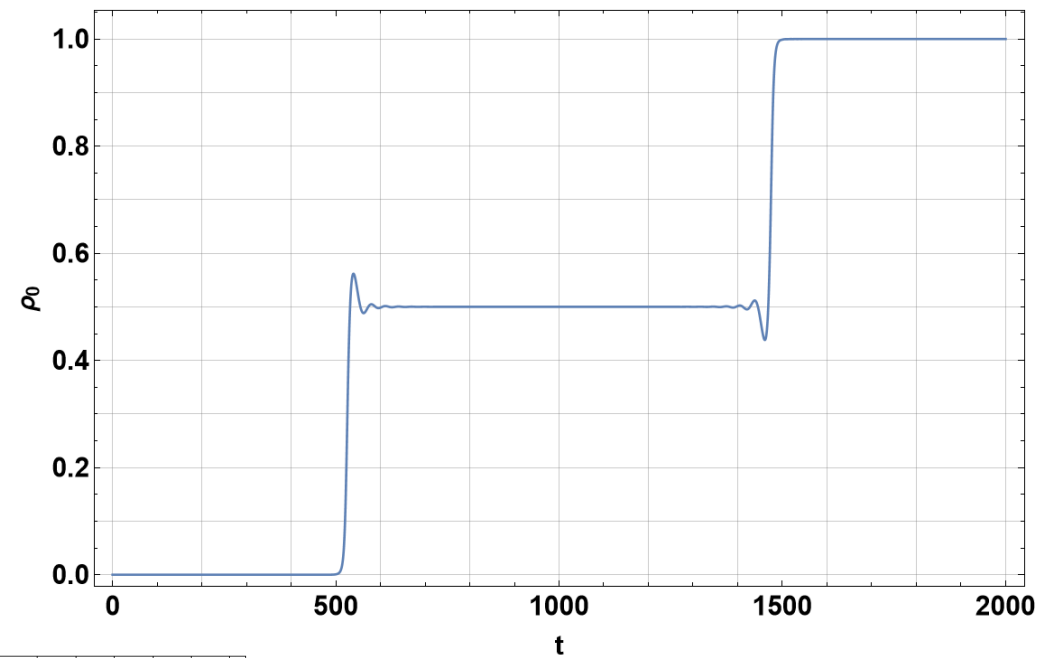
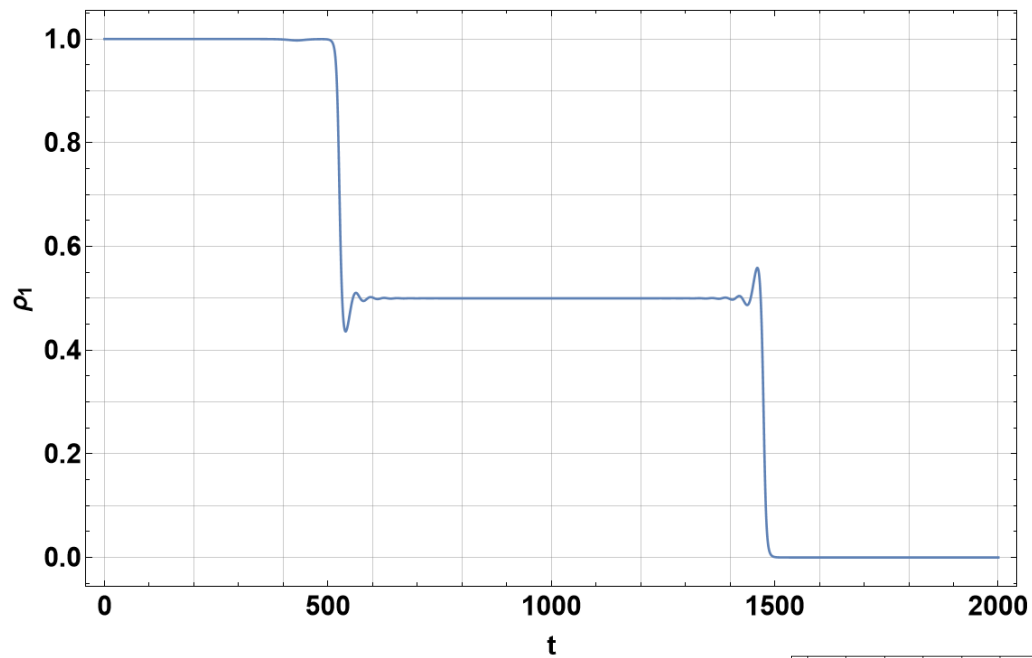


Остальные параметры системы:

$$\frac{E_J}{2E_C} = 1 \quad A = \pi \quad \Theta_{sh} = \pi/10 \quad l_{out} = 5.0$$

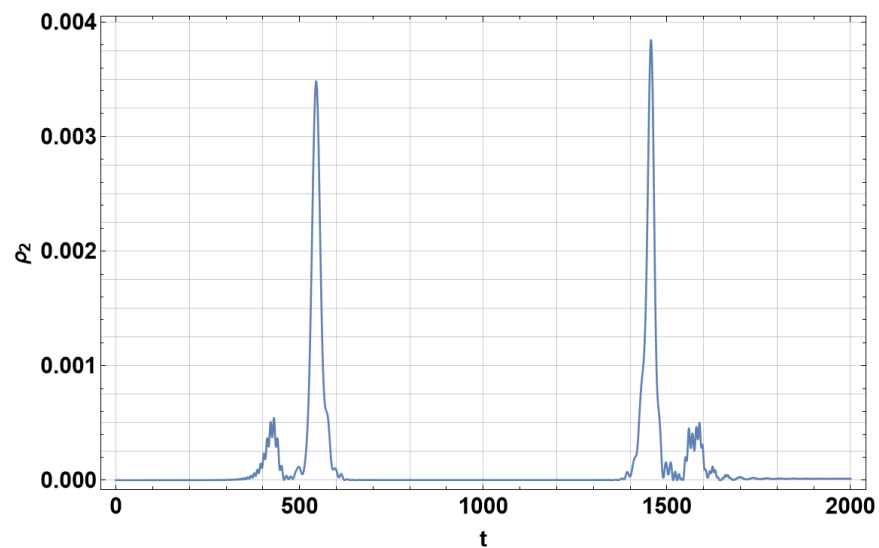
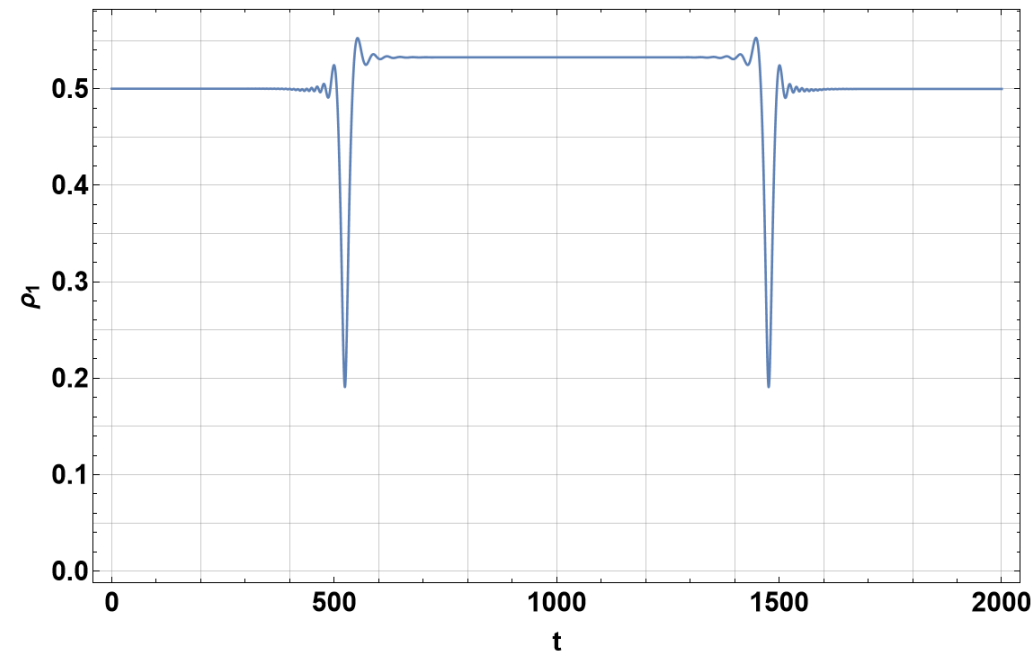
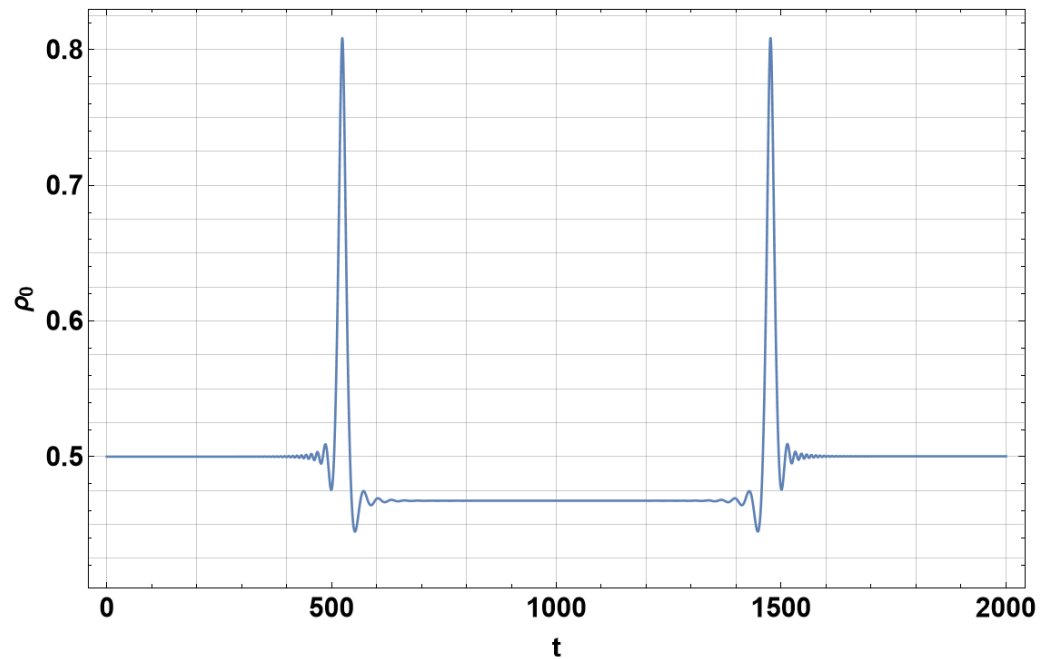


# Фиделити



$$(2) \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

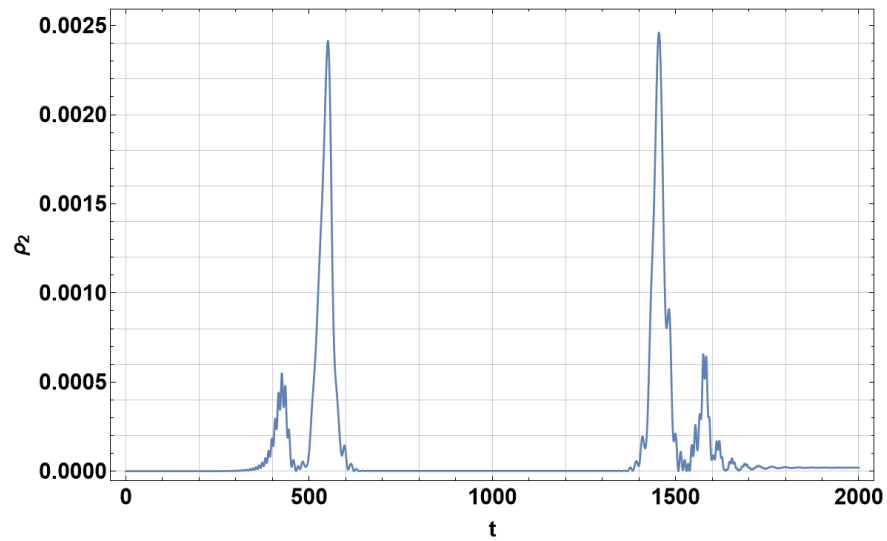
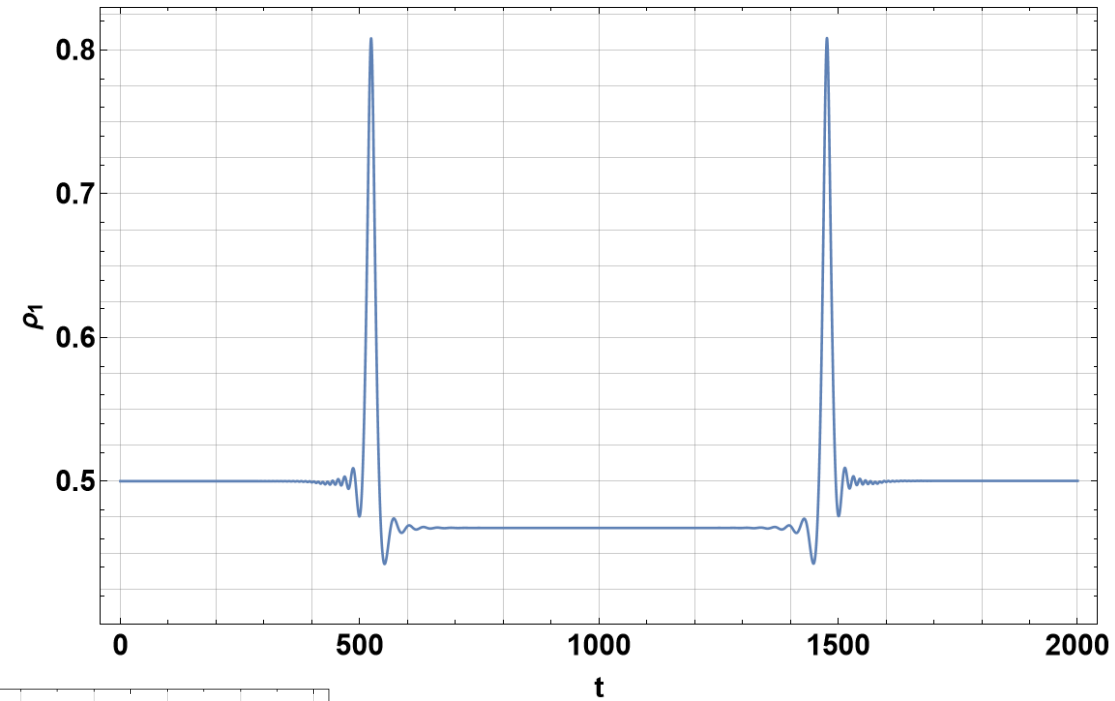
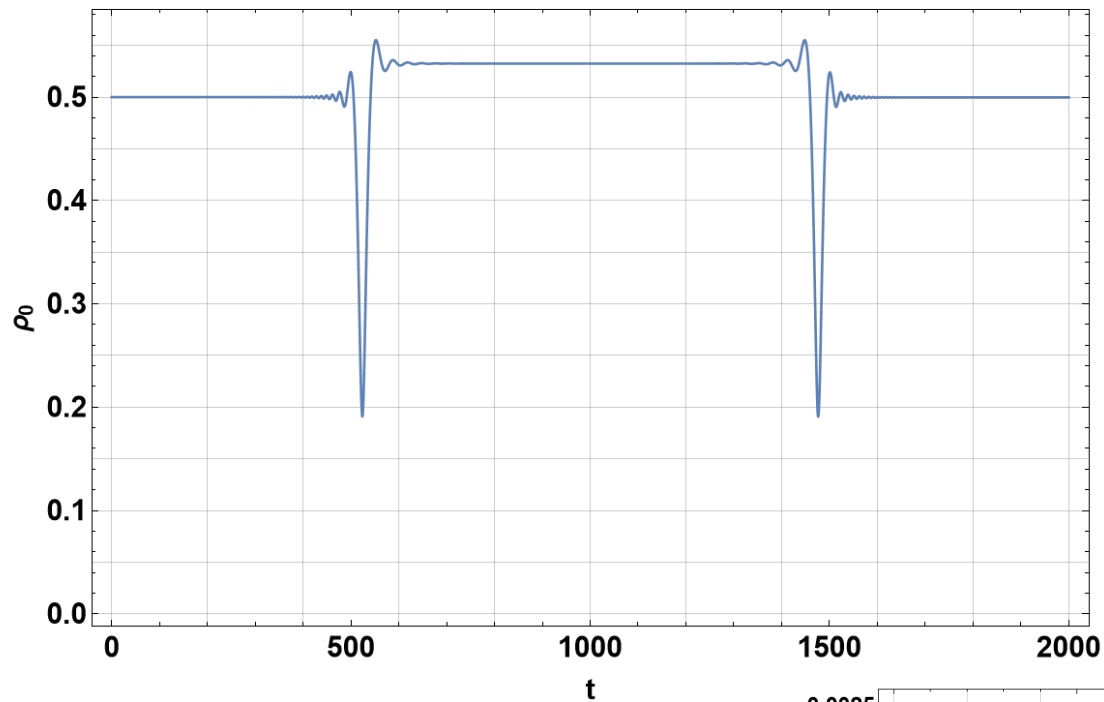
# Фиделити



$$(3) \quad \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0,5 & -0,5 \\ -0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$$

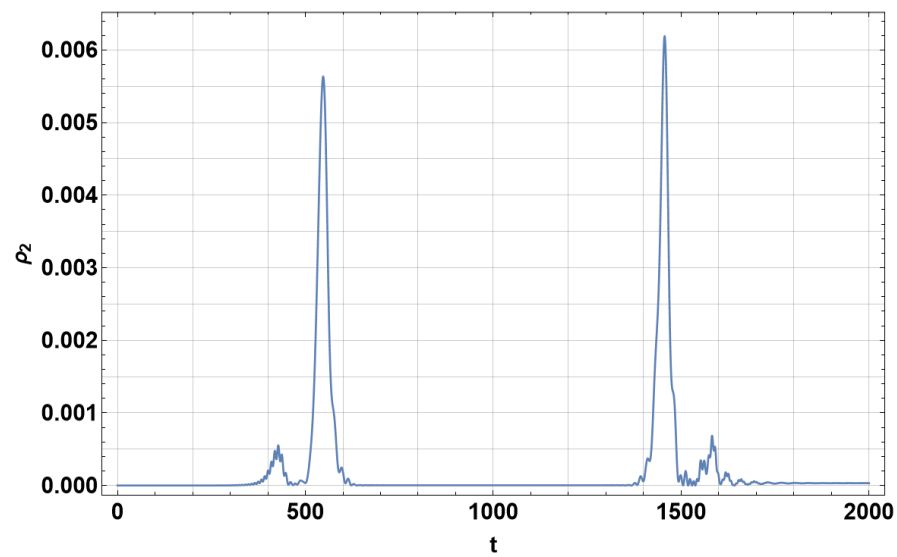
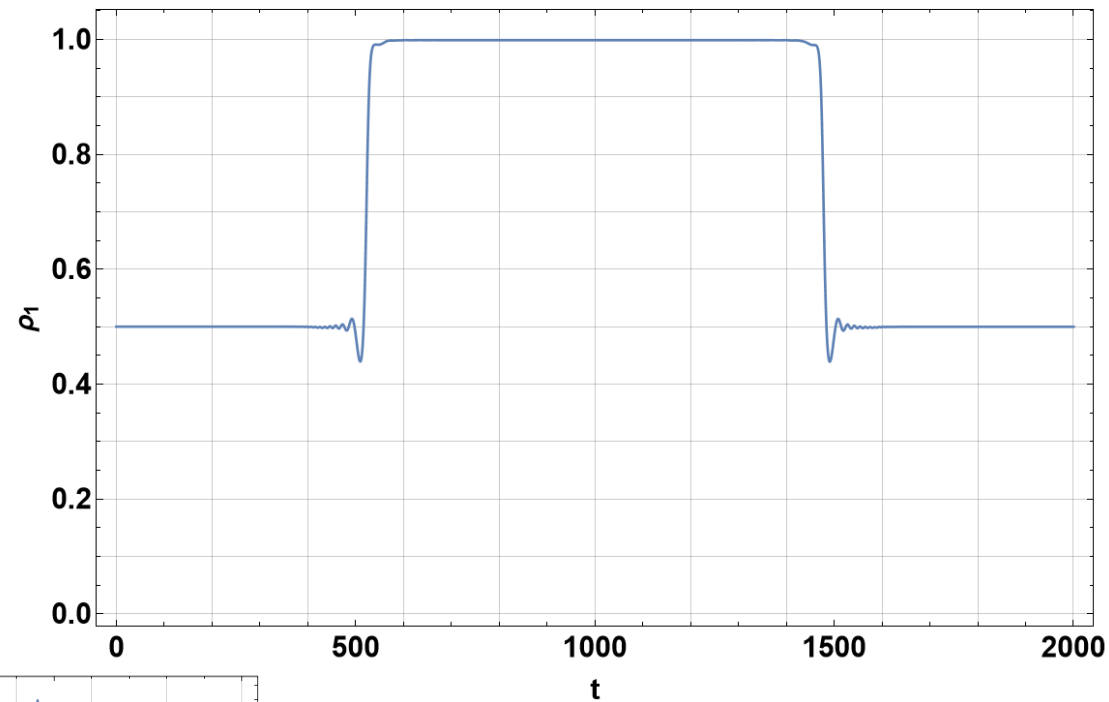
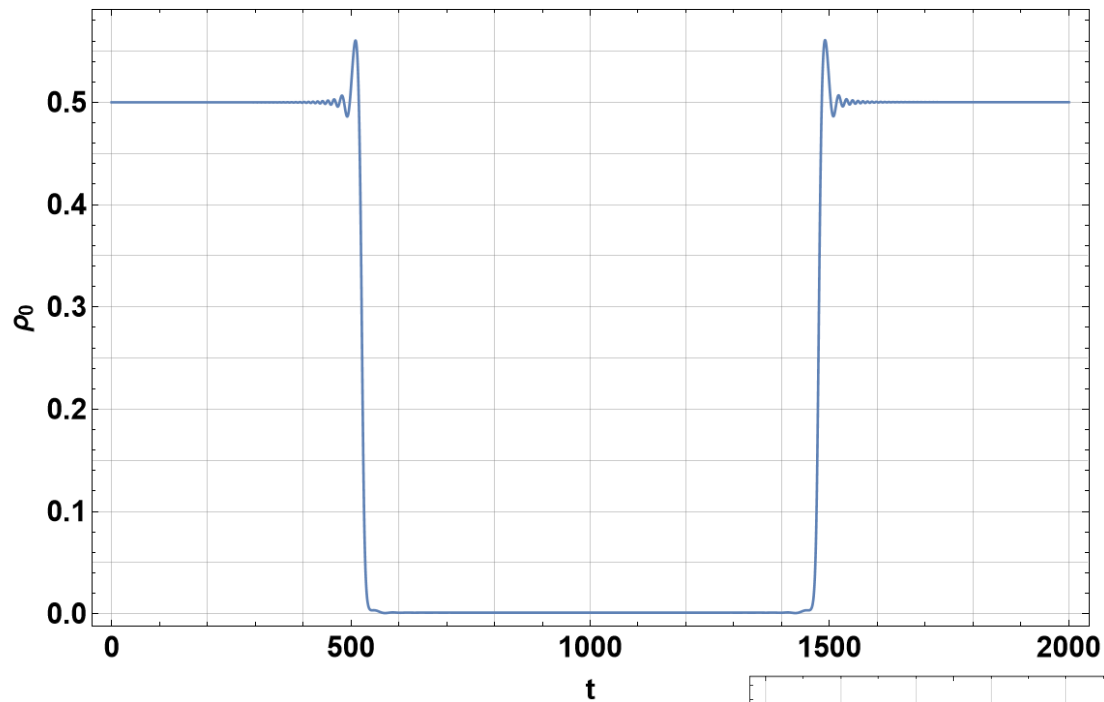


# Фиделити



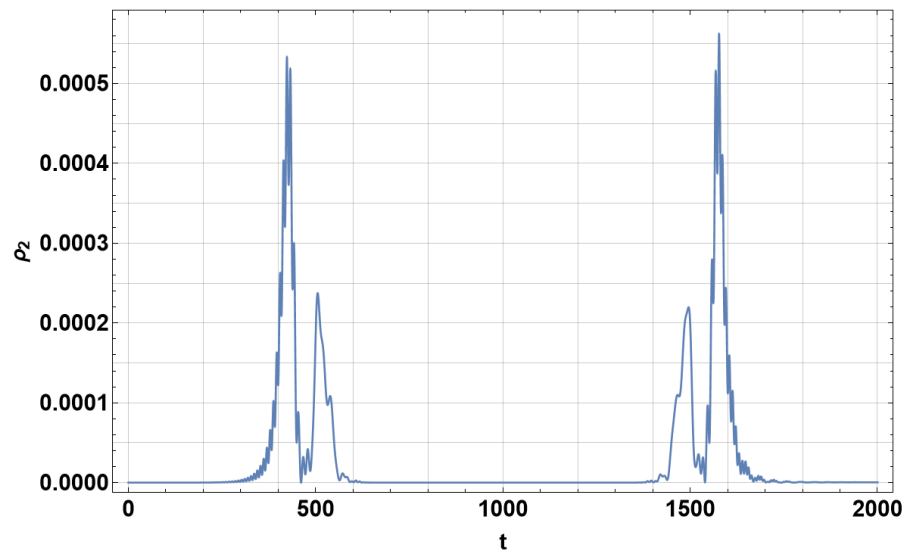
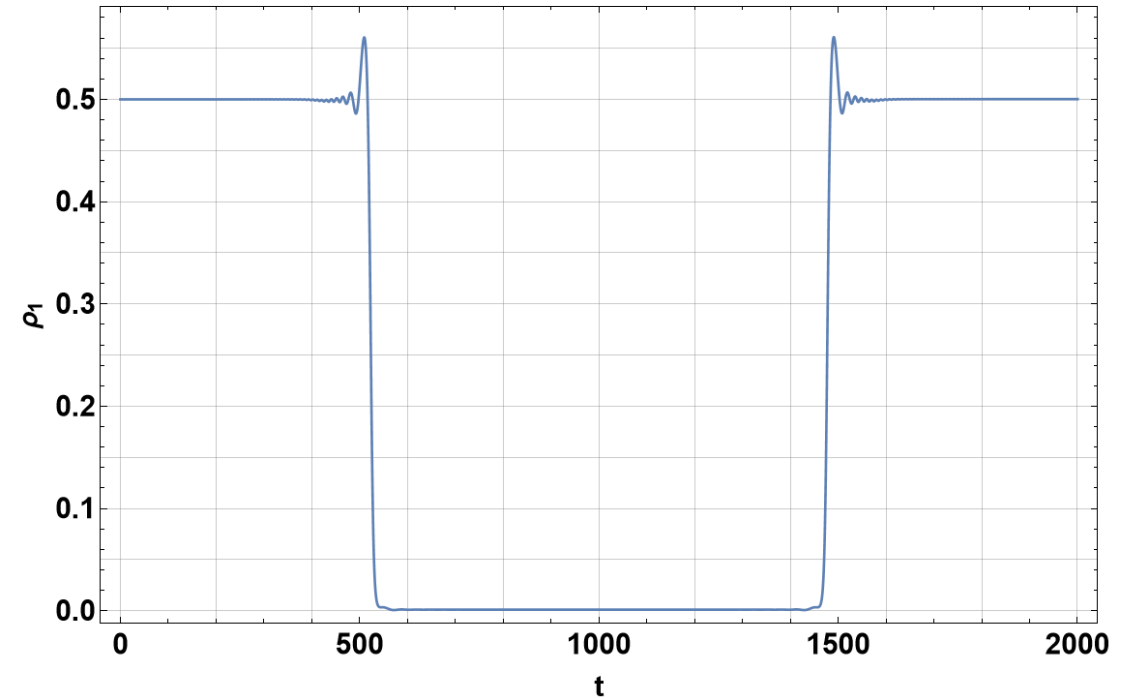
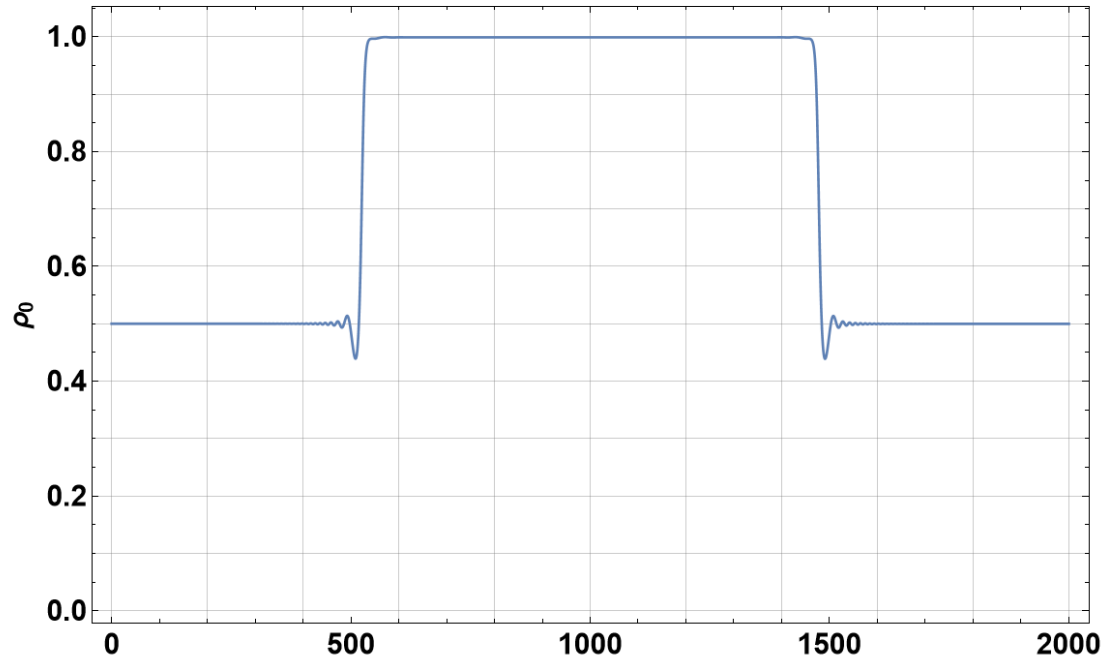
$$(4) \quad \begin{pmatrix} 0,5 & -0,5 \\ -0,5 & 0,5 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$$

# Фиделити



$$(5) \quad \begin{pmatrix} 0,5 & i0,5 \\ -i0,5 & 0,5 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0,5 & -i0,5 \\ i0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$$

# Фиделити



$$F = \frac{1}{6} \sum_a Tr(\rho_a \cdot \rho_a^0)$$

$$l = 2.6885 \quad D = 0.008$$

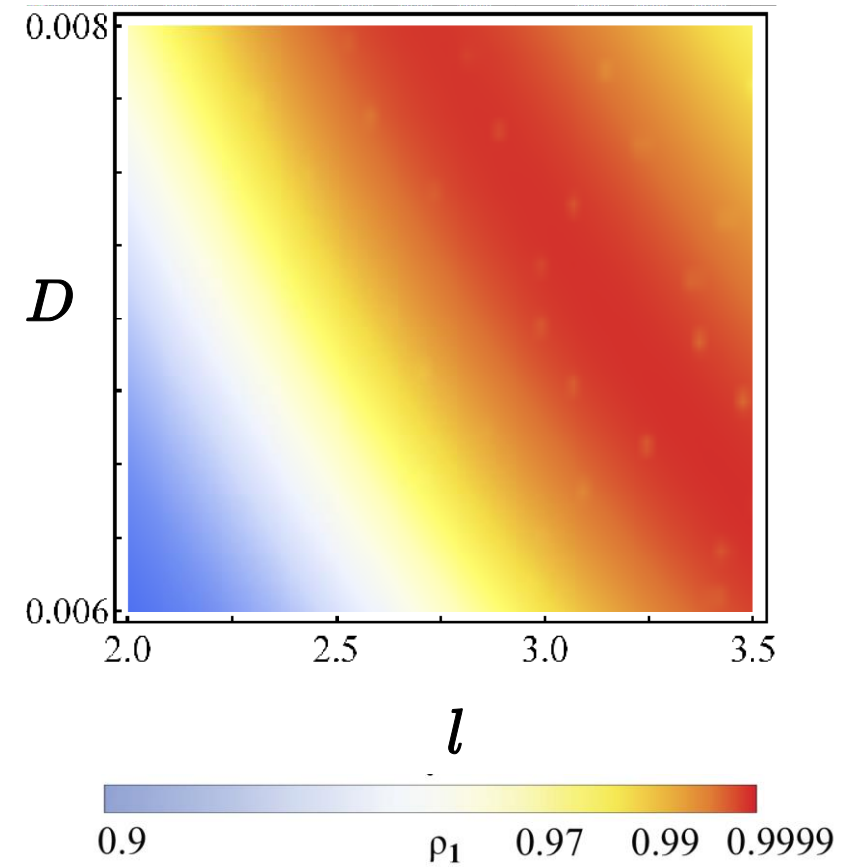
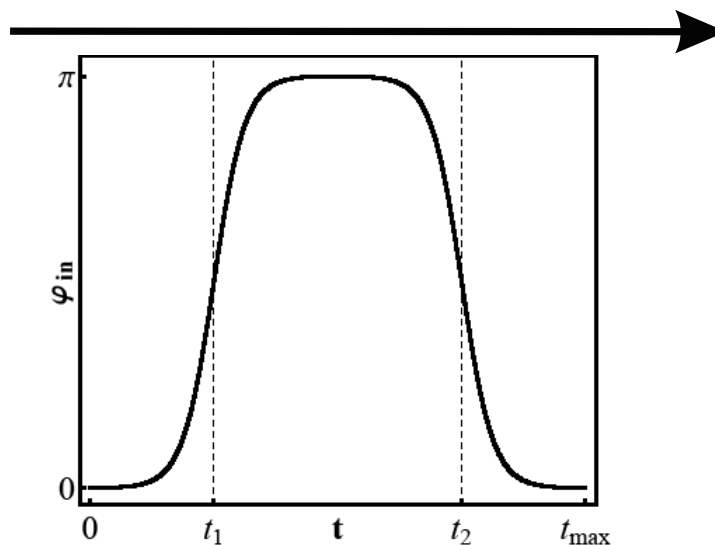
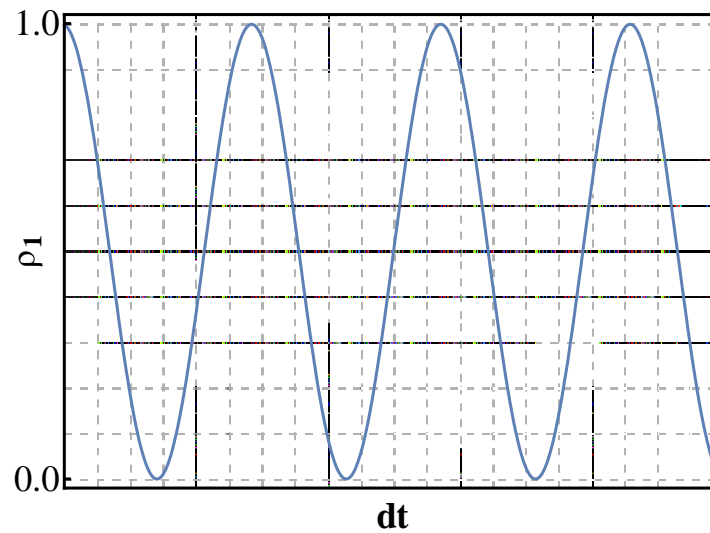
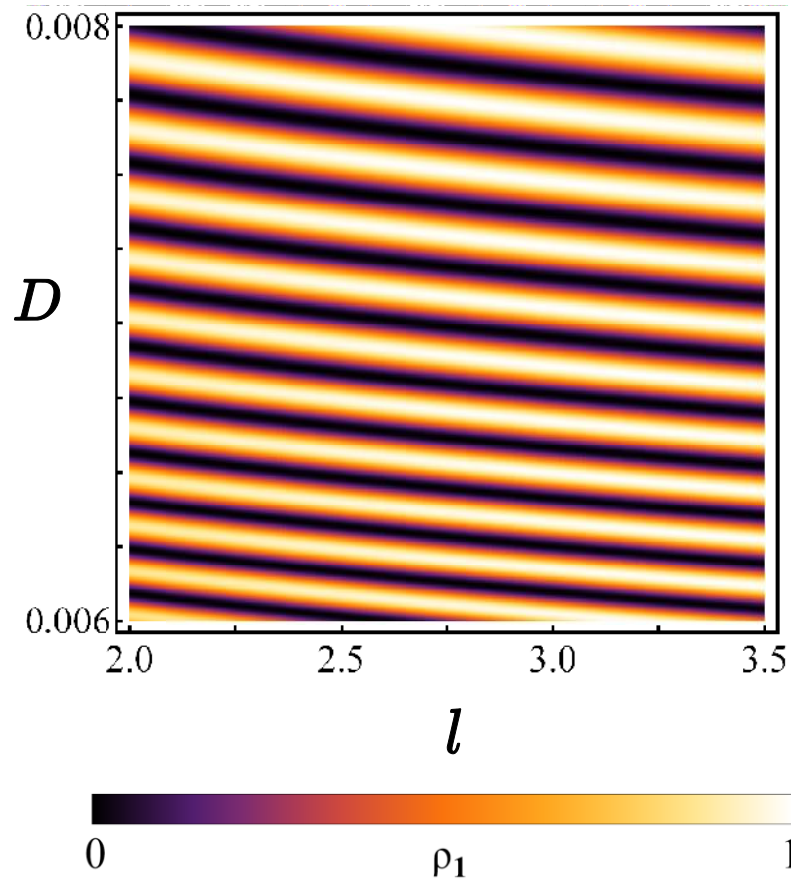
$$F = 0.999973$$

$$l = 3.03 \quad D = 0.00721$$

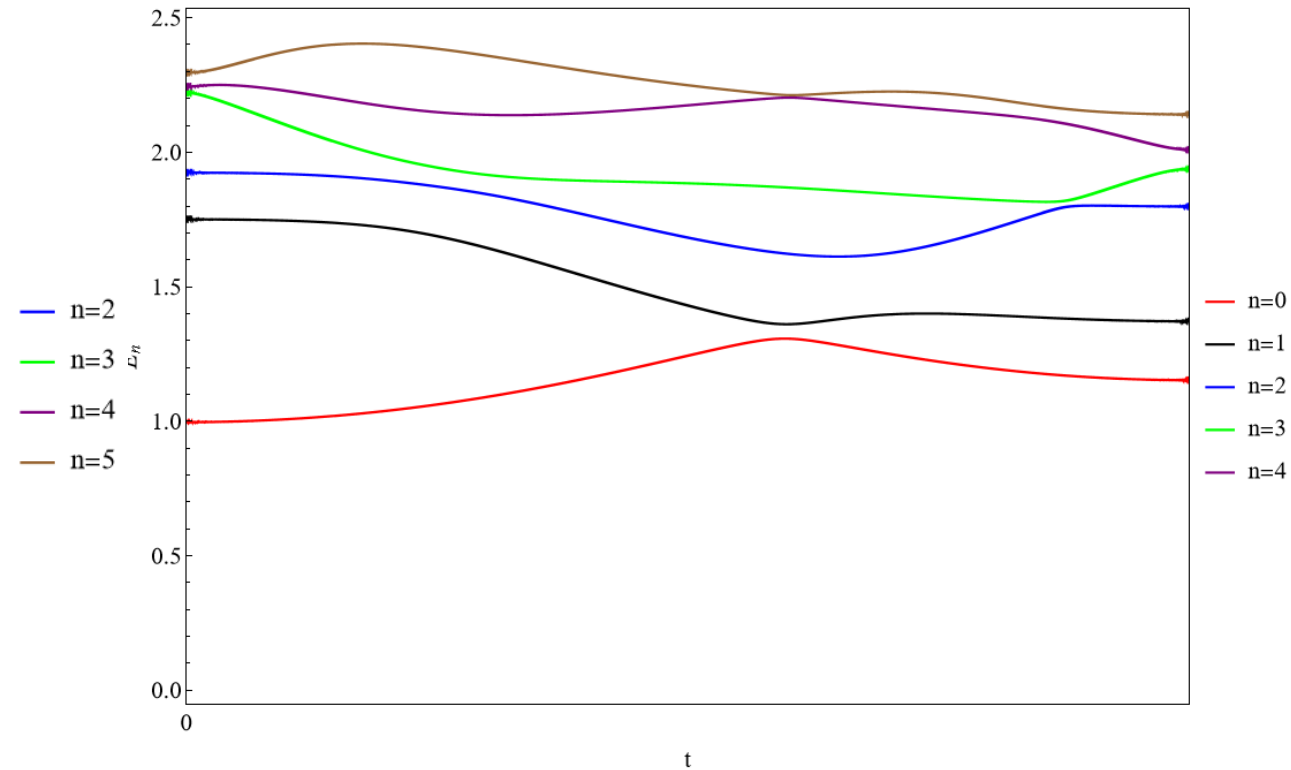
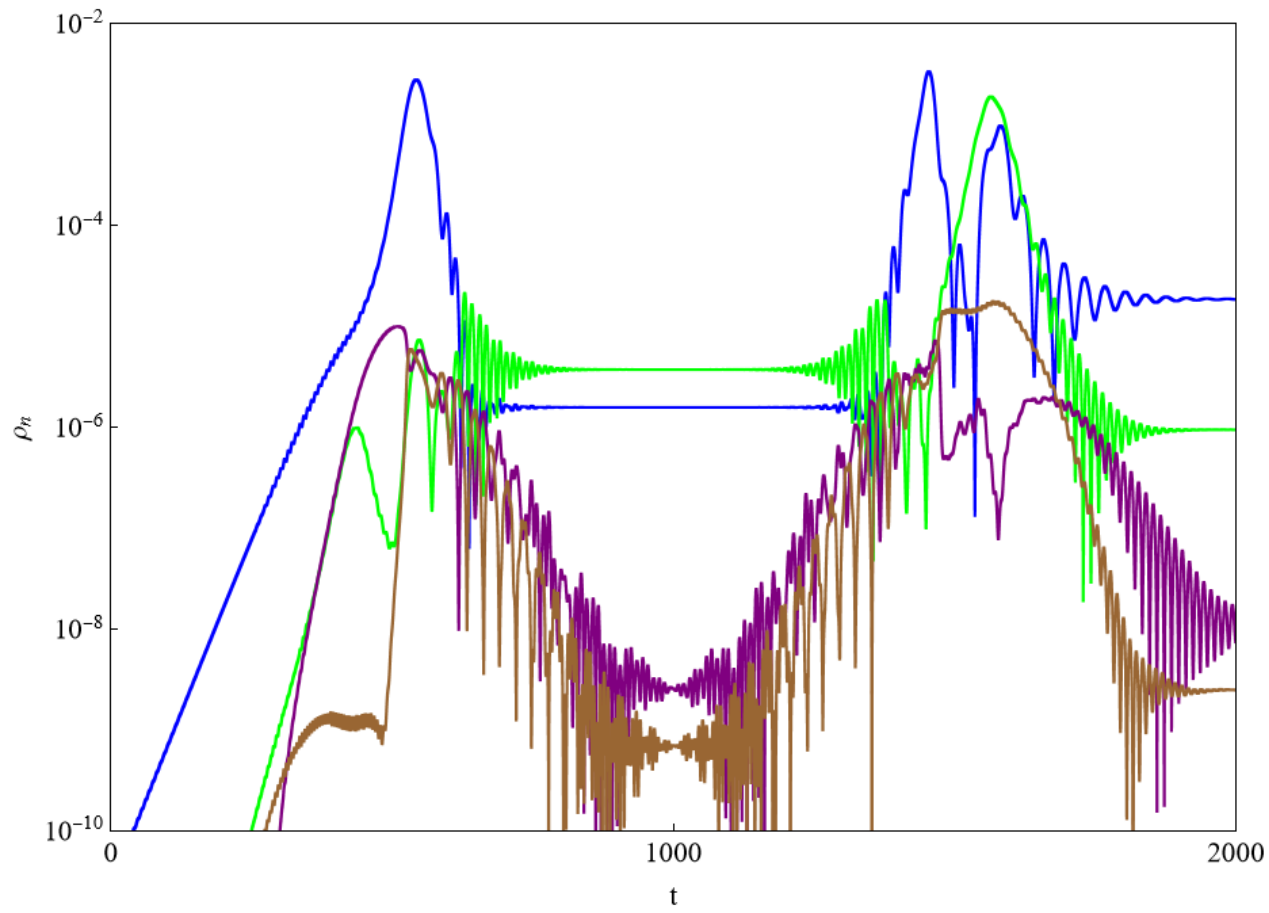
$$F = 0.999974$$

$$(6) \quad \begin{pmatrix} 0,5 & -i0,5 \\ i0,5 & 0,5 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0,5 & i0,5 \\ -i0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$$

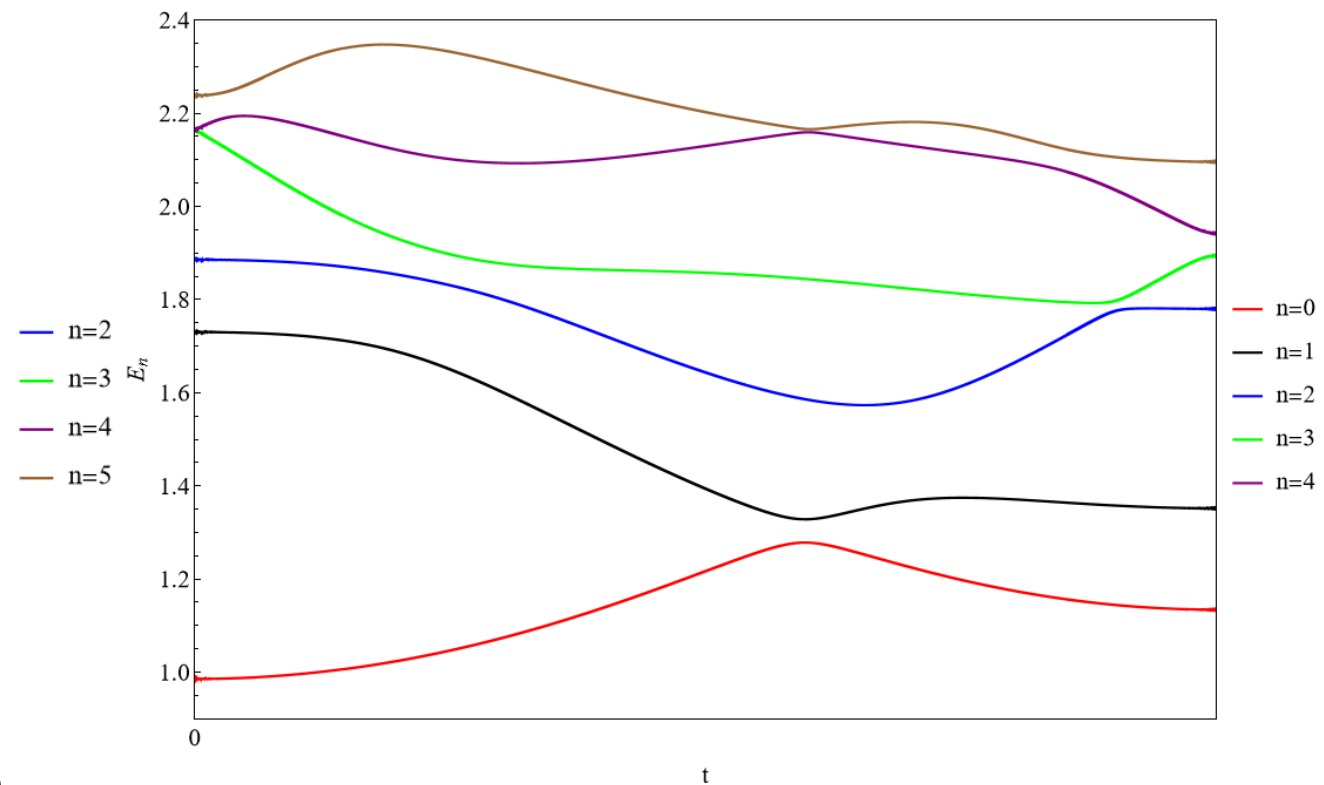
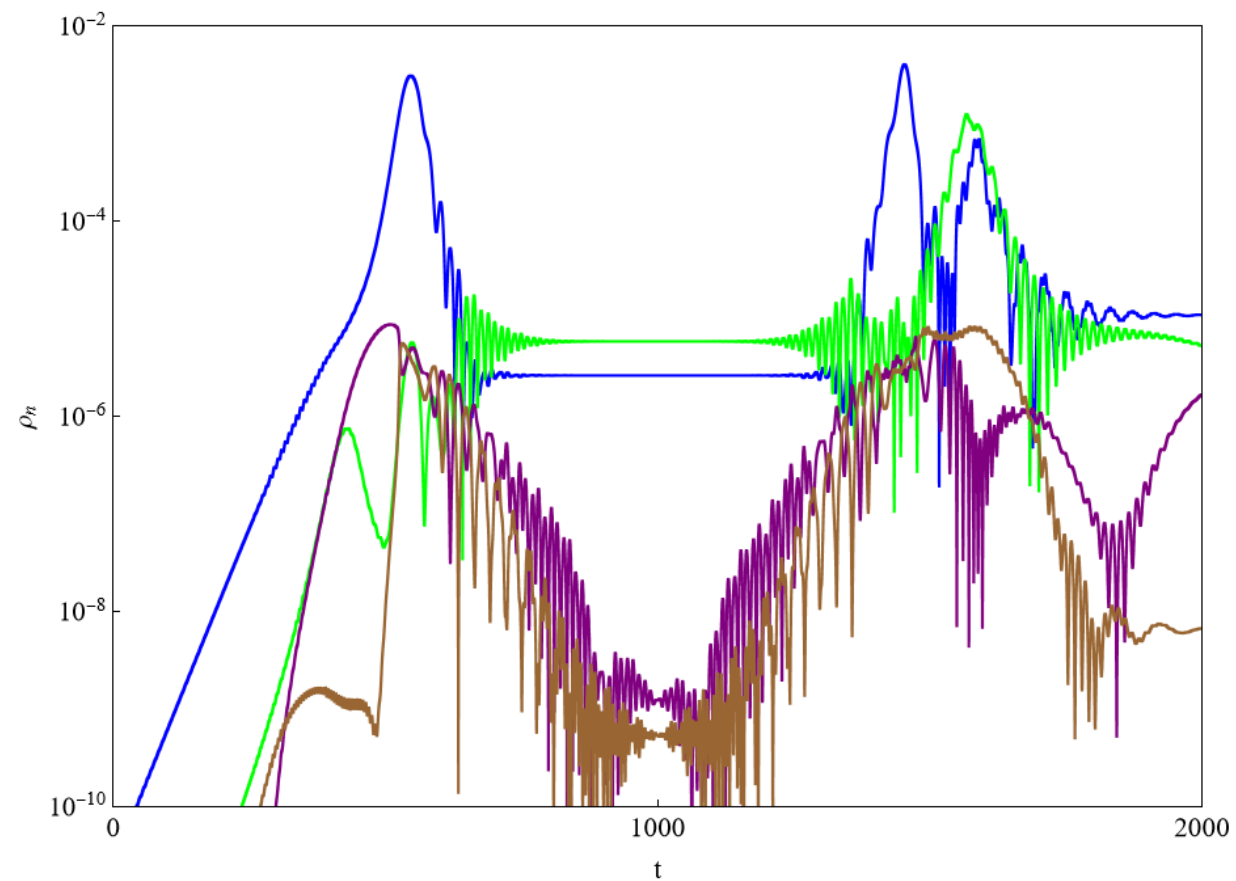
# Карты параметров



# Утечка



# Утечка



# Выводы

1. Рассмотрена эволюция состояний Гаусс-Нейрона в области параметрах при которых возникают Ландау-Зинеровские переходы.
2. Показано, что используя переходы Ландау-Зинера возможно переводить систему в возбужденное состояние со средней фиделити 99,99%.
3. Найдена оптимальная область параметров при которых фиделити максимальна.
4. Существенная утечка в системе происходит лишь на 2-ой и 3-ий возбужденные уровни.

